

Benjamin Peirce

Theorie

der

Potenzial-

oder

cyklisch-hyperbolischen Functionen,

von

Dr. C. Gudermann,

Professor der Mathematik an der Akademie zu Münster.

(Besonders abgedruckt aus Crelle's „Journal der Mathematik" Band 6., 7., 8. und 9.)

Mit einer Kupfertafel.

Berlin, 1833.

Gedruckt und verlegt

bei G. Reimer.

Prof. Alex. Ziwet
gft.
3-1-1923

Dem

Königl. Professor und Lehrer an der Königl. Preuſs. Allgemeinen Kriegs-Schule,
Mitgliede der Königl. Akademie der Wissenschaften
und Ritter des rothen Adler-Ordens,

Herrn

Dr. Friedrich Theodor Poselger,

dem Gelehrten und väterlich gesinnten Freunde,

u n d

Dem

Königl. Preuſs. Geheimen Ober-Baurathe, Mitgliede der Königlichen Akademie der Wissenschaften, etc.

Herrn

Dr. August Leopold Crelle,

dem Gelehrten und hochverehrten Gönner,

als Zeichen

ewiger Dankbarkeit und Liebe

ehrfurchtsvoll

gewidmet

von

dem Verfasser.

Inhaltsverzeichnifs.

* *

Einleitung.

Die cyklischen (trigonometrischen, goniometrischen) oder auch Kreis-Functionen gehören bekanntlich der analytischen Geometrie nicht ausschliefslich zu, sondern auch die reine Analysis entwickelt das Wesen derselben auf eine ihr eigenthümliche Weise; sie behält aber die Benennungen dieser Functionen sammt ihren Bezeichnungen bei, und macht von ihnen häufig einen nicht unwichtigen Gebrauch auch da, wo von Winkeln und überhaupt Raumverhältnissen nicht die Rede ist. Die höhere Arithmetik zumal bedient sich dieser Functionen, um vermittelst derselben Integrale auszudrücken, deren Werthe sonst aus ungeschlossenen Reihen berechnet werden müfsten, die aber oft divergiren oder doch so langsam convergiren, dafs zur Bestimmung numerischer Werthe kein unmittelbarer Gebrauch von ihnen gemacht werden kann; selbst im Falle gewünschter Convergenz würde die Benutzung der Reihen in angegebener Art den Rechner ermüden. Daher hat man Tafeln für die zusammengehörigen Werthe dieser Functionen oder doch ihrer Logarithmen angefertigt, durch deren Benutzung die Schwierigkeiten des Gebrauches der Reihen in Rechnungen mit bestimmten Zahlen umgangen werden.

Aber ein durch cyklische Functionen ausgedrücktes Integral (dasselbe gilt überhaupt von arithmetischen Ausdrücken, welche cyklische Functionen enthalten) kann in der Form, in der es aufgestellt worden ist, nicht immer in Anwendung kommen, weil die darin vorkommenden Gröfsen (häufig schon die Constanten allein) bewirken können, dafs die cyklischen Functionen imaginär werden, obgleich das Integral selbst einen reellen Werth hat. In einem solchen Falle pflegte das Integral umgeformt zu werden, damit es logarithmische Functionen statt der früheren cyklischen enthielt, worauf es dann in einer reellen, aber fast durchgehends unbequemeren Gestalt erschien, die aber geduldet werden mufste, weil sie die einzig zulässige war, obgleich das Integral für andere Werthe der in ihm vorkommenden Gröfsen, welche den Gebrauch der cyklischen Functionen zulassen, in Gemäfsheit bekannter Beziehungen, welche unter solchen Functionen Statt finden, vielfach umgeformt werden konnte.

Das Streben, diese lästigen Beschränkungen zu heben und die Vielseitigkeit der Analysis hier zu retten, wie auch eine gröſsere Gleichmäſsigkeit des Verfahrens herbeizuführen, leitete zu der Idee von Functionen, welche statt der bisher üblichen logarithmischen, oder auch Exponenzial-Functionen, dann eintreten sollen, wenn die Kreisfunctionen ihre unter anderen Umständen nützlichen Dienste versagen, und welche im Gegensatze zu ihnen **hyperbolische** genannt worden sind.

Die Benennung rührt von der gleichseitigen Hyperbel her, welche unter den Hyperbeln überhaupt ungefähr das ist, was der Kreis unter den Ellipsen.

Strenger genommen, sind aber diese hyperbolischen Functionen, wenn man auf ihren mit denen des Kreises fast gleichen analytischen Ursprung sieht, kaum neue Functionen zu nennen; wenigstens machen ihre Arten mit den eben so vielen des Kreises ein einziges Geschlecht aus, welches das der **Potenzial-Functionen** genannt werden mag.

Durch den Gebrauch der hyperbolischen Functionen werden die vorhin genannten Übelstände gehoben, und es ist mit ihrer Einführung in die Analysis, worauf sie ein gleiches, wenn nicht noch gröſseres Recht als die cyklischen Functionen haben, die gröſste Mannigfaltigkeit von neuen Formen arithmetischer Ausdrücke, welche nach zu entwerfenden Regeln leicht umgebildet werden können, gegeben; Ausdrücke mit imaginären cyklischen Functionen, welchen ein reeller Werth zukommt, bedürfen bei ihrer Anwendung keiner Umrechnung mehr, um diesen Werth zu erkennen; endlich hat dadurch die Einheit des Verfahrens eine allgemeine Geltung erhalten. Das Rechnen mit den hyperbolischen Functionen bildet überhaupt einen vollkommenen Parallelismus zu den Rechnungsweisen mit den cyklischen, der durch die gewählte Terminologie und Bezeichnung *) überall kenntlich wird und dem Gedächtnisse bei der Bewahrung der am häufigsten vorkommenden Beziehungen zu nicht geringer Erleichterung dient.

Da nach einiger Übung das Rechnen mit den hyperbolischen Functionen noch bequemer von Statten geht, als das mit den cyklischen, und man in jedem Augenblicke von jenen auf diese überspringen kann, so

*) Ähnlich den cyklischen Functionen: $\cos x$, $\sin x$, $\operatorname{tang} x$, $\cot x$, $\operatorname{arc}(\sin = z)$, $\operatorname{arc}(\cos = z)$, $\operatorname{arc}(\operatorname{tang} = z)$, $\operatorname{arc}(\cot = z)$, sind die hyperbolischen Functionen bezeichnet durch $\mathfrak{Cos}\, x$, $\mathfrak{Sin}\, x$, $\mathfrak{Tang}\, x$, $\mathfrak{Cot}\, x$, $\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin} = x)$ etc. Wem diese deutschen Vorsylben, welche den Gegensatz aber noch mehr ausdrücken, miſsfallen, der kann dafür lateinische Vorsylben mit **groſsen** Anfangsbuchstaben nehmen.

fühlt man sich geneigt, mit ihnen fast ausschliefslich zu rechnen, wenn man im Gebiete der allgemeinen Arithmetik ist, und zwar aus ähnlichem Grunde, aus welchem man umgekehrt in trigonometrischen, die Vorstellung eines Winkels mit sich führenden Betrachtungen nicht zu den hyperbolischen Functionen greifen, sondern die Rechnung mit den cyklischen anlegen und durchführen wird.

Offenbar besteht aber die erwähnte Einfachheit und Leichtigkeit der Rechnung mit hyperbolischen Functionen nur im analytischen Sinne, d. h. so lange die Werthe dieser Functionen entweder unbestimmt oder unbekannt sind, und durch sie ist wenig erreicht, wenn man nicht im Stande ist, die bestimmten Werthe der hyperbolischen Functionen für eine als ihren Arcus gegebene Zahl, und umgekehrt diesen aus jenen nach einer sich gleich bleibenden und insofern allgemeinen Methode ohne viele Mühe mit einem befriedigenden Grade der Genauigkeit in der Form von Decimalbrüchen anzugeben.

Aber diese allerdings sehr erhebliche Schwierigkeit, welche sich der Einführung der hyperbolischen Functionen und ihrem Gebrauche in der Analysis, wenn er reellen Nutzen haben soll, entgegenstellte, und wodurch diese sonst sehr einfache Idee bisher mag vereitelt worden sein, hat der Verfasser durch eine ungewöhnliche Anstrengung gehoben, indem er Tafeln von bedeutendem Umfange angefertigt hat, welche ziemlich eben so für die Rechnungen mit den hyperbolischen Functionen zu gebrauchen sind, wie die sogenannten logarithmisch-trigonometrischen Tafeln zur Realisirung der Werthe der cyklischen Functionen täglich in Anwendung kommen. Nur die lebhafte Vorstellung des durch diese Tabellen zu stiftenden Nutzens konnte dem Verfasser den nöthigen Muth und die erforderliche Ausdauer geben und den Überdrufs vermindern, welchen der bei solchen Arbeiten nothwendige Mechanismus erzeugt. Was würde die Trigonometrie ohne trigonometrische Tafeln, was würde eine Theorie der hyperbolischen Functionen ohne Tabellen für ihre Werthe oder die Werthe ihrer Logarithmen helfen?

Sämmtliche hyperbolische Functionen, deren vielseitiger nützlicher Gebrauch von Kennern der Analysis auch ohne die im Werke enthaltene Theorie der Potenzial-Functionen anerkannt werden wird *), sind sowohl in ihren Beziehungen zu einander als auch zu den cyklischen Functionen, geo-

*) Schon Lambert erkannte den Nutzen der hyperbolischen Functionen.

metrisch auf mehr als eine Weise versinnlicht worden. In gedrängter Darstellung sind daher einige Curven behandelt worden, unter welchen die von dem Verfasser sogenannte Longitudinale und die allbekannte Kettenlinie durch ihre früher zum Theil unbekannte Eigenschaften einige Aufmerksamkeit auf sich ziehen werden.

Die Theorie der Potenzial-Functionen, welche hier geboten wird, macht nicht auf eine solche Vollständigkeit Anspruch, daſs alle einschlägige Fragen darin beantwortet wären; Vieles, was der Scharfsinn der Analytiker in Hinsicht auf die cyklischen Functionen fand, hätte noch aufgenommen und auf die hyperbolischen Functionen unter nöthigen Abänderungen übertragen werden können. Auch in der Aufnahme des Eigenen hat häufig eine Beschränkung Statt gefunden, und es ist selbst ein ganzer Abschnitt weggelassen worden, welcher Reihen enthält, nach welchen bei gleichen Arcus die hyperbolischen Functionen aus den cyklischen, und umgekehrt diese aus jenen zu berechnen wären, weil der Nutzen zu gering schien, obgleich die Reihen selbst zum Theil wegen der Gesetze ihres Fortschrittes anziehend sein mögen. Statt dessen ist aber der Theorie ein Anhang beigegeben worden, welcher zwar den anfänglich beabsichtigten Umfang überschritten hat, aber dafür Dinge behandelt, die in einer mehr oder minder nahen Beziehung zu dem in der Theorie Behandelten stehen, und welcher auch, abgesehen davon, vielleicht nicht überall als unwillkommen erscheinen möchte.

Jeder Leser, welcher mit seinem Studium nur über die Elemente der Mathematik hinausgegangen ist, wird ohne Mühe das kleine Werk, im Ganzen wie im Einzelnen verstehen, und die mit Sorgfalt ausgearbeiteten Tafeln, deren Berechnung manches Opfer von Seiten des Verfassers gekostet hat, mit Nutzen zu gebrauchen wissen. Eine auch nur oberflächliche Ansicht des Werks wird die auch gegründete Überzeugung herbeiführen, daſs zu dessen Herausgabe kein anderer Grund vorlag, als das Streben, zu nützen und mitzutheilen, was durch Mühe errungen und durch mehrjähriges, wenn auch durch längere Störungen nnterbrochenes Nachdenken über die Potenzial-Functionen gefunden, und bald seiner Neuheit, bald seiner Bedeutsamkeit wegen einer Mittheilung würdig erachtet wurde.

Möge dieses Streben und somit der Zweck der Arbeit nicht vergebens sein!

Cleve, den 19ten November 1828.

Erster Abschnitt.
Von den Potenzial-Functionen überhaupt.

§. 1.

Die Potenz u^x kann in der Form einer zweitheiligen Gröſse $P+Q$ dergestalt angegegeben werden, daſs auch ihr reciproker Werth $\frac{1}{u^x}$ oder u^{-x} dieselben Theile P und Q hat, nur daſs der zweite Theil Q das entgegengesetzte Zeichen erhält. Setzt man in der That:

$$1.\quad u^x = P+Q,\quad u^{-x} = P-Q,$$

so findet man rückwärts für die Theile P und Q die beiden folgenden Ausdrücke:

$$2.\quad P = \frac{u^x+u^{-x}}{2} \text{ und } Q = \frac{u^x-u^{-x}}{2}.$$

Da die Gröſsen P und Q mit den Potenzen u^x und u^{-x} auf eine sehr einfache Weise zusammenhängen, so mögen sie Potenzial-Functionen heiſsen. Sie sind in der That Functionen des gemeinschaftlichen Grundfactors u und des Exponenten x der beiden Potenzen.

Die Multiplication der Gleichungen (1.) führt zu der Gleichung:

$$3.\quad P^2 - Q^2 = 1,$$

woraus man sieht, daſs die beiden Potenzial-Functionen P und Q dergestalt von einander abhängen, daſs man aus dem Werthe der einen den der auderen berechnen kann, ohne den Grundfactor u und den Exponenten x zu kennen.

Die Function $P=\frac{u^x+u^{-x}}{2}$ heiſse der Cosinus der Zahl x für die Grundzahl u und eben so die Function $Q=\frac{u^x-u^{-x}}{2}$ der Sinus der Zahl x für die Grundzahl u. Die Bezeichnung mag folgende sein:

$$4.\quad \mathfrak{Cos}(x,u) = \frac{u^x+u^{-x}}{2} \text{ und } \mathfrak{Sin}(x,u) = \frac{u^x-u^{-x}}{2}.$$

Die den gegenseitigen Zusammenhang zwischen dem Cosinus und Sinus ausdrückende Gleichung ist dann:

$$5.\quad \mathfrak{Cos}(x,u)^2 - \mathfrak{Sin}(x,u)^2 = 1.$$

§. 2.

Bekanntlich kann man die Potenz u^x nach Potenzen des Exponenten x entwickeln, und wenn $\log u$ den natürlichen Logarithmen von u bezeichnet, so hat man:

$$u^x = 1 + \frac{(x \log u)^1}{1} + \frac{(x \log u)^2}{1.2} + \frac{(x \log u)^3}{1.2.3} \ldots + \frac{(x \log u)^\alpha}{1.2.3 \ldots \alpha} + \ldots,$$

welche Reihe zwar nie abbricht, aber doch immer convergirt, welche Werthe man auch für x und u in Rechnung bringen mag.

Zur Abkürzung mag weiter gesetzt werden: $0' = 1$; $1' = 1$; $2' = 1.2$; $3' = 1.2.3$; $\alpha' = 1.2 \ldots \alpha$; und $(2+3)' = 5' = 1.2.3.4.5$ Es wird dann die an diesen Beispielen gezeigte Art der Bezeichnung im Nachfolgenden festgehalten werden. Man kann dann ferner die ganze Reihe einfacher also darstellen:

$$u^x = S \frac{(x \log u)^\alpha}{\alpha'} \quad \text{und} \quad u^{-x} = S(-1)^\alpha . \frac{(x \log u)^\alpha}{\alpha'},$$

so daſs das dem allgemeinen Gliede vorgesetzte Summenzeichen S sich auf die veränderliche positive ganze Zahl α bezieht und die Forderung enthält, daſs man für α nach einander die Werthe $\alpha = 0, 1, 2, 3$, etc. zu setzen, und die durch solche Specialisirung des allgemeinen Gliedes erhaltenen besonderen Glieder zu addiren hat.

Nimmt man für u die Grundzahl e des natürlichen Logarithmensystems, so ist $\log u = e = 1$, und die Reihen werden dann einfacher:

$$e^x = S \frac{x^\alpha}{\alpha'} \quad \text{und} \quad e^{-x} = S(-1)^\alpha \frac{x^\alpha}{\alpha'}.$$

Die sich auf die Grundzahl e beziehenden Potenzial-Functionen heiſsen natürliche, und in ihrer Bezeichnung darf diese Grundzahl der Kürze wegen wegbleiben; so daſs also

$$\text{Cos}(x, e) = \text{Cos}\, x \quad \text{und} \quad \text{Sin}(x, e) = \text{Sin}\, x.$$

Die Grundformeln sind dann folgende:

$$e^x = \text{Cos}\, x + \text{Sin}\, x; \quad e^{-x} = \text{Cos}\, x - \text{Sin}\, x; \quad \text{Cos}\, x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}; \quad \text{Sin}\, x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$

Die Reihen für den natürlichen Cosinus und Sinus sind weiter:

$$\text{Cos}\, x = \left(1 + \frac{x^2}{2'} + \frac{x^4}{4'} + \frac{x^6}{6'} \ldots\right) = S \frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)'},$$

$$\text{Sin}\, x = \left(x + \frac{x^3}{3'} + \frac{x^5}{5'} + \frac{x^7}{7'} \ldots\right) = S \frac{x^{2\alpha+1}}{(2\alpha+1)'}.$$

In Anwendung dieser Reihen findet man am leichtesten für $x = 1$ die beiden Werthe:

$$\text{Cos}\, 1 = 1,54308\ 06348\ 15243\ 77847\ 79053,$$

$$\text{Sin}\, 1 = 1,17520\ 11936\ 43801\ 45688\ 23812.$$

Da nun $e = \text{Cos}\, 1 + \text{Sin}\, 1$ und $e^{-1} = \text{Cos}\, 1 - \text{Sin}\, 1$ ist, so findet man hieraus leicht:

$$e = 2,71828\ 18284\ 59045\ 23536\ 02865,$$
$$\frac{1}{e} = 0,36787\ 94411\ 71442\ 32159\ 55241\ ^{*}).$$

§. 3.

Dividirt man den Sinus einer Zahl durch ihren Cosinus, wobei aber beide Functionen auf dieselbe Grundzahl bezogen werden, so heiſse der Quotient die Tangente jener Zahl: in Zeichen:

$$1.\quad \mathrm{Tang}(x,u) = \frac{\mathrm{Sin}(x,u)}{\mathrm{Cos}(x,u)} \quad \text{und} \quad \mathrm{Tang}\,x = \frac{\mathrm{Sin}\,x}{\mathrm{Cos}\,x}.$$

Wird umgekehrt bei einerlei Grundzahl der Cosinus einer Zahl durch ihren Sinus dividirt, so heiſse der Quotient die Cotangente dieser Zahl; oder in Zeichen:

$$2.\quad \mathrm{Cot}(x,u) = \frac{\mathrm{Cos}(x,u)}{\mathrm{Sin}(x,u)} \quad \text{und} \quad \mathrm{Cot}\,x = \frac{\mathrm{Cos}\,x}{\mathrm{Sin}\,x}.$$

Die Tangenten und Cotangenten sind also abgeleitete Potenzial-Functionen, und zwar ist:

$$\mathrm{Tang}(x,u) = \frac{u^x - u^{-x}}{u^x + u^{-x}} \quad \text{und} \quad \mathrm{Cot}(x,u) = \frac{u^x + u^{-x}}{u^x - u^{-x}},$$

so wie:

$$\mathrm{Tang}\,x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad \text{und} \quad \mathrm{Cot}\,x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}.$$

Aus diesen Bestimmungen des Wesens der vier Potenzial-Functionen und aus der Gleichung $\mathrm{Cos}\,x^2 - \mathrm{Sin}\,x^2 = 1$ folgen noch leicht nachstehende Formeln:

$$\begin{array}{lcl} \mathrm{Sin}\,-x = -\,\mathrm{Sin}\,x & & \mathrm{Tang}\,x \,.\, \mathrm{Cot}\,x = 1 \\ \mathrm{Cos}\,-x = +\,\mathrm{Cos}\,x & \text{und} & 1 - \mathrm{Tang}\,x^2 = \frac{1}{\mathrm{Cos}\,x^2} \\ \mathrm{Tang}\,-x = -\,\mathrm{Tang}\,x & & \\ \mathrm{Cot}\,-x = -\,\mathrm{Cot}\,x & & \mathrm{Cot}\,x^2 - 1 = \frac{1}{\mathrm{Sin}\,x^2} \end{array}$$

wodurch der gegenseitige Zusammenhang unter den vier Arten der Potenzial-Functionen zur Genüge ausgedrückt wird. Für $x = 0$ hat man endlich noch die besonderen Werthe:

$$\mathrm{Cos}\,0 = 1;\quad \mathrm{Sin}\,0 = 0;\quad \mathrm{Tang}\,0 = 0 \quad \text{und} \quad \mathrm{Cot}\,0 = \tfrac{1}{0}.$$

---

*) Der hier und im Nachfolgenden vorkommende Gebrauch des dem allgemeinen Gliede einer Reihe vorgesetzten und sich auf gewisse veränderliche, im allgemeinen Gliede vorkommende positive ganze Zahlen α, β, γ, δ, etc., welche auch zuweilen gewissen Bedingungsgleichungen genügen müssen, beziehenden Summenzeichens S wird leicht begriffen; Weiteres darüber findet man in Rothe's Theorie combinatorischer Integrale. Das von ihm vorgeschlagene Zeichen Σ ist aber hier in S abgeändert worden, weil jenes Zeichen nach dem allgemeinsten Gebrauche einen Rückgang von der Differenz einer Function zu der Function selbst oder eine Integration der Differenz vorschreibt, und namentlich, nach der Bezeichnung Euler's: $Sy = \Sigma y + y +$ const. ist.

§. 4.

Die auf eine Grundzahl u bezogenen Potenzial-Functionen lassen sich leicht in natürliche vewandeln; denn da $u^x = e^{x\log u}$ ist, so hat man:

$$\frac{u^x + u^{-x}}{2} = \frac{e^{x\log u} + e^{-x\log u}}{2},$$

$$\frac{u^x - u^{-x}}{2} = \frac{e^{x\log u} - e^{-x\log u}}{2},$$

oder einfacher:

1. $\mathfrak{Cos}(x,u) = \mathfrak{Cos}(x\log u)$ und $\mathfrak{Sin}(x,u) = \mathfrak{Sin}(x\log u)$.

Hieraus findet man ferner für die Tangenten und Cotangenten die Formeln:

2. $\mathfrak{Tang}(x,u) = \mathfrak{Tang}(x.\log u)$ und $\mathfrak{Cot}(x,u) = \mathfrak{Cot}(x.\log u)$.

Da also die Zurückführung aller Potenzial-Functionen einer Zahl auf natürliche so einfach ist und nur eine Multiplication der Zahl verlangt, so brauchen die ferneren Verhandlungen sich fast nur über die natürlichen Potenzial-Functionen zu verbreiten.

§. 5.

Stellt man sich die Beziehungen, welche zwischen den Potenzial-Functionen und ihrem Argumente Statt finden, umgekehrt vor, so heifst dieses Argument der Arcus der gegebenen Potenzial-Function, welche nun als Argument dient. In Zeichen wird solche Umkehrung ausgedrückt, wie folgt:

$$1. \quad \begin{cases} \text{Ist } \mathfrak{Cos}\, x = z, \text{ so ist } x = \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos} = z). \\ \text{Ist } \mathfrak{Sin}\, x = z, \text{ so ist } x = \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin} = z). \\ \text{Ist } \mathfrak{Tang}\, x = z, \text{ so ist } x = \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Tang} = z). \\ \text{Ist } \mathfrak{Cot}\, x = z, \text{ so ist } x = \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cot} = z). \end{cases}$$

Man kann in Anwendung dieser Bezeichnung geschlossene arithmetische Ausdrücke angeben, welche zur Berechnung der Arcus aus den Functionen Cosinus, Sinus, Tangente und Cotangente dienen. Es folgt nemlich aus den Formeln

$$e^x = \mathfrak{Cos}\, x + \mathfrak{Sin}\, x \quad \text{und} \quad e^{-x} = \mathfrak{Cos}\, x - \mathfrak{Sin}\, x,$$

indem man die natürlichen Logarithmen nimmt:

$$x = \log(\mathfrak{Cos}\, x + \mathfrak{Sin}\, x) \quad \text{und} \quad -x = \log(\mathfrak{Cos}\, x - \mathfrak{Sin}\, x).$$

Setzt man daher $\mathfrak{Cos}\, x = z$, so ist $\mathfrak{Sin}\, x = \sqrt{(z^2 - 1)}$, und also

2. $\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos} = z) = \log(z + \sqrt{(z^2 - 1)}) = -\log(z - \sqrt{(z^2 - 1)})$.

Setzt man aber $\mathfrak{Sin}\, x = z$, so ist $\mathfrak{Cos}\, x = \sqrt{(z^2 + 1)}$, und also

3. $\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin} = z) = \log(\sqrt{(z^2 + 1)} + z) = -\log(\sqrt{(z^2 + 1)} - z)$.

Weil man weiter $x = \frac{1}{2}\log\left(\frac{\mathrm{Cos}\,x + \mathrm{Sin}\,x}{\mathrm{Cos}\,x + \mathrm{Sin}\,x}\right) = \frac{1}{2}\log\left(\frac{1+\mathrm{Tang}\,x}{1-\mathrm{Tang}\,x}\right)$ hat, so setze man $\mathrm{Tang}\,x = z$, und man erhält:

$$7.\quad \mathrm{Arc}(\mathrm{Tang} = z) = \tfrac{1}{2}\log\left(\frac{1+z}{1-z}\right) = \log\sqrt{\frac{1+z}{1-z}}.$$

Die letzte Formel kann man auch in der nur wenig veränderten Form:

$$\mathrm{Arc}(\mathrm{Tang} = 1-v) = \tfrac{1}{2}\log\left(\frac{2-v}{v}\right) = \tfrac{1}{2}\log\left(\frac{2}{v}-1\right)$$

darstellen, in der sie zu einer künftigen Entwickelung vorbereitet ist.

Zweiter Abschnitt.

Eintheilung der Potenzial-Functionen in zwei Geschlechte mit gleich vielen Arten.

§. 6.

Die Potenzial-Functionen können sowohl auf mögliche als auf unmögliche Arcus bezogen werden. Die Einheit der möglichen ist ± 1, die Einheit der unmöglichen $\pm\sqrt{-1}$.

Zunächst giebt die Zurückführung auf natürliche Potenzial-Functionen:

$$\mathrm{Cos}\,(x\sqrt{-1}, u) = \mathrm{Cos}\,((x\log u).\sqrt{-1}),$$
$$\mathrm{Sin}\,(x\sqrt{-1}, u) = \mathrm{Sin}\,((x\log u).\sqrt{-1}).$$

Um aber die natürlichen Cosinus und Sinus genauer zu erforschen, dienen die im §. 2. angegebenen Reihen; man findet:

$$\mathrm{Cos}\,(x\sqrt{-1}) = S\,\frac{(x\sqrt{-1})^{2\alpha}}{2\alpha'} = S(-1)^{\alpha}\,\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)'},$$
$$\mathrm{Sin}\,(x\sqrt{-1}) = S\,\frac{(x\sqrt{-1})^{2\alpha+1}}{(2\alpha+1)'} = \left(S(-1)^{\alpha}\,\frac{x^{2\alpha+1}}{(2\alpha+1)'}\right).\sqrt{-1},$$

und da

$e^{x\sqrt{-1}} = \mathrm{Cos}(x\sqrt{-1}) + \mathrm{Sin}(x\sqrt{-1})$ und $e^{-x\sqrt{-1}} = \mathrm{Cos}(x\sqrt{-1}) - \mathrm{Sin}(x\sqrt{-1})$ ist, so hat man die beiden Formeln:

$$e^{x\sqrt{-1}} = P + Q\sqrt{-1},$$
$$e^{-x\sqrt{-1}} = P - Q\sqrt{-1},$$

so daſs die beiden Reihen $P = S(-1)^{\alpha}.\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)'}$ und $Q = S(-1)^{\alpha}.\frac{x^{2\alpha+1}}{(2\alpha+1)'}$ nicht mehr imaginär sind, oder $\sqrt{-1}$ nicht mehr enthalten.

Die jetzige Reihe P heiſse wieder der Cosinus und die Reihe Q der Sinus von x, nur werden sie mit lateinischen Vorsilben, welche kleine Anfangsbuchstaben führen, zur auffallenderen Unterscheidung bezeichnet; also:

$$\cos x = \left(1 - \frac{x^2}{2'} + \frac{x^4}{4'} - \frac{x^6}{6'} + \frac{x^8}{8'} \ldots\right) = S(-1)^a \frac{x^{2a}}{(2a)'},$$

$$\sin x = \left(x - \frac{x^3}{3'} + \frac{x^5}{5'} - \frac{x^7}{7'} + \frac{x^9}{9'} \ldots\right) = S(-1)^a \frac{x^{2a+1}}{(2a+1)'}.$$

Man hat also $\mathfrak{Cos}(x\sqrt{-1}) = \cos x$ und $\mathfrak{Sin}(x\sqrt{-1}) = (\sin x).\sqrt{-1}$. Aber auch umgekehrt hat man $\cos(x\sqrt{-1}) = \mathfrak{Cos}\, x$ und $\sin(x\sqrt{-1}) = (\mathfrak{Sin}\, x).\sqrt{-1}$. Will man für die Functionen $\cos x$ und $\sin x$ geschlossene Ausdrücke haben, so leitet man aus den Gleichungen $e^{x\sqrt{-1}} = \cos x + \sin x.\sqrt{-1}$ und $e^{-x\sqrt{-1}} = \cos x - \sin x\sqrt{-1}$ leicht die beiden folgenden Ausdrücke her:

$$\cos x = \frac{e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}}{2} \quad \text{und} \quad \sin x = \frac{e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}.$$

Um nun die Functionen $\mathfrak{Cos}\, x$ und $\mathfrak{Sin}\, x$ unter der Annahme, daſs x möglich sei, von den Functionen $\cos x$ und $\sin x$ zu unterscheiden, mögen jene **hyperbolische**, diese hingegen **cyklische** Potenzial-Functionen heiſsen. Die Gründe dieser Benennungen werden später vorkommen. Auch die Tangenten und Cotangenten werden also unterschieden. Setzt man nemlich:

$$\tang x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \text{und} \quad \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

als Bezeichnung der cyklischen Tangenten und Cotangenten fest, so findet man:

$$\mathfrak{Tang}(x\sqrt{-1}) = (\tang x).\sqrt{-1}, \qquad \tang(x\sqrt{-1}) = (\mathfrak{Tang}\, x).\sqrt{-1},$$

und eben so

$$\mathfrak{Cot}\,(x\sqrt{-1}) = \frac{\cot x}{\sqrt{-1}}, \qquad \cot\,(x\sqrt{-1}) = \frac{\mathfrak{Cot}\, x}{\sqrt{-1}},$$

so daſs also der Übergang von den hyperbolischen Functionen zu den cyklischen gleichförmig ist mit dem Rückgange von diesen zu jenen.

§. 7.

Die Multiplication der Gleichungen $e^{x\sqrt{-1}} = \cos x + \sin x\sqrt{-1}$ und $e^{-x\sqrt{-1}} = \cos x - \sin x\sqrt{-1}$ giebt die neue Formel:

$$\cos x^2 + \sin x^2 = 1.$$

dieselbe erhält man auch, wenn man in der ähnlichen früheren $\mathfrak{Cos}\, x^2 - \mathfrak{Sin}\, x^2 = 1$ für x nur $x\sqrt{-1}$ an die Stelle setzt, weil $(\mathfrak{Cos}\,(x\sqrt{-1}))^2 = (\cos x)^2$ und $(\mathfrak{Sin}\,(x\sqrt{-1}))^2 = ((\sin x).(\sqrt{-1}))^2 = -(\sin x)^2$ ist. Mit der so eben hergeleiteten Gleichung gehören noch die folgenden zusammen:

$$\tang x . \cot x = 1,$$

$$1 + \tang x^2 = \frac{1}{\cos x^2},$$

$$1 + \cot x^2 = \frac{1}{\sin x^2},$$

wodurch man in den Stand gesetzt wird, aus dem Werthe einer der vier Functionen $\cos x$, $\sin x$, $\operatorname{tang} x$ und $\cot x$ jedesmal die drei anderen zu berechnen.

Ferner hat man, wenn gesetzt wird:
$u^{x\sqrt{-1}} = \cos(x,u) + \sin(x,u)\sqrt{-1}$ und $u^{-x\sqrt{-1}} = \cos(x,u) - \sin(x,u)\sqrt{-1}$, die Formeln: $\cos(x,u) = \cos(x \log u)$ und $\sin(x,u) = \sin(x \log u)$; wie auch endlich $\mathrm{Cos}(x\sqrt{-1}, u) = \cos(x,u)$; $\mathrm{Sin}(x\sqrt{-1}, u) = \sin(x,u) . \sqrt{-1}$, mit den umgekehrten Formeln:

$$\cos(x\sqrt{-1}, u) = \mathrm{Cos}(x,u) \quad \text{und} \quad \sin(x\sqrt{-1}, u) = \mathrm{Sin}(x,u) . \sqrt{-1}.$$

§. 8.

Zur Berechnung von $\cos x$ und $\sin x$ dienen die in §. 6. angegebenen Reihen, welche ebenfalls immer convergiren. Die Anwendung derselben ist am einfachsten für $x = 1$; man findet dann:

$$\cos 1 = 0,54030\ 23058\ 68039\ 71740\ 09367,$$
$$\sin 1 = 0,84147\ 09848\ 07896\ 50665\ 25024,$$

welche Werthe in die Gleichungen $e^{\sqrt{-1}} = \cos 1 + \sin 1 . \sqrt{-1}$ und $e^{-\sqrt{-1}} = \cos 1 - \sin 1 . \sqrt{-1}$ substituirt werden können.

Für $x = 0$ findet man, wie früher:

$$\cos 0 = 1;\ \sin 0 = 0;\ \operatorname{tang} 0 = 0 \ \text{und}\ \cot 0 = \tfrac{1}{0}.$$

Stellt man sich die Beziehung zwischen den cyklischen Functionen und ihren Arcus umgekehrt vor, so hat man folgende Darstellungsweisen:

Ist $\cos x = z$, so ist $x = \operatorname{arc}(\cos = z)$.
Ist $\sin x = z$, so ist $x = \operatorname{arc}(\sin = z)$.
Ist $\operatorname{tang} x = z$, so ist $x = \operatorname{arc}(\operatorname{tang} = z)$.
Ist $\cot x = z$, so ist $x = \operatorname{arc}(\cot = z)$.

Die Arcus gegebener cyklischer Potenzial-Functionen lassen sich eben so wie die der hyperbolischen in geschlossenen Ausdrücken angeben. So hat man z. B.

$$\operatorname{arc}(\operatorname{tang} = z) = \frac{1}{2\sqrt{-1}} \log \frac{1 + z\sqrt{-1}}{1 - z\sqrt{-1}}.$$

§. 9.

Die für $\mathrm{Cos}\, x$ und $\mathrm{Sin}\, x$ angegebenen Reihen geben unmittelbar zu erkennen, daſs die Werthe dieser beiden hyperbolischen Functionen immerfort wachsen, wenn der Arcus x zunimmt, und daſs sie also jeder auch noch so groſsen Zahl gleich werden können. Aber nur der (hyperbolische) Sinus $\mathrm{Sin}\, x$ kann jede Kleinheit erreichen, denn für $x = 0$ ist er selbst Null, der Cosinus hingegen ist immer > 1, und nur für $x = 0$ ist

er selbst $=1$. Auch bleibt der hyperbolische Cosinus einer Zahl immer gröſser als ihr Sinus; denn da $\mathrm{Cos}\,x^2 - \mathrm{Sin}\,x^2 = 1$ ist, so ist $\mathrm{Cos}\,x^2 > \mathrm{Sin}\,x^2$, und also $\mathrm{Cos}\,x > \mathrm{Sin}\,x$.

Da weiter $\mathrm{Tang}\,x = \frac{\mathrm{Sin}\,x}{\mathrm{Cos}\,x}$, so ist $\mathrm{Tang}\,x$ immer <1; übrigens wird die hyperbolische Tangente eines Arcus immer gröſser, wenn der Arcus wächst, welches durch die Formel $1 - \mathrm{Tang}\,x^2 = \frac{1}{\mathrm{Cos}\,x^2}$ klar wird; sie nähert sich also von Null an dem Werthe Eins, als einer unerreichbaren Grenze. Eben daher nehmen bei wachsendem Arcus die hyperbolischen Cotangenten von $\frac{1}{0}$ an immer ab, und nähern sich der Grenze Eins ebenfalls ins Unendliche.

Bei weitem schwieriger ist es, das Verhalten der cyklischen Functionen beim wachsenden Arcus im Allgemeinen anzugeben, da aus den Reihen für $\cos x$ und $\sin x$ nicht so leicht ihr Fallen und Steigen im Werthe erkannt wird, und aus der Gleichung $\cos x^2 + \sin x^2 = 1$ nicht zu ersehen ist, ob $\cos x >$ oder $< \sin x$ sei.

Schlieſslich mögen noch einige Ausdrücke für die Potenzial-Functionen angegeben werden, welche bisweilen mit Nutzen zu gebrauchen sind. Setzt man nämlich $e^x = v$, so ist $e^{-x} = \frac{1}{v}$ und $x = \log v$. Werden diese Werthe substituirt, so hat man

$$\mathrm{Cos}\log v = \frac{v^2+1}{2v}, \quad \mathrm{Sin}\log v = \frac{v^2-1}{2v}, \quad \mathrm{Tang}\log v = \frac{v^2-1}{v^2+1}.$$

Die Addition der beiden ersten Gleichungen giebt $\mathrm{Cos}\log v + \mathrm{Sin}\log v = v$, was auch anderweitig leicht erhellet.

Setzt man in der letzten Gleichung $v = \sqrt{(2w-1)}$, also $v^2 = 2w-1$, so erhält man

$$\mathrm{Tang}\log\sqrt{(2w-1)} = 1 - \frac{1}{w}.$$

Leicht findet man auch die drei folgenden Formeln:

$$\mathrm{Cos}\log\sqrt{\frac{1+w}{1-w}} = \frac{1}{\sqrt{(1-w^2)}}; \quad \mathrm{Sin}\log\sqrt{\frac{1+w}{1-w}} = \frac{w}{\sqrt{(1-w^2)}} \quad \text{und}$$

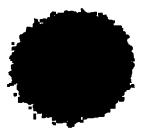
$$\mathrm{Tang}\log\sqrt{\frac{1+w}{1-w}} = w.$$

Setzt man in den vorigen Formeln z. B. $v = 2$, so findet man:

$$\mathrm{Cos}\log 2 = \tfrac{5}{4}; \quad \mathrm{Sin}\log 2 = \tfrac{3}{4} \quad \text{und} \quad \mathrm{Tang}\log 2 = \tfrac{3}{5},$$

als einfachste rationale Werthe der hyperbolischen Functionen; der Arcus ist aber:

$$\log 2 = 0{,}6931\ 4718\ 0559\ 9453\ 0941\ 7232\ 1214\ 5817\ 6568\ 0755 \ldots$$



Dritter Abschnitt.

Die einfachsten Beziehungen unter den Potenzial-Functionen verschiedener Arcus.

§. 10.

Für das gewöhnliche Rechnen mit den hyperbolischen und cyklischen Functionen ist es nothwendig, den Zusammenhang dieser Functionen bei einer Beziehung auf verschiedene Arcus zu kennen und in Formeln auszudrücken. Wird die Menge dieser Formeln nicht ohne Noth vergröſsert, so können sie vom Gedächtnisse bewahrt werden.

Da $e^a = \text{Cos}\, a + \text{Sin}\, a$ und $e^b = \text{Cos}\, b + \text{Sin}\, b$ ist, so erhält man durch Multiplication:

$$e^{a+b} = \text{Cos}\, a . \text{Cos}\, b + \text{Sin}\, a . \text{Sin}\, b + \text{Sin}\, a . \text{Cos}\, b + \text{Cos}\, a . \text{Sin}\, b.$$

Eben so giebt die Multiplication der Gleichungen $e^{-a} = \text{Cos}\, a - \text{Sin}\, a$ und $e^{-b} = \text{Cos}\, b - \text{Sin}\, b$:

$$e^{-a-b} = \text{Cos}\, a . \text{Cos}\, b + \text{Sin}\, a . \text{Sin}\, b - \text{Sin}\, a . \text{Cos}\, b - \text{Cos}\, a . \text{Sin}\, b.$$

Da nun aber $\text{Cos}(a+b) = \frac{e^{a+b} + e^{-a-b}}{2}$ und $\text{Sin}(a+b) = \frac{e^{a+b} - e^{-a-b}}{2}$ ist, so findet man durch Substitution der vorhin entwickelten Producte die beiden Formeln:

$$1. \quad \text{Cos}(a+b) = \text{Cos}\, a . \text{Cos}\, b + \text{Sin}\, a . \text{Sin}\, b,$$

$$2. \quad \text{Sin}(a+b) = \text{Sin}\, a . \text{Cos}\, b + \text{Cos}\, a . \text{Sin}\, b.$$

Setzt man in diese Formeln $-b$ für b, so erhält man noch, da $\text{Cos} - b = \text{Cos}\, b$ und $\text{Sin} - b = -\text{Sin}\, b$ ist, die beiden Formeln:

$$3. \quad \text{Cos}(a-b) = \text{Cos}\, a . \text{Cos}\, b - \text{Sin}\, a . \text{Sin}\, b,$$

$$4. \quad \text{Sin}(a-b) = \text{Sin}\, a . \text{Cos}\, b - \text{Cos}\, a . \text{Sin}\, b.$$

Will man statt der hyperbolischen Functionen cyklische haben, so setze man nur in den erhaltenen vier Formeln $a\sqrt{-1}$ für a und zugleich $b\sqrt{-1}$ für b; die neuen Formeln sind dann:

$$5. \quad \cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b,$$

$$6. \quad \sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b,$$

$$7. \quad \cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b,$$

$$8. \quad \sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b.$$

Vermöge dieser acht Formeln kann man aus den bekannten Sinus und Cosinus zweier Arcus den Sinus und Cosinus ihrer Summe und ihres Unterschiedes berechnen.

§. 11.

Man kann den so eben hergeleiteten Formeln auch folgende Gestalt geben:

$$\mathfrak{Cos}(a \pm b) = \mathfrak{Cos}\, a \,.\, \mathfrak{Cos}\, b\,(1 \pm \mathfrak{Tang}\, a \,.\, \mathfrak{Tang}\, b),$$
$$\mathfrak{Sin}(a \pm b) = \mathfrak{Cos}\, a \,.\, \mathfrak{Cos}\, b\,(\mathfrak{Tang}\, a \pm \mathfrak{Tang}\, b),$$
$$\cos(a \pm b) = \cos a \,.\, \cos b\,(1 \pm \operatorname{tang} a \,.\, \operatorname{tang} b),$$
$$\sin(a \pm b) = \cos a \,.\, \cos b\,(\operatorname{tang} a \pm \operatorname{tang} b),$$

und durch Dividiren erhält man dann ferner die vier neuen Formeln:

$$\mathfrak{Tang}(a+b) = \frac{\mathfrak{Tang}\, a + \mathfrak{Tang}\, b}{1 + \mathfrak{Tang}\, a \,.\, \mathfrak{Tang}\, b}, \qquad \operatorname{tang}(a+b) = \frac{\operatorname{tang} a + \operatorname{tang} b}{1 - \operatorname{tang} a \,.\, \operatorname{tang} b},$$
$$\mathfrak{Tang}(a-b) = \frac{\mathfrak{Tang}\, a - \mathfrak{Tang}\, b}{1 - \mathfrak{Tang}\, a \,.\, \mathfrak{Tang}\, b}, \qquad \operatorname{tang}(a-b) = \frac{\operatorname{tang} a - \operatorname{tang} b}{1 + \operatorname{tang} a \,.\, \operatorname{tang} b}.$$

Aus den bekannten Tangenten zweier Arcus lassen sich nach diesen Formeln die Tangente ihrer Summe und die ihres Unterschiedes berechnen. Für die Cotangenten könnte man leicht ähnliche Formeln herleiten. Man hat übrigens noch die vier folgenden Formeln:

$$\mathfrak{Tang}\, a + \mathfrak{Tang}\, b = \frac{\mathfrak{Sin}(a+b)}{\mathfrak{Cos}\, a \,.\, \mathfrak{Cos}\, b}, \qquad \operatorname{tang} a + \operatorname{tang} b = \frac{\sin(a+b)}{\cos a \cos b},$$
$$\mathfrak{Tang}\, a - \mathfrak{Tang}\, b = \frac{\mathfrak{Sin}(a-b)}{\mathfrak{Cos}\, a \,.\, \mathfrak{Cos}\, b}, \qquad \operatorname{tang} a - \operatorname{tang} b = \frac{\sin(a-b)}{\cos a \cos b}.$$

Die Summe und der Unterschied zweier Tangenten können hiernach immer in einen eingliedrigen Ausdruck umgesetzt werden.

§. 12.

Setzt man in früheren Formeln (des §. 10.) $\frac{a}{2}$ sowohl für a als auch für b, so erhält man:

1. $\mathfrak{Sin}\, a = 2\,\mathfrak{Sin}\frac{a}{2}\,\mathfrak{Cos}\frac{a}{2}$ und $\sin a = 2 \sin\frac{a}{2} \cos\frac{a}{2}$,

2. $\mathfrak{Cos}\, a = \mathfrak{Cos}\frac{a}{2}^2 + \mathfrak{Sin}\frac{a}{2}^2$ und $\cos a = \cos\frac{a}{2}^2 - \sin\frac{a}{2}^2$,

3. $\mathfrak{Tang}\, a = \dfrac{2\,\mathfrak{Tang}\frac{a}{2}}{1 + \mathfrak{Tang}\frac{a}{2}^2}$ und $\operatorname{tang} a = \dfrac{2 \operatorname{tang}\frac{a}{2}}{1 - \operatorname{tang}\frac{a}{2}^2}$.

Die Formeln (2.) haben Ähnlichkeit mit den Formeln:

$$1 = \mathfrak{Cos}\frac{a}{2}^2 - \mathfrak{Sin}\frac{a}{2}^2 \quad \text{und} \quad 1 = \cos\frac{a}{2}^2 + \sin\frac{a}{2}^2,$$

und durch ihre Verbindung mit diesen erhält man die neuen Formeln:

4. $\mathfrak{Cos}\, a + 1 = 2\,\mathfrak{Cos}\frac{a}{2}^2$ und $1 + \cos a = 2\cos\frac{a}{2}^2$,

5. $\mathfrak{Cos}\, a - 1 = 2\,\mathfrak{Sin}\frac{a}{2}^2$ und $1 - \cos a = 2\sin\frac{a}{2}^2$.

Durch Division erhält man hieraus weiter:

$$6.\quad \mathrm{Tang}\frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\mathrm{Cos}\,a - 1}{\mathrm{Cos}\,a + 1}} \quad \text{und} \quad \tan\frac{a}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos a}{1+\cos a}}.$$

Macht man die Zähler oder auch die Nenner der letzten Ausdrücke rational, so entstehen die umgeformten Ausdrücke:

$$7.\quad \mathrm{Tang}\frac{a}{2} = \frac{\mathrm{Sin}\,a}{\mathrm{Cos}\,a+1} = \frac{\mathrm{Cos}\,a - 1}{\mathrm{Sin}\,a} \quad \text{und} \quad \tan\frac{a}{2} = \frac{\sin a}{1+\cos a} = \frac{1-\cos a}{\sin a}.$$

Diese Ausdrücke lassen sich auch auf folgende Weise darstellen:

$$8.\quad \mathrm{Tang}\frac{a}{2} = \mathrm{Cot}\,a - \frac{1}{\mathrm{Sin}\,a} \qquad \tan\frac{a}{2} = \frac{1}{\sin a} - \cot a$$

$$9.\quad \mathrm{Cot}\frac{a}{2} = \mathrm{Cot}\,a + \frac{1}{\mathrm{Sin}\,a} \qquad \cot\frac{a}{2} = \frac{1}{\sin a} + \cot a.$$

Durch Addition und Subtraction erhält man hieraus ferner:

$$10.\quad \mathrm{Cot}\frac{a}{2} - \mathrm{Tang}\frac{a}{2} = \frac{2}{\mathrm{Sin}\,a}, \qquad \cot\frac{a}{2} + \tan\frac{a}{2} = \frac{2}{\sin a},$$

$$11.\quad \mathrm{Cot}\frac{a}{2} + \mathrm{Tang}\frac{a}{2} = 2\,\mathrm{Cot}\,a, \qquad \cot\frac{a}{2} - \tan\frac{a}{2} = 2\cot a.$$

Endlich giebt die Umkehrung der Formeln (6.) die neuen:

$$12.\quad \mathrm{Cos}\,a = \frac{1+\mathrm{Tang}\frac{a^2}{2}}{1-\mathrm{Tang}\frac{a^2}{2}} \quad \text{und} \quad \cos a = \frac{1-\tan\frac{a^2}{2}}{1+\tan\frac{a^2}{2}}.$$

§. 13.

Producte von Sinus und Cosinus lassen sich in Summen und Unterschiede solcher Functionen, und umgekehrt diese in jene umsetzen. Dazu dienen die Formeln:

$$\begin{aligned}
\mathrm{Cos}\,a.\mathrm{Cos}\,b &= \tfrac{1}{2}\mathrm{Cos}(a+b) + \tfrac{1}{2}\mathrm{Cos}(a-b) & \cos a.\cos b &= \tfrac{1}{2}\cos(a-b) + \tfrac{1}{2}\cos(a+b),\\
\mathrm{Sin}\,a.\mathrm{Sin}\,b &= \tfrac{1}{2}\mathrm{Cos}(a+b) - \tfrac{1}{2}\mathrm{Cos}(a-b) & \sin a.\sin b &= \tfrac{1}{2}\cos(a-b) - \tfrac{1}{2}\cos(a+b),\\
\mathrm{Sin}\,a.\mathrm{Cos}\,b &= \tfrac{1}{2}\mathrm{Sin}(a+b) + \tfrac{1}{2}\mathrm{Sin}(a-b) \quad \text{und} & \sin a.\cos b &= \tfrac{1}{2}\sin(a+b) + \tfrac{1}{2}\sin(a-b),\\
\mathrm{Cos}\,a.\mathrm{Sin}\,b &= \tfrac{1}{2}\mathrm{Sin}(a+b) - \tfrac{1}{2}\mathrm{Sin}(a-b) & \cos a.\sin b &= \tfrac{1}{2}\sin(a+b) - \tfrac{1}{2}\sin(a-b),
\end{aligned}$$

welche durch die einfachsten Verbindungen der Formeln des §. 10. gewonnen werden. Setzt man hierin weiter $\frac{a+b}{2}$ für a und $\frac{a-b}{2}$ für b, so erhält man noch:

$$\begin{aligned}
\mathrm{Cos}\,a + \mathrm{Cos}\,b &= 2\,\mathrm{Cos}\frac{a+b}{2}.\mathrm{Cos}\frac{a-b}{2} & \cos b + \cos a &= 2\cos\frac{a+b}{2}.\cos\frac{a-b}{2},\\
\mathrm{Cos}\,a - \mathrm{Cos}\,b &= 2\,\mathrm{Sin}\frac{a+b}{2}.\mathrm{Sin}\frac{a-b}{2} & \cos b - \cos a &= 2\sin\frac{a+b}{2}.\sin\frac{a-b}{2},\\
\mathrm{Sin}\,a + \mathrm{Sin}\,b &= 2\,\mathrm{Sin}\frac{a+b}{2}.\mathrm{Cos}\frac{a-b}{2} \quad \text{und} & \sin a + \sin b &= 2\sin\frac{a+b}{2}.\cos\frac{a-b}{2},\\
\mathrm{Sin}\,a - \mathrm{Sin}\,b &= 2\,\mathrm{Cos}\frac{a+h}{2}.\mathrm{Sin}\frac{a-b}{2} & \sin a - \sin b &= 2\cos\frac{a+b}{2}.\sin\frac{a-b}{2}.
\end{aligned}$$

Aus diesen Formeln können wieder neue abgeleitet werden; unter andern:

$$\mathfrak{Cos}\, a^2 - \mathfrak{Cos}\, b^2 = \mathfrak{Sin}\, a^2 - \mathfrak{Sin}\, b^2 = \mathfrak{Sin}(a+b) \cdot \mathfrak{Sin}(a-b),$$
$$\cos b^2 - \cos a^2 = \sin a^2 - \sin b^2 = \sin(a+b) \cdot \sin(a-b).$$

§. 14.

Der Gleichung $\sin k^2 + \cos k^2 = 1$ gemäfs, nimmt der Werth des cyklischen Cosinus ab, wenn der cyklische Sinus zunimmt, und umgekehrt. Da ferner, ungeachtet der ins Unendliche fortgesetzten Vergröfserung des Arcus k, die Functionen $\sin k$ und $\cos k$ im Werthe nie mehr betragen als ± 1, so entsteht die Vermuthung, dafs zu verschiedenen Arcus nicht immer verschiedene Sinus und Cosinus gehören, und auch, dafs es einen oder mehr Arcus geben werde, deren Sinus so grofs sind, als ihre Cosinus. Stellt k den kleinsten dieser Arcus vor, falls es deren mehr giebt, und setzt man $\sin k = \cos k$, so findet man

$$\sin k = \sqrt{\tfrac{1}{2}}, \text{ und also auch } \cos k = \sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

Das Vierfache dieser Zahl k, welche später berechnet wird, ist mit π bezeichnet worden, und man hat also:

$$\sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4} = \sqrt{\tfrac{1}{2}};$$

so wie

$$\mathfrak{Sin}\left(\frac{\pi}{4}\sqrt{-1}\right) = \sqrt{-\tfrac{1}{2}} \text{ und } \mathfrak{Cos}\left(\frac{\pi}{4}\sqrt{-1}\right) = \sqrt{\tfrac{1}{2}},$$

also auch

$$\text{tang}\,\frac{\pi}{4} = 1 \text{ und } \mathfrak{Tang}\left(\frac{\pi}{4}\sqrt{-1}\right) = \sqrt{-1}.$$

Setzt man in der Formel $\cos a = \cos\frac{a^2}{2} - \sin\frac{a^2}{2}$, $2k$ oder $\frac{\pi}{2}$ an die Stelle von a, so erhält man $\cos\frac{\pi}{2} = 0$; und die Formel $\sin a = 2\sin\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2}$ giebt $\sin\frac{\pi}{2} = +1$.

Setzt man in den so eben gebrauchten Formeln $a = \pi$, so findet man $\cos\pi = -1$ und $\sin\pi = 0$.

Wird weiter in den Formeln $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ und $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$ für a gesetzt π, und für b gesetzt $\frac{\pi}{2}$, so findet man $\cos\frac{3}{2}\pi = 0$ und $\sin\frac{3}{2}\pi = -1$. Auf ähnliche Art findet man $\cos 2\pi = 1$ und $\sin 2\pi = 0$.

Setzt man endlich in den Formeln $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$ und $\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$, 2π an die Stelle von b, so findet man

$$\cos(a \pm 2\pi) = \cos a, \quad \sin(a \pm 2\pi) = \sin a, \quad \text{also auch } \text{tang}(a \pm 2\pi) = \text{tang}\, a.$$

Man darf also den Arcus einer cyklischen Function immer um 2π, und also überhaupt um ein Vielfaches der Zahl 2π vermehren oder vermindern, ohne daſs dadurch der Werth der cyklischen Function im mindesten verändert wird; sie sind also periodische Functionen, weil immer dieselben Reihen ihrer Werthe wiederkehren.

§. 15.

Wollte man Tabellen für die cyklischen Functionen entwerfen, aus welchen für jeden Arcus der Werth einer ihm zugehörigen cyklischen Function entnommen werden könnte, so reicht es, wie man bald einsieht, hin, die Werthe des cyklischen Sinus und der cyklischen Tangente für die wachsenden Arcus zwischen den Grenzen 0 und $\frac{\pi}{2}$ zu berechnen, weil sie zur Realisirung der Werthe auch der übrigen cyklischen Functionen dienen, und auch dann noch dazu dienen, wenn der Arcus weit über die genannten Grenzen hinausgeht. Die Formeln $\sin a = \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$ und $\operatorname{tang} a = \cot\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$, welche leicht bewiesen werden, zeigen nemlich, daſs die berechneten Sinus zugleich Cosinus, und die berechneten Tangenten zugleich Cotangenten sind, wenn nur die Arcus dieser von den Arcus jener allemal zu $\frac{\pi}{2}$ ergänzt werden.

Ist aber ein Arcus gröſser als $\frac{\pi}{2}$ und $< \pi$, so dienen zur Realisirung der Werthe eines solchen Arcus die Formeln:

$$\sin k = \sin(\pi - k);\quad \cos k = -\cos(\pi - k);\quad \operatorname{tang} k = -\operatorname{tang}(\pi - k) \text{ und}$$
$$\cot k = -\cot(\pi - k),$$

oder auch die folgenden:

$$\sin k = \cos\left(k - \frac{\pi}{2}\right);\quad \cos k = -\sin\left(k - \frac{\pi}{2}\right);\quad \operatorname{tang} k = -\cot\left(k - \frac{\pi}{2}\right) \text{ und}$$
$$\cot k = -\operatorname{tang}\left(k - \frac{\pi}{2}\right).$$

Ist ein Arcus $k > \pi$, aber $< \frac{3}{2}\pi$, so rechnet man nach den Formeln:

$$\sin k = -\sin(k - \pi);\quad \cos k = -\cos(k - \pi);\quad \operatorname{tang} k = \operatorname{tang}(k - \pi) \text{ und}$$
$$\cot k = \cot(k - \pi).$$

Ist ein Arcus $k > \frac{3}{2}\pi$ und $< 2\pi$, so dienen die Formeln:

$$\sin k = -\sin(2\pi - k);\quad \cos k = \cos(2\pi - k);\quad \operatorname{tang} k = -\operatorname{tang}(2\pi - k) \text{ und}$$
$$\cot k = -\cot(2\pi - k).$$

Ist endlich der Arcus $k > 2\pi$, so wird man so oft 2π davon subtrahiren, als es angeht, weil eine solche Verkleinerung auf den Werth der

cyklischen Function keinen Einfluſs hat; und da ihr Arcus dann $< 2\pi$ ist, so kann ihr Werth nach den vorigen Regeln aus der erwähnten Tabelle entnommen werden.

Die willkürliche Eintheilung der Zahl 2π in 360 sogenannte Grade, wie auch die neuere Eintheilung derselben Zahl in 400 (kleinere) Grade nebst den Unter-Abtheilungen, sind bekannt; auch die Einrichtung und der Gebrauch der sogenannten trigonometrischen Tafeln.

Von den mehreren Formeln, welche gewöhnlich in den Lehrbüchern der Trigonometrie aufgestellt werden, finden hier nur noch wenige Platz, weil sie später in Gebrauch kommen.

Da $1+\sin a = 1+\cos\left(\frac{\pi}{2}-a\right)$ ist, so hat man:

$$1.\quad \begin{cases} 1+\sin a = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{a}{2}\right)\right)^2, \\ 1-\sin a = 2\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{a}{2}\right)\right)^2. \end{cases}$$

Da ferner $\cos\frac{a}{2}^2+\sin\frac{a}{2}^2 = 1$ und $2\sin\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2} = \sin a$ ist, so erhält man durch Addition und Subtraction:

$$2.\quad \begin{cases} \cos\frac{a}{2}+\sin\frac{a}{2} = \sqrt{(1+\sin a)}, \\ \cos\frac{a}{2}-\sin\frac{a}{2} = \sqrt{(1-\sin a)}, \end{cases}$$

also auch:

$$3.\quad \frac{\cos\frac{a}{2}-\sin\frac{a}{2}}{\cos\frac{a}{2}+\sin\frac{a}{2}} = \frac{1-\tang\frac{a}{2}}{1+\tang\frac{a}{2}} = \sqrt{\left(\frac{1-\sin a}{1+\sin a}\right)} = \tang\left(\frac{\pi}{4}-\frac{a}{2}\right).$$

§. 16.

Werden die Potenzialfunctionen auf einen Arcus von der Form $a+b\sqrt{-1}$ kezogen, so gestatten sie eine Entwickelung, wodurch sie unter die ähnliche Form $A+B\sqrt{-1}$ gebracht werden, nemlich für die hyperbolischen Functionen:

$$\mathfrak{Cos}\,(a+b\sqrt{-1}) = \mathfrak{Cos}\,a.\cos b + \mathfrak{Sin}\,a.\sin b.\sqrt{-1},$$
$$\mathfrak{Cos}\,(a-b\sqrt{-1}) = \mathfrak{Cos}\,a.\cos b - \mathfrak{Sin}\,a.\sin b.\sqrt{-1},$$
$$\mathfrak{Sin}\,(a+b\sqrt{-1}) = \mathfrak{Sin}\,a.\cos b + \mathfrak{Cos}\,a.\sin b.\sqrt{-1},$$
$$\mathfrak{Sin}\,(a-b\sqrt{-1}) = \mathfrak{Sin}\,a.\cos b - \mathfrak{Cos}\,a.\sin b.\sqrt{-1}.$$

Für die cyklischen Functionen erhält man die ähnlichen Formeln:

$$\cos(a+b\sqrt{-1}) = \cos a.\mathfrak{Cos}\, b - \sin a.\mathfrak{Sin}\, b.\sqrt{-1},$$
$$\cos(a-b\sqrt{-1}) = \cos a.\mathfrak{Cos}\, b + \sin a.\mathfrak{Sin}\, b.\sqrt{-1},$$
$$\sin(a+b\sqrt{-1}) = \sin a.\mathfrak{Cos}\, b + \cos a.\mathfrak{Sin}\, b.\sqrt{-1},$$
$$\sin(a-b\sqrt{-1}) = \sin a.\mathfrak{Cos}\, b - \cos a.\mathfrak{Sin}\, b.\sqrt{-1}.$$

Ohne auf die möglichen Verbindungen unter diesen Formeln einzugehen, beschränken wir uns auf specielle Annahmen, welche die Gröſse von b in den vier ersten Formeln betreffen.

Setzt man $b=\frac{\pi}{2}$, so hat man die beiden Formeln:

$$\mathfrak{Cos}\left(a\pm\frac{\pi}{2}\sqrt{-1}\right) = \pm\,\mathfrak{Sin}\, a.\sqrt{-1},$$
$$\mathfrak{Sin}\left(a\pm\frac{\pi}{2}\sqrt{-1}\right) = \pm\,\mathfrak{Cos}\, a.\sqrt{-1}.$$

Wird $b=\pi=\frac{2\pi}{2}$ gesetzt, so sind die Formeln:

$$\mathfrak{Cos}(a\pm\pi\sqrt{-1}) = -\mathfrak{Cos}\, a,$$
$$\mathfrak{Sin}(a\pm\pi\sqrt{-1}) = -\mathfrak{Sin}\, a.$$

Für $b=3.\frac{\pi}{2}$ erhalten wir die zwei Formeln:

$$\mathfrak{Cos}(a\pm\tfrac{3}{2}\pi\sqrt{-1}) = \mp\,\mathfrak{Sin}\, a.\sqrt{-1}.$$
$$\mathfrak{Sin}(a\pm\tfrac{3}{2}\pi\sqrt{-1}) = \mp\,\mathfrak{Cos}\, a.\sqrt{-1}.$$

Setzt man endlich b gleich einem Vielfachen der Zahl 2π, oder $b=2n\pi$, so hat man, wenn n eine ganze Zahl ist:

$$\mathfrak{Cos}(a\pm 2n\pi\sqrt{-1}) = \mathfrak{Cos}\, a,$$
$$\mathfrak{Sin}(a\pm 2n\pi\sqrt{-1}) = \mathfrak{Sin}\, a.$$

Die hyperbolischen Functionen zeigen also auch ein periodisches Wiederkehren ihrer Werthe bei unmöglichen Arcus, und umgekehrt fehlt den cyklischen Functionen diese Eigenschaft bei einer Beziehung auf unmögliche Arcus.

Was die Tangenten betrifft, so erhält man für sie die Formeln:

$$\mathfrak{Tang}\left(a\pm\frac{\pi}{2}\sqrt{-1}\right) = \mathfrak{Cot}\, a,$$
$$\mathfrak{Tang}(a\pm\pi\sqrt{-1}) = \mathfrak{Tang}\, a,$$
$$\mathfrak{Tang}(a\pm\tfrac{3}{2}\pi\cdot\sqrt{-1}) = \mathfrak{Cot}\, a,$$
$$\mathfrak{Tang}(a\pm 2n\pi\sqrt{-1}) = \mathfrak{Tang}\, a.$$

Zu einer jeden hyperbolischen Function gehören also unzählige Arcus, die sich um ein Vielfaches des Ausdrucks $2\pi\sqrt{-1}$ von einander unterscheiden; bei den Tangenten und Cotangenten ist dieser Unterschied überhaupt ein Vielfaches von $\pi\sqrt{-1}$.

Vierter Abschnitt.

Differenziale der Potenzial-Functionen und ihrer Arcus. Grundformeln für die Integrale.

§. 17.

Wenn man die Reihe $\mathfrak{Sin}\,x = S\frac{x^{2\alpha+1}}{(2\alpha+1)'}$ differenzirt, so erhält man: $\partial\,\mathfrak{Sin}\,x = \partial x \,.\, S\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)'}$, oder einfacher:

$$1.\quad \partial\,\mathfrak{Sin}\,x = \mathfrak{Cos}\,x \,.\, \partial x.$$

Auf ähnliche Art findet man aus der Reihe für $\mathfrak{Cos}\,x$ das Differenzial:

$$2.\quad \partial\,\mathfrak{Cos}\,x = \mathfrak{Sin}\,x \,.\, \partial x.$$

Dasselbe Resultat erhält man aber auch, indem man die Gleichung $\mathfrak{Cos}\,x^2 = 1 + \mathfrak{Sin}\,x^2$ differenzirt.

Da weiter $\mathfrak{Tang}\,x = \frac{\mathfrak{Sin}\,x}{\mathfrak{Cos}\,x}$ ist, so hat man

$$\partial\,\mathfrak{Tang}\,x = \frac{\mathfrak{Cos}\,x\,\partial\,\mathfrak{Sin}\,x - \mathfrak{Sin}\,x\,\partial\,\mathfrak{Cos}\,x}{\mathfrak{Cos}\,x^2},$$

und werden die früheren Resultate substituirt, so gelangt man zu:

$$3.\quad \partial\,\mathfrak{Tang}\,x = \frac{\partial x}{\mathfrak{Cos}\,x^2} = \partial x\,(1 - \mathfrak{Tang}\,x^2).$$

Eben so findet man

$$4.\quad \partial\,\mathfrak{Cot}\,x = \frac{-\partial x}{\mathfrak{Sin}\,x^2} = -\partial x\,(\mathfrak{Cot}\,x^2 - 1).$$

Setzt man in sämmtlichen Formeln $x\sqrt{-1}$ für x, so erhält man für die cyklischen Functionen die Formeln:

$$5.\quad \partial \sin x = \cos x \,.\, \partial x,$$

$$6.\quad \partial \cos x = -\sin x \,.\, \partial x,$$

$$7.\quad \partial\,\mathrm{tang}\,x = \frac{\partial x}{\cos x^2} = \partial x\,(1 + \mathrm{tang}\,x^2),$$

$$8.\quad \partial \cot x = \frac{-\partial x}{\sin x^2} = -\partial x\,(1 + \cot x^2).$$

Die Differenziale der natürlichen Logarithmen der Potenzialfunctionen sind eben so einfach, und zwar:

$$9.\quad \partial \log \mathfrak{Cos}\,x = \mathfrak{Tang}\,x \,.\, \partial x \qquad \partial \log \text{[illegible]}\, x = -\mathrm{tang}\,x \,.\, \partial x,$$

$$10.\quad \partial \log \mathfrak{Sin}\,x = \mathfrak{Cot}\,x \,.\, \partial x \quad \text{und} \quad \partial \log \sin x = \cot x \,.\, \partial x,$$

$$11.\quad \partial \log \mathfrak{Tang}\,x = \frac{2\partial x}{\mathfrak{Sin}\,2x} \qquad \partial \log \mathrm{tang}\,x = \frac{2\partial x}{\sin 2x}.$$

Setzt man in der Formel für $\partial \log \mathrm{tang}\,x$, $\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}$ anstatt x, so erhält man:

$$12.\quad \partial \log \mathrm{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) = \frac{\partial x}{\cos x}.$$

§. 18.

Setzt man $\mathfrak{Sin}\, x = v$, so ist $\partial v = \mathfrak{Cos}\, x . \partial x = \partial x \sqrt{(1 + v^2)}$; also hat man
$$\partial\, \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin} = v) = \frac{\partial v}{\sqrt{(v^2+1)}}.$$

Setzt man $\mathfrak{Cos}\, x = v$, so ist $\mathfrak{Sin}\, x = \sqrt{(v^2 - 1)}$ und $\partial v = \partial x . \mathfrak{Sin}\, x = \partial x \sqrt{(v^2 - 1)}$; also $\partial\, \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos} = v) = \frac{\partial v}{\sqrt{(v^2-1)}}$.

Auf ähnliche Art findet man noch die beiden Formeln:
$$\partial\, \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Tang} = v) = \frac{\partial v}{1 - v^2} \quad \text{und} \quad \partial\, \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cot} = v) = \frac{-\partial v}{v^2 - 1}.$$

Für die cyklischen Functionen giebt es eben so viele Formeln, nemlich:
$$\partial \operatorname{arc}(\sin = v) = \frac{\partial v}{\sqrt{(1 - v^2)}},$$
$$\partial \operatorname{arc}(\cos = v) = \frac{-\partial v}{\sqrt{(1 - v^2)}},$$
$$\partial \operatorname{arc}(\operatorname{tang} = v) = \frac{\partial v}{1 + v^2},$$
$$\partial \operatorname{arc}(\cot = v) = \frac{-\partial v}{1 + v^2}.$$

Wenn man, umgekehrt, integrirt, so hat man:

1) $\int \frac{\partial v}{\sqrt{(v^2+1)}} = \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin} = v) + \text{const.}$ 2) $\int \frac{\partial v}{\sqrt{(1-v^2)}} = \operatorname{arc}(\sin = v) + \text{const.}$

3) $\int \frac{\partial v}{\sqrt{(v^2-1)}} = \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos} = v) + \text{const.}$ 4) $\int \frac{-\partial v}{\sqrt{(1-v^2)}} = \operatorname{arc}(\cos = v) + \text{const.}$

5) $\int \frac{\partial v}{1-v^2} = \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Tang} = v) + \text{const.}$ 6) $\int \frac{\partial v}{1+v^2} = \operatorname{arc}(\operatorname{tang} = v) + \text{const.}$

7) $\int \frac{-\partial v}{v^2-1} = \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cot} = v) + \text{const.}$ 8) $\int \frac{-\partial v}{1+v^2} = \operatorname{arc}(\cot = v) + \text{const.}$

und diese acht Formeln dienen als Grundformeln für die Integrale. Kann man ein vorgelegtes Integral unter eine von diesen Formeln bringen, so gelingt die Integration mit Leichtigkeit. Bisher sind nur die Formeln (2, 4, 6, 8) also benutzt worden; wo man die Formeln (1, 3, 5, 7) anzuwenden im Falle gewesen wäre, verzichtete man bisher auf ihre Benutzung, wegen Mangels gehöriger Ausbildung der Lehre von den hyperbolischen Functionen, und behalf sich mit den sogenannten logarithmischen Functionen, wenn gleich die Form solcher logarithmischer Integrale fast nie so bequem war, als man wünschen konnte. Wie ungleichmäſsig hier das Verfahren der Integralrechnung sei, und welche Weitläufigkeiten aus dieser Ungleichmäſsigkeit entstehen, darauf braucht wohl nicht aufmerksam gemacht zu werden.

Fünfter Abschnitt.
Reihen zur Berechnung der Arcus aus gegebenen Potenzial-Functionen.

§. 19.

Um zuerst die steigende Anordnung zu wählen, nehmen wir das Integral $\int \frac{\partial v}{\sqrt{(1+v^2)}} = \int \partial v (1+v^2)^{-\frac{1}{2}}$ und entwickeln die Potenz $(1+v^2)^{-\frac{1}{2}}$ nach Potenzen von v^2. Setzen wir, in Anwendung der Bezeichnung für die Facultäten von **Vandermonde**:

$[n]^{1} = n;$

$[n]^{2} = n(n-1);$

$[n]^{3} = n(n-1)(n-2);$ allgemein: $[n]^{m} = (n)(n-1)(n-2)\ldots\ldots(n-m+1);$

u. s. w.,

so ist nach dem binomischen Lehrsatze:

$$(a+b)^n = a^n + [n]^{1}_{1'} a^{n-1} b + [n]^{2}_{2'} a^{n-2} b^2 + [n]^{3}_{3'} a^{n-3} b^3 + [n]^{4}_{4'} a^{n-4} b + \text{ etc.},$$

oder einfacher:

$$(a+b)^n = S\,[n]^{\alpha}_{\alpha'} a^{n-\alpha} b^{\alpha},$$

und also auch:

$$(1-v^2)^{-\frac{1}{2}} = S\,[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'} v^{2\alpha}.$$

Wird auf beiden Seiten mit ∂v multiplicirt und dann integrirt, so hat man

$$\text{Arc}(\text{Sin} = v) = S\,[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'} \cdot \frac{v^{2\alpha+1}}{2\alpha+1},$$

denn, wenn das Integral für $v=0$ verschwinden soll, so ist die hinzuzufügende Constante Null. Setzt man $v\sqrt{-1}$ für v, so hat man:

$$\text{arc}(\sin = v) = S(-1)^{\alpha}\,[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'} \cdot \frac{v^{2\alpha+1}}{2\alpha+1}.$$

Da weiter $\frac{\partial v}{1-v^2} = S v^{2\alpha} . \partial v$, so hat man durch Integration:

$$\text{Arc}(\text{Tang} = v) = S \frac{v^{2\alpha+1}}{2\alpha+1}, \text{ also auch } \text{arc}(\text{tang} = v) = S(-1)^{\alpha} \frac{v^{2\alpha+1}}{2\alpha+1}.$$

Da $\log \sqrt{\left(\frac{1+v}{1-v}\right)} = \text{Arc}(\text{Tang} = v)$, so ist die dritte Reihe auch als eine Entwickelung von $\log \sqrt{\left(\frac{1+v}{1-v}\right)}$ anzusehen; sie convergirt übrigens immer, da v, als Werth einer hyperbolischen Tangente, immer < 1 ist.

Die ersten Glieder dieser vier Reihen sind:

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin}=v)=\frac{v}{1}-\frac{1}{2}\cdot\frac{v^3}{3}+\frac{1.3}{2.4}\cdot\frac{v^5}{5}-\frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\frac{v^7}{7}+\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\cdot\frac{v^9}{9}-\text{etc.}$$

$$\text{arc}(\sin=v)=\frac{v}{1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{v^3}{3}+\frac{1.3}{2.3}\cdot\frac{v^5}{5}+\frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\frac{v^7}{7}+\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\cdot\frac{v^9}{9}+\text{etc.}$$

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Tang}=v)=v+\frac{v^3}{3}+\frac{v^5}{5}+\frac{v^7}{7}+\frac{v^9}{9}+\text{etc.}$$

$$\text{arc}(\text{tang}=v)=v-\frac{v^3}{3}+\frac{v^5}{5}-\frac{v^7}{7}+\frac{v^9}{9}-\text{etc.}$$

Man hat die zweite und auch die vierte Reihe auf mehr als eine Weise benutzt, um die sogenannte Ludolphische Zahl π danach zu berechnen, indem der Cosinus ihrer Hälfte gleich Null, also der Sinus dieser Hälfte, welcher $=1$ ist, bekannt ist. Es ist gefunden worden:

$$\pi=3,14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ldots.$$

Man hat diese Zahl mit mehr als 150 Decimalstellen berechnet angegeben.

§. 20.

Eine Reihe, welche nach steigenden Potenzen des (hyperbolischen) Cosinus fortschritte, würde unnütz sein, wenn man sie auch herleiten könnte, da der Cosinus immer >1 ist. Aber der Ausdruck $\int\frac{\partial v}{\sqrt{(v^2-1)}}=\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos}=v)+\text{const.}$ kann nach einiger Umformung brauchbar werden zu einer steigenden Entwickelung.

Setzt man nemlich $v=1+w$, also $\partial v=\partial w$ und $v^2-1=2w+w^2=w(2+w)$, so hat man:

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos}=1+w)=\int\frac{\partial w}{\sqrt{2w}.\sqrt{\left(1+\frac{w}{2}\right)}},$$

und da $\frac{1}{\sqrt{\left(1+\frac{w}{2}\right)}}=S[-\tfrac{1}{2}]^{a}_{a^{\prime}}\left(\frac{w}{2}\right)^{a}$ ist, so ist:

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos}=1+w)=S[-\tfrac{1}{2}]^{a}_{a^{\prime}}(\tfrac{1}{2})^{\frac{2a+1}{2}}.\int w^{\frac{2a-1}{2}}\partial w.$$

Die Integration giebt:

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos}=1+w)=\left(S[-\tfrac{1}{2}]^{a}_{a^{\prime}}\frac{\left(\frac{w}{2}\right)^{a}}{2a+1}\right).\sqrt{2w},$$

weil die Constante wieder Null ist, da das Integral für $1+w=1$ oder $w=0$ verschwinden muss. Man kann die Reihe auch so schreiben:

$$x=\left(S[-\tfrac{1}{2}]^{a}_{a^{\prime}}\frac{\left(\frac{\mathfrak{Cos}\,x-1}{2}\right)^{a}}{2a+1}\right).\sqrt{(2(\mathfrak{Cos}\,x-1))},$$

und da $\mathfrak{Cos}\,x - 1 = 2\,\mathfrak{Sin}\,\frac{x^2}{2}$, so hat man, nach einer geringen Reduction:

$$\frac{x}{2} = S[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'} \frac{\left(\mathfrak{Sin}\,\frac{x}{2}\right)^{2\alpha+1}}{2\alpha+1},$$

welche Reihe mit der ersten im §. 19. wieder zusammenfällt. Im Anhange wird aber noch eine von den vorigen verschiedene, steigende Entwickelung hergeleitet werden.

§. 21.

Reihen mit fallender Anordnung der Glieder, welche brauchbar sind, gestatten die hyperbolischen Cosinus und Sinus, nicht aber die cyklischen. Da nemlich:

$$(v^2+1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{v} + S[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'}\, v^{-(2\alpha+1)}$$

für $\alpha > 0$ ist,

$$\text{und}\quad (v^2-1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{v} + S(-1)^{\alpha}[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'}\, v^{-(2\alpha+1)}$$

so hat man durch Integration, nach vorhergegangener Multiplication mit ∂v:

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin} = v) = \text{const.} + \log v - S[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'}.\frac{v^{-2\alpha}}{2\alpha} \quad \text{für } \alpha > 0,$$

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos} = v) = \text{const.} + \log v - S(-1)^{\alpha}[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'}.\frac{v^{-2\alpha}}{2\alpha} \quad \text{für } \alpha > 0.$$

Entwickelt man aber die Formeln:

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin} = v) = \log(v + \sqrt{(v^2+1)}),$$
$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos} = v) = \log(v + \sqrt{(v^2-1)}),$$

so findet man zum Anfangsgliede beider Reihen $\log(2v) = \log 2 + \log v$, so daſs also in beiden Reihen const. $= \log 2$ ist. Man hat also

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin} = v) = \log(2v) - S[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'}.\frac{\left(\frac{1}{v}\right)^{2\alpha}}{2\alpha} \quad \text{für } \alpha > 0,$$

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos} = v) = \log(2v) - S(-1)^{\alpha}[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'}.\frac{\left(\frac{1}{v}\right)^{2\alpha}}{2\alpha} \quad \text{für } \alpha > 0,$$

Die ersten Glieder dieser beiden Reihen sind:

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos} = v) = \log(2v) - \frac{1}{2}.\frac{1}{2v^2} - \frac{1.3}{2.4}.\frac{1}{4v^4} - \frac{1.3.5}{2.4.6}.\frac{1}{6v^6} - \frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}.\frac{1}{8v^8} - \text{etc.}$$

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin} = v) = \log(2v) + \frac{1}{2}.\frac{1}{2v^2} - \frac{1.3}{2.4}.\frac{1}{4v^4} + \frac{1.3.5}{2.4.6}.\frac{1}{6v^6} - \frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}.\frac{1}{8v^8} + \text{etc.}$$

Sie sind sehr brauchbar, wenn v eine beträchtliche Gröſse hat. Man kann aus diesen beiden Reihen eine dritte herleiten. Setzt man nemlich:

$$\mathfrak{Sin}(x+d) = \mathfrak{Cos}\, x,$$

so findet man

$$d = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\mathfrak{Cos}\, x}\right)^2 + \frac{1}{3}\cdot\frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\left(\frac{1}{\mathfrak{Cos}\, x}\right)^6 + \frac{1}{5}\cdot\frac{1.3.5.7.9}{2.4.6.8.10}\cdot\left(\frac{1}{\mathfrak{Cos}\, x}\right)^{10} + \text{etc.}$$

zum Ausdrucke der Zahl, welche man dem Arcus eines hyperbolischen Cosinus noch zulegen muſs, damit der Sinus des also vergröſserten Arcus dem gegebenen Cosinus gleich komme.

Der Ausdruck

$$d = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\mathfrak{Sin}\, x}\right)^2 + \frac{1}{3}\cdot\frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\left(\frac{1}{\mathfrak{Sin}\, x}\right)^6 + \frac{1}{5}\cdot\frac{1.3.5.7.9}{2.4.6.8.10}\cdot\left(\frac{1}{\mathfrak{Sin}\, x}\right)^{10} + \text{etc.}$$

gilt für die Zahl, um welche man den Arcus eines gegebenen Sinus vermindern muſs, wenn der Cosinus des verkleinerten Arcus dem gegebenen Sinus gleich sein soll.

Beide Reihen convergiren in der Regel rasch, und man sieht daraus, daſs d immer desto kleiner ist, je gröſser x genommen wird.

Sechster Abschnitt.
Differenzen der Arcus der Potenzial-Functionen.

§. 22.

Bei der Entwickelung der Differenzen der Arcus der Potenzial-Functionen kommt Vieles auf die Herleitung der höheren Differenziale des Arcus der vorliegenden Function an. Es sei $\text{Arc}(\mathfrak{Tang} = x) = k$, so ist $x = \mathfrak{Tang}\, k$, und wenn x sich verändert und etwa das Increment Δx nimmt, so geht k über in $k + \Delta k$. Nach dem Taylorschen Satze hat man dann:

$$\Delta k = \frac{\partial k}{\partial x}.\Delta x + \frac{\partial^2 k}{\partial x^2}.\frac{\Delta x^2}{2'} + \frac{\partial^3 k}{\partial x^3}.\frac{\Delta x^3}{3'} + \text{etc.}$$

oder

$$k + \Delta k = S\,\frac{\partial^a k}{\partial x^a}.\frac{\Delta x^a}{a'}.$$

Da nun aber $k = \frac{1}{2}\log\frac{1+x}{1-x}$ oder $2k = \log(1+x) - \log(1-x)$ ist, so hat man:

$$\frac{2\,\partial k}{\partial x} = (1+x)^{-1} + (1-x)^{-1}.$$

Differenziirt man also noch $(r-1)$mal nach einander, so erhält man:

$$\frac{\partial^r k}{\partial x^r} = \frac{(r-1)'}{2}[(1-x)^{-r} + (-1)^{r-1}(1+x)^{-r}].$$

Nun ist aber $x = \mathfrak{Tang}\, k$, also $(1-x)^{-r} = (\mathfrak{Cos}\, k - \mathfrak{Sin}\, k)^{-r}.\mathfrak{Cos}\, k^r = e^{+kr}.\mathfrak{Cos}\, k^r$ und $(-1)^{r-1}.(1+x)^{-r} = (-1)^{r-1}.(\mathfrak{Cos}\, k + \mathfrak{Sin}\, k)^{-r}.\mathfrak{Cos}\, k^r = (-1)^{r-1}.e^{-kr}.\mathfrak{Cos}\, k^r$;

also hat man:
$$\frac{\partial^r k}{\partial x^r} = \frac{(r-1)'}{2} \mathfrak{Cos}\, k^r (e^{kr} - (-1)^r e^{-kr}).$$
Der Ausdruck läſst sich noch weiter zusammenziehen, wenn man zwei Fälle unterscheidet, je nachdem r eine gerade oder ungerade Zahl ist.

1. Für ein gerades r hat man $\frac{\partial^r k}{\partial x^r} = (r-1)' \,\mathfrak{Cos}\, k^r . \mathfrak{Sin}\,(rk)$.

2. Für ein ungerades r hat man $\frac{\partial^r k}{\partial x^r} = (r-1)' \,\mathfrak{Cos}\, k^r . \mathfrak{Cos}\,(rk)$.

In Anwendung dieser Resultate giebt die vorhin genannte Taylorsche Reihe:
$$\Delta k = \mathfrak{Cos}\, k . (\mathfrak{Cos}\, k . \Delta \mathfrak{Tang}\, k)^1 + \frac{\mathfrak{Sin}\, 2k}{2} (\mathfrak{Cos}\, k . \Delta \mathfrak{Tang}\, k)^2 + \frac{\mathfrak{Cos}\, 3k}{3} (\mathfrak{Cos}\, k . \Delta \mathfrak{Tang}\, k)^3 + \text{etc.}$$
Um zu der ähnlichen Reihe für die cyklischen Functionen zu gelangen, setze man nur $k\sqrt{-1}$ für k, und die Reihe ist:
$$\Delta k = \cos k . (\cos k . \Delta \operatorname{tang} k)^1 - \frac{\sin 2k}{2} (\cos k . \Delta \operatorname{tang} k)^2 - \frac{\cos 3k}{3} (\cos k . \Delta \operatorname{tang} k)^3 + + \text{etc.}$$

§. 23.

Um die übrigen vorgelegten Aufgaben zu lösen, muſs man die höheren Differenzialverhältnisse von $(v^2 \pm 1)^{-\frac{1}{2}}$ berechnen. Setzen wir
$$w = (v^2 + k)^{-\frac{1}{2}},$$
so ist $w + \Delta w = ((v + \Delta v)^2 + k)^{-\frac{1}{2}}$, und wird dieser Ausdruck in eine Reihe nach steigenden Potenzen von Δv entwickelt, von der Form:
$\overset{0}{a} + \overset{1}{a} . \Delta v + \overset{2}{a} . \Delta v^2 + \overset{3}{a} . \Delta v^3 \ldots . + \overset{\alpha}{a} . \Delta v^\alpha \ldots .$, so ist:
$$\overset{r}{a} = \frac{1}{r'} . \frac{\partial^r w}{\partial v^r}.$$
Die wirkliche Entwicklung giebt aber:
$$w + \Delta w = S[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'} (v^2 + k)^{-\frac{1}{2}-\alpha} . (2v + \Delta v)^\alpha . \Delta v^\alpha,$$
und wird auch noch die Potenz $(2v + \Delta v)^\alpha$ weiter entwickelt, so hat man:
$$\frac{1}{r'} . \frac{\partial^r w}{\partial v^r} = S[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'} [\alpha]^{\beta}_{\beta'} . \frac{(2v)^{\alpha-\beta}}{(v^2+k)^{\alpha+\frac{1}{2}}} \qquad (\text{conditione: } \alpha + \beta = r)$$
Dieser Ausdruck gestattet aber noch manche vereinfachende Abänderungen seiner Form. Zunächst ist klar, daſs jedes Glied desselben für $\alpha < \beta$ gleich Null ist, und man also sogleich $\alpha + \beta$ für α setzen darf, wodurch die Bedingungsgleichung $\alpha + \beta = r$ in $\alpha + 2\beta = r$ übergeht, so daſs nachher $\alpha + \beta = r - \beta$ ist. Man hat hiernach:
$$\frac{1}{r'} . \frac{\partial^r w}{\partial v^r} = S[-\tfrac{1}{2}]^{r-\beta}_{(r-\beta)'} . [r-\beta]^{\beta}_{\beta'} . \frac{(2v)^{r-2\beta}}{(v^2+k)^{r-\beta+\frac{1}{2}}}.$$

Da weiter $\frac{'r'}{(r-\beta)'\beta'} = \frac{[r]^{\beta}}{\beta'}$ und $[r]^{\beta}[r-\beta]^{\beta} = [r]^{2\beta}$ ist, so hat man:

$$\frac{\partial^r w}{\partial v^r} = S\frac{[r]^{2\beta}}{\beta'}[-\tfrac{1}{2}]^{r-\beta}\cdot\frac{(2v)^{r-2\beta}}{(v^2+k)^{r-\beta+\frac{1}{2}}}.$$

Da endlich $[-\frac{1}{2}]^{r} = [-\frac{1}{2}]^{r-\beta}[-\frac{1}{2}-r+\beta]^{\beta} = (-1)^{\beta}[-\frac{1}{2}]^{r-\beta}[r-\frac{1}{2}]^{\beta}$, und also rückwärts $[-\frac{1}{2}]^{r-\beta} = [-\frac{1}{2}]^{r} : (-1)^{\beta}[r-\frac{1}{2}]^{\beta}$ ist, so hat man:

$$\frac{\partial^r w}{\partial v^r} = 2^r[-\tfrac{1}{2}]^{r} S(-1)^{\beta}\frac{[r]^{2\beta}}{\beta'}\cdot\frac{1}{2^{2\beta}[r-\frac{1}{2}]^{\beta}}\cdot\frac{v^{r-2\beta}}{(v^2+k)^{r-\beta+\frac{1}{2}}}.$$

§. 24.

Setzt man nun $k=+1$ und $v=\mathfrak{Sin}\,k$, so ist $\frac{\partial^r w}{\partial v^r} = \frac{\partial^{r+1}k}{(\partial\,\mathfrak{Sin}\,k)^{r+1}}$; $v^2+1=\mathfrak{Cos}\,k^2$, und also $\frac{v^{r-2\beta}}{(v^2+1)^{r-\beta+\frac{1}{2}}} = \frac{\mathfrak{Sin}\,k^{r-2\beta}}{\mathfrak{Cos}\,k^{2r-2\beta+1}} = \frac{\mathfrak{Tang}\,k^{r-2\beta}}{\mathfrak{Cos}\,k^{r+1}}$. Werden diese Werthe substituirt, so hat man:

$$\partial^{r+1}k = \left(\frac{\partial\,\mathfrak{Sin}\,k}{\mathfrak{Cos}\,k}\right)^{r+1}\cdot 2^r[-\tfrac{1}{2}]^{r}\cdot S(-1)^{\beta}\frac{[r]^{2\beta}}{\beta'}\cdot\frac{\mathfrak{Tang}\,k^{r-2\beta}}{2^{2\beta}\cdot[r-\frac{1}{2}]^{\beta}}.$$

Die ersten Specialfälle dieser allgemeinen Formel sind:

$$\partial k = +\frac{\partial\,\mathfrak{Sin}\,k}{\mathfrak{Cos}\,k},$$

$$\partial^2 k = -1.\left(\frac{\partial\,\mathfrak{Sin}\,k}{\mathfrak{Cos}\,k}\right)^2.\ \mathfrak{Tang}\,k,$$

$$\partial^3 k = +1.3.\left(\frac{\partial\,\mathfrak{Sin}\,k}{\mathfrak{Cos}\,k}\right)^3.\left\{\mathfrak{Tang}\,k^2-\frac{2.1}{1.3}\cdot\frac{1}{2}\right\},$$

$$\partial^4 k = -1.3.5.\left(\frac{\partial\,\mathfrak{Sin}\,k}{\mathfrak{Cos}\,k}\right)^4.\left\{\mathfrak{Tang}\,k^3-\frac{3.2}{1.5}\cdot\frac{\mathfrak{Tang}\,k}{2}\right\},$$

$$\partial^5 k = +1.3.5.7.\left(\frac{\partial\,\mathfrak{Sin}\,k}{\mathfrak{Cos}\,k}\right)^5.\left\{\mathfrak{Tang}\,k^4-\frac{4.3}{1.7}\cdot\frac{\mathfrak{Tang}\,k^2}{2}+\frac{4.3.2.1}{1.2.7.5}\cdot\frac{1}{2^2}\right\},$$

$$\partial^6 k = -1.3.5.7.9.\left(\frac{\partial\,\mathfrak{Sin}\,k}{\mathfrak{Cos}\,k}\right)^6.\left\{\mathfrak{Tang}\,k^5-\frac{5.4}{1.9}\cdot\frac{\mathfrak{Tang}\,k^3}{2}+\frac{5.4.3.2}{1.2.9.7}\cdot\frac{\mathfrak{Tang}\,k}{2^2}\right\}$$

$$\partial^7 k = +1.3.5.7.9.11.\left(\frac{\partial\,\mathfrak{Sin}\,k}{\mathfrak{Cos}\,k}\right)^7.\left\{\mathfrak{Tang}\,k^6-\frac{6.5}{1.11}\cdot\frac{\mathfrak{Tang}\,k^4}{2}+\frac{6.5.4.3}{1.2.11.9}\cdot\frac{\mathfrak{Tang}\,k^2}{2^2}-\frac{6.5.4.3.2.1}{1.2.3.11.9.7}\cdot\frac{1}{2^3}\right\}.$$

Diese Werthe müssen endlich in der Formel:

$$\triangle k = \frac{\partial k}{\partial v}+\frac{\triangle v}{1}\cdot\frac{\partial^2 k}{\partial v^2}\cdot\frac{\triangle v^2}{\partial v^2}+\frac{\partial^3 k}{\partial v^3}\cdot\frac{\triangle v^3}{1.2.3}+\text{etc.}$$

substituirt werden, um das Increment des Arcus in eine nach Potenzen des Incrementes seines Sinus fortgehende Reihe entwickelt zu haben.

Aus diesen Formeln können wieder neue abgeleitet werden; unter andern:

$$\mathfrak{Cos}\, a^2 - \mathfrak{Cos}\, b^2 = \mathfrak{Sin}\, a^2 - \mathfrak{Sin}\, b^2 = \mathfrak{Sin}\,(a+b) . \mathfrak{Sin}\,(a-b),$$
$$\cos b^2 - \cos a^2 = \sin a^2 - \sin b^2 = \sin(a+b) . \sin(a-b).$$

§. 14.

Der Gleichung $\sin k^2 + \cos k^2 = 1$ gemäfs, nimmt der Werth des cyklischen Cosinus ab, wenn der cyklische Sinus zunimmt, und umgekehrt. Da ferner, ungeachtet der ins Unendliche fortgesetzten Vergröfserung des Arcus k, die Functionen $\sin k$ und $\cos k$ im Werthe nie mehr betragen als ± 1, so entsteht die Vermuthung, dafs zu verschiedenen Arcus nicht immer verschiedene Sinus und Cosinus gehören, und auch, dafs es einen oder mehr Arcus geben werde, deren Sinus so grofs sind, als ihre Cosinus. Stellt k den kleinsten dieser Arcus vor, falls es deren mehr giebt, und setzt man $\sin k = \cos k$, so findet man

$$\sin k = \sqrt{\tfrac{1}{2}}, \text{ und also auch } \cos k = \sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

Das Vierfache dieser Zahl k, welche später berechnet wird, ist mit π bezeichnet worden, und man hat also:

$$\sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4} = \sqrt{\tfrac{1}{2}};$$

so wie

$$\mathfrak{Sin}\left(\frac{\pi}{4}\sqrt{-1}\right) = \sqrt{-\tfrac{1}{2}} \text{ und } \mathfrak{Cos}\left(\frac{\pi}{4}\sqrt{-1}\right) = \sqrt{\tfrac{1}{2}},$$

also auch

$$\text{tang}\,\frac{\pi}{4} = 1 \text{ und } \mathfrak{Tang}\left(\frac{\pi}{4}\sqrt{-1}\right) = \sqrt{-1}.$$

Setzt man in der Formel $\cos a = \cos\frac{a^2}{2} - \sin\frac{a^2}{2}$, $2k$ oder $\frac{\pi}{2}$ an die Stelle von a, so erhält man $\cos\frac{\pi}{2} = 0$; und die Formel $\sin a = 2\sin\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2}$ giebt $\sin\frac{\pi}{2} = +1$.

Setzt man in den so eben gebrauchten Formeln $a = \pi$, so findet man $\cos\pi = -1$ und $\sin\pi = 0$.

Wird weiter in den Formeln $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ und $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$ für a gesetzt π, und für b gesetzt $\frac{\pi}{2}$, so findet man $\cos\frac{3}{2}\pi = 0$ und $\sin\frac{3}{2}\pi = -1$. Auf ähnliche Art findet man $\cos 2\pi = 1$ und $\sin 2\pi = 0$.

Setzt man endlich in den Formeln $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$ und $\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$, 2π an die Stelle von b, so findet man

$$\left.\begin{array}{l}\cos(a \pm 2\pi) = \cos a, \\ \sin(a \pm 2\pi) = \sin a,\end{array}\right\} \text{ also auch } \text{tang}(a \pm 2\pi) = \text{tang}\, a.$$

Man darf also den Arcus einer cyklischen Function immer um 2π, und also überhaupt um ein Vielfaches der Zahl 2π vermehren oder vermindern, ohne dafs dadurch der Werth der cyklischen Function im mindesten verändert wird; sie sind also **periodische** Functionen, weil immer dieselben Reihen ihrer Werthe wiederkehren.

§. 15.

Wollte man Tabellen für die cyklischen Functionen entwerfen, aus welchen für jeden Arcus der Werth einer ihm zugehörigen cyklischen Function entnommen werden könnte, so reicht es, wie man bald einsieht, hin, die Werthe des cyklischen Sinus und der cyklischen Tangente für die wachsenden Arcus zwischen den Grenzen 0 und $\frac{\pi}{2}$ zu berechnen, weil sie zur Realisirung der Werthe auch der übrigen cyklischen Functionen dienen, und auch dann noch dazu dienen, wenn der Arcus weit über die genannten Grenzen hinausgeht. Die Formeln $\sin a = \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$ und $\operatorname{tang} a = \cot\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$, welche leicht bewiesen werden, zeigen nemlich, dafs die berechneten Sinus zugleich Cosinus, und die berechneten Tangenten zugleich Cotangenten sind, wenn nur die Arcus dieser von den Arcus jener allemal zu $\frac{\pi}{2}$ ergänzt werden.

Ist aber ein Arcus gröfser als $\frac{\pi}{2}$ und $< \pi$, so dienen zur Realisirung der Werthe eines solchen Arcus die Formeln:

$$\sin k = \sin(\pi - k);\quad \cos k = -\cos(\pi - k);\quad \operatorname{tang} k = -\operatorname{tang}(\pi - k) \text{ und } \cot k = -\cot(\pi - k),$$

oder auch die folgenden:

$$\sin k = \cos\left(k - \frac{\pi}{2}\right);\quad \cos k = -\sin\left(k - \frac{\pi}{2}\right);\quad \operatorname{tang} k = -\cot\left(k - \frac{\pi}{2}\right) \text{ und } \cot k = -\operatorname{tang}\left(k - \frac{\pi}{2}\right).$$

Ist ein Arcus $k > \pi$, aber $< \frac{3}{2}\pi$, so rechnet man nach den Formeln:

$$\sin k = -\sin(k - \pi);\quad \cos k = -\cos(k - \pi);\quad \operatorname{tang} k = \operatorname{tang}(k - \pi) \text{ und } \cot k = \cot(k - \pi).$$

Ist ein Arcus $k > \frac{3}{2}\pi$ und $< 2\pi$, so dienen die Formeln:

$$\sin k = -\sin(2\pi - k);\quad \cos k = \cos(2\pi - k);\quad \operatorname{tang} k = -\operatorname{tang}(2\pi - k) \text{ und } \cot k = -\cot(2\pi - k).$$

Ist endlich der Arcus $k > 2\pi$, so wird man so oft 2π davon subtrahiren, als es angeht, weil eine solche Verkleinerung auf den Werth der

cyklischen Function keinen Einfluſs hat; und da ihr Arcus dann $<2\pi$ ist, so kann ihr Werth nach den vorigen Regeln aus der erwähnten Tabelle entnommen werden.

Die willkürliche Eintheilung der Zahl 2π in 360 sogenannte Grade, wie auch die neuere Eintheilung derselben Zahl in 400 (kleinere) Grade nebst den Unter-Abtheilungen, sind bekannt; auch die Einrichtung und der Gebrauch der sogenannten trigonometrischen Tafeln.

Von den mehreren Formeln, welche gewöhnlich in den Lehrbüchern der Trigonometrie aufgestellt werden, finden hier nur noch wenige Platz, weil sie später in Gebrauch kommen.

Da $1+\sin a = 1+\cos\left(\frac{\pi}{2}-a\right)$ ist, so hat man:

$$1.\quad \begin{cases} 1+\sin a = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{a}{2}\right)\right)^2, \\ 1-\sin a = 2\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{a}{2}\right)\right)^2. \end{cases}$$

Da ferner $\cos\frac{a^2}{2}+\sin\frac{a^2}{2}=1$ und $2\sin\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2}=\sin a$ ist, so erhält man durch Addition und Subtraction:

$$2.\quad \begin{cases} \cos\frac{a}{2}+\sin\frac{a}{2} = \sqrt{(1+\sin a)}, \\ \cos\frac{a}{2}-\sin\frac{a}{2} = \sqrt{(1-\sin a)}, \end{cases}$$

also auch:

$$3.\quad \frac{\cos\frac{a}{2}-\sin\frac{a}{2}}{\cos\frac{a}{2}+\sin\frac{a}{2}} = \frac{1-\operatorname{tang}\frac{a}{2}}{1+\operatorname{tang}\frac{a}{2}} = \sqrt{\left(\frac{1-\sin a}{1+\sin a}\right)} = \operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{a}{2}\right).$$

§. 16.

Werden die Potenzialfunctionen auf einen Arcus von der Form $a+b\sqrt{-1}$ bezogen, so gestatten sie eine Entwickelung, wodurch sie unter die ähnliche Form $A+B\sqrt{-1}$ gebracht werden, nemlich für die hyperbolischen Functionen:

$$\begin{aligned}
\mathfrak{Cos}\,(a+b\sqrt{-1}) &= \mathfrak{Cos}\,a.\cos b+\mathfrak{Sin}\,a.\sin b.\sqrt{-1}, \\
\mathfrak{Cos}\,(a-b\sqrt{-1}) &= \mathfrak{Cos}\,a.\cos b-\mathfrak{Sin}\,a.\sin b.\sqrt{-1}, \\
\mathfrak{Sin}\,(a+b\sqrt{-1}) &= \mathfrak{Sin}\,a.\cos b+\mathfrak{Cos}\,a.\sin b.\sqrt{-1}, \\
\mathfrak{Sin}\,(a-b\sqrt{-1}) &= \mathfrak{Sin}\,a.\cos b-\mathfrak{Cos}\,a.\sin b.\sqrt{-1}.
\end{aligned}$$

Für die cyklischen Functionen erhält man die ähnlichen Formeln:

$$\cos(a+b\sqrt{-1}) = \cos a . \mathfrak{Cos}\, b - \sin a . \mathfrak{Sin}\, b . \sqrt{-1},$$
$$\cos(a-b\sqrt{-1}) = \cos a . \mathfrak{Cos}\, b + \sin a . \mathfrak{Sin}\, b . \sqrt{-1},$$
$$\sin(a+b\sqrt{-1}) = \sin a . \mathfrak{Cos}\, b + \cos a . \mathfrak{Sin}\, b . \sqrt{-1},$$
$$\sin(a-b\sqrt{-1}) = \sin a . \mathfrak{Cos}\, b - \cos a . \mathfrak{Sin}\, b . \sqrt{-1}.$$

Ohne auf die möglichen Verbindungen unter diesen Formeln einzugehen, beschränken wir uns auf specielle Annahmen, welche die Gröfse von b in den vier ersten Formeln betreffen.

Setzt man $b = \frac{\pi}{2}$, so hat man die beiden Formeln:

$$\mathfrak{Cos}\left(a \pm \frac{\pi}{2}\sqrt{-1}\right) = \pm\, \mathfrak{Sin}\, a . \sqrt{-1},$$

$$\mathfrak{Sin}\left(a \pm \frac{\pi}{2}\sqrt{-1}\right) = \pm\, \mathfrak{Cos}\, a . \sqrt{-1}.$$

Wird $b = \pi = \frac{2\pi}{2}$ gesetzt, so sind die Formeln:

$$\mathfrak{Cos}(a \pm \pi\sqrt{-1}) = -\mathfrak{Cos}\, a,$$
$$\mathfrak{Sin}(a \pm \pi\sqrt{-1}) = -\mathfrak{Sin}\, a.$$

Für $b = 3 . \frac{\pi}{2}$ erhalten wir die zwei Formeln:

$$\mathfrak{Cos}(a \pm \tfrac{3}{2}\pi\sqrt{-1}) = \mp\, \mathfrak{Sin}\, a . \sqrt{-1}.$$
$$\mathfrak{Sin}(a \pm \tfrac{3}{2}\pi\sqrt{-1}) = \mp\, \mathfrak{Cos}\, a . \sqrt{-1}.$$

Setzt man endlich b gleich einem Vielfachen der Zahl 2π, oder $b = 2n\pi$, so hat man, wenn n eine ganze Zahl ist:

$$\mathfrak{Cos}(a \pm 2n\pi\sqrt{-1}) = \mathfrak{Cos}\, a,$$
$$\mathfrak{Sin}(a \pm 2n\pi\sqrt{-1}) = \mathfrak{Sin}\, a.$$

Die hyperbolischen Functionen zeigen also auch ein periodisches Wiederkehren ihrer Werthe bei unmöglichen Arcus, und umgekehrt fehlt den cyklischen Functionen diese Eigenschaft bei einer Beziehung auf unmögliche Arcus.

Was die Tangenten betrifft, so erhält man für sie die Formeln:

$$\mathfrak{Tang}\left(a \pm \frac{\pi}{2}\sqrt{-1}\right) = \mathfrak{Cot}\, a,$$
$$\mathfrak{Tang}(a \pm \pi\sqrt{-1}) = \mathfrak{Tang}\, a,$$
$$\mathfrak{Tang}(a \pm \tfrac{3}{2}\pi\sqrt{-1}) = \mathfrak{Cot}\, a,$$
$$\mathfrak{Tang}(a \pm 2n\pi\sqrt{-1}) = \mathfrak{Tang}\, a.$$

Zu einer jeden hyperbolischen Function gehören also unzählige Arcus, die sich um ein Vielfaches des Ausdrucks $2\pi\sqrt{-1}$ von einander unterscheiden; bei den Tangenten und Cotangenten ist dieser Unterschied überhaupt ein Vielfaches von $\pi\sqrt{-1}$.

Vierter Abschnitt.

Differenziale der Potenzial-Functionen und ihrer Arcus. Grundformeln für die Integrale.

§. 17.

Wenn man die Reihe $\mathfrak{Sin}\,x = S\frac{x^{2\alpha+1}}{(2\alpha+1)'}$ differenzürt, so erhält man: $\partial\,\mathfrak{Sin}\,x = \partial x . S\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)'}$, oder einfacher:

$$1. \quad \partial\,\mathfrak{Sin}\,x = \mathfrak{Cos}\,x . \partial x.$$

Auf ähnliche Art findet man aus der Reihe für $\mathfrak{Cos}\,x$ das Differenzial:

$$2. \quad \partial\,\mathfrak{Cos}\,x = \mathfrak{Sin}\,x . \partial x.$$

Dasselbe Resultat erhält man aber auch, indem man die Gleichung $\mathfrak{Cos}\,x^2 = 1 + \mathfrak{Sin}\,x^2$ differenzürt.

Da weiter $\mathfrak{Tang}\,x = \frac{\mathfrak{Sin}\,x}{\mathfrak{Cos}\,x}$ ist, so hat man

$$\partial\,\mathfrak{Tang}\,x = \frac{\mathfrak{Cos}\,x\,\partial\,\mathfrak{Sin}\,x - \mathfrak{Sin}\,x\,\partial\,\mathfrak{Cos}\,x}{\mathfrak{Cos}\,x^2},$$

und werden die früheren Resultate substituirt, so gelangt man zu:

$$3. \quad \partial\,\mathfrak{Tang}\,x = \frac{\partial x}{\mathfrak{Cos}\,x^2} = \partial x(1 - \mathfrak{Tang}\,x^2).$$

Eben so findet man

$$4. \quad \partial\,\mathfrak{Cot}\,x = \frac{-\partial x}{\mathfrak{Sin}\,x^2} = -\partial x(\mathfrak{Cot}\,x^2 - 1).$$

Setzt man in sämmtlichen Formeln $x\sqrt{-1}$ für x, so erhält man für die cyklischen Functionen die Formeln:

$$5. \quad \partial \sin x = \cos x . \partial x,$$

$$6. \quad \partial \cos x = -\sin x . \partial x,$$

$$7. \quad \partial\,\mathrm{tang}\,x = \frac{\partial x}{\cos x^2} = \partial x(1 + \mathrm{tang}\,x^2),$$

$$8. \quad \partial \cot x = \frac{-\partial x}{\sin x^2} = -\partial x(1 + \cot x^2).$$

Die Differenziale der natürlichen Logarithmen der Potenzialfunctionen sind eben so einfach, und zwar:

$$9. \quad \partial \log \mathfrak{Cos}\,x = \mathfrak{Tang}\,x . \partial x \qquad \partial \log \cos x = -\mathrm{tang}\,x . \partial x,$$

$$10. \quad \partial \log \mathfrak{Sin}\,x = \mathfrak{Cot}\,x . \partial x \quad \text{und} \quad \partial \log \sin x = \cot x . \partial x,$$

$$11. \quad \partial \log \mathfrak{Tang}\,x = \frac{2\partial x}{\mathfrak{Sin}\,2x} \qquad \partial \log \mathrm{tang}\,x = \frac{2\partial x}{\sin 2x}.$$

Setzt man in der Formel für $\partial \log \mathrm{tang}\,x$, $\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}$ anstatt x, so erhält man:

$$12. \quad \partial \log \mathrm{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) = \frac{\partial x}{\cos x}.$$

§. 18.

Setzt man $\mathfrak{Sin}\,x = v$, so ist $\partial v = \mathfrak{Cos}\,x . \partial x = \partial x \surd(1 + v^2)$; also hat man

$$\partial\,\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin} = v) = \frac{\partial v}{\surd(v^2+1)}.$$

Setzt man $\mathfrak{Cos}\,x = v$, so ist $\mathfrak{Sin}\,x = \surd(v^2 - 1)$ und $\partial v = \partial x . \mathfrak{Sin}\,x = \partial x \surd(v^2 - 1)$; also $\partial\,\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos} = v) = \frac{\partial v}{\surd(v^2 - 1)}$.

Auf ähnliche Art findet man noch die beiden Formeln:

$$\partial\,\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Tang} = v) = \frac{\partial v}{1 - v^2} \quad \text{und} \quad \partial\,\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cot} = v) = \frac{-\partial v}{v^2 - 1}.$$

Für die cyklischen Functionen giebt es eben so viele Formeln, nemlich:

$$\partial\,\text{arc}(\sin = v) = \frac{\partial v}{\surd(1 - v^2)},$$

$$\partial\,\text{arc}(\cos = v) = \frac{-\partial v}{\surd(1 - v^2)},$$

$$\partial\,\text{arc}(\text{tang} = v) = \frac{\partial v}{1 + v^2},$$

$$\partial\,\text{arc}(\cot = v) = \frac{-\partial v}{1 + v^2}.$$

Wenn man, umgekehrt, integrirt, so hat man:

1) $\int \frac{\partial v}{\surd(v^2+1)} = \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin} = v) + \text{const.}$ 2) $\int \frac{\partial v}{\surd(1-v^2)} = \text{arc}(\sin = v) + \text{const.}$

3) $\int \frac{\partial v}{\surd(v^2-1)} = \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos} = v) + \text{const.}$ 4) $\int \frac{-\partial v}{\surd(1-v^2)} = \text{arc}(\cos = v) + \text{const.}$

5) $\int \frac{\partial v}{1-v^2} = \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Tang} = v) + \text{const.}$ 6) $\int \frac{\partial v}{1+v^2} = \text{arc}(\text{tang} = v) + \text{const.}$

7) $\int \frac{-\partial v}{v^2-1} = \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cot} = v) + \text{const.}$ 8) $\int \frac{-\partial v}{1+v^2} = \text{arc}(\cot = v) + \text{const.}$

und diese acht Formeln dienen als Grundformeln für die Integrale. Kann man ein vorgelegtes Integral unter eine von diesen Formeln bringen, so gelingt die Integration mit Leichtigkeit. Bisher sind nur die Formeln (2, 4, 6, 8) also benutzt worden; wo man die Formeln (1, 3, 5, 7) anzuwenden im Falle gewesen wäre, verzichtete man bisher auf ihre Benutzung, wegen Mangels gehöriger Ausbildung der Lehre von den hyperbolischen Functionen, und behalf sich mit den sogenannten logarithmischen Functionen, wenn gleich die Form solcher logarithmischer Integrale fast nie so bequem war, als man wünschen konnte. Wie ungleichmäſsig hier das Verfahren der Integralrechnung sei, und welche Weitläufigkeiten aus dieser Ungleichmäſsigkeit entstehen, darauf braucht wohl nicht aufmerksam gemacht zu werden.

Fünfter Abschnitt.
Reihen zur Berechnung der Arcus aus gegebenen Potenzial-Functionen.

§. 19.

Um zuerst die steigende Anordnung zu wählen, nehmen wir das Integral $\int \frac{\partial v}{\sqrt{(1+v^2)}} = \int \partial v (1+v^2)^{-\frac{1}{2}}$ und entwickeln die Potenz $(1+v^2)^{-\frac{1}{2}}$ nach Potenzen von v^2. Setzen wir, in Anwendung der Bezeichnung für die Facultäten von **Vandermonde**:

$[n]^{1} = n;$

$[n]^{2} = n(n-1);$

$[n]^{3} = n(n-1)(n-2);$ allgemein: $[n]^{m} = (n)(n-1)(n-2)\dots(n-m+1);$

u. s. w.,

so ist nach dem binomischen Lehrsatze:

$$(a+b)^n = a^n + [n]^{1}_{1^1} a^{n-1} b + [n]^{2}_{2^1} a^{n-2} b^2 + [n]^{3}_{3^1} a^{n-3} b^3 + [n]^{4}_{4^1} a^{n-4} b + \text{ etc.},$$

oder einfacher:

$$(a+b)^n = S[n]^{\alpha}_{\alpha^1} a^{n-\alpha} b^{\alpha},$$

und also auch:

$$(1-v^2)^{-\frac{1}{2}} = S[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha^1} v^{2\alpha}.$$

Wird auf beiden Seiten mit ∂v multiplicirt und dann integrirt, so hat man

$$\text{Arc}(\text{Sin} = v) = S[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha^1} \cdot \frac{v^{2\alpha+1}}{2\alpha+1},$$

denn, wenn das Integral für $v=0$ verschwinden soll, so ist die hinzuzufügende Constante Null. Setzt man $v\sqrt{-1}$ für v, so hat man:

$$\text{arc}(\sin = v) = S(-1)^{\alpha} [-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha^1} \cdot \frac{v^{2\alpha+1}}{2\alpha+1}.$$

Da weiter $\frac{\partial v}{1-v^2} = S v^{2\alpha} \cdot \partial v$, so hat man durch Integration:

$$\text{Arc}(\text{Tang} = v) = S \frac{v^{2\alpha+1}}{2\alpha+1}, \text{ also auch } \text{arc}(\text{tang} = v) = S(-1)^{\alpha} \frac{v^{2\alpha+1}}{2\alpha+1}.$$

Da $\log \sqrt{\left(\frac{1+v}{1-v}\right)} = \text{Arc}(\text{Tang} = v)$, so ist die dritte Reihe auch als eine Entwickelung von $\log \sqrt{\left(\frac{1+v}{1-v}\right)}$ anzusehen; sie convergirt übrigens immer, da v, als Werth einer hyperbolischen Tangente, immer < 1 ist.

Die ersten Glieder dieser vier Reihen sind:

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin}=v)=\frac{v}{1}-\frac{1}{2}\cdot\frac{v^3}{3}+\frac{1.3}{2.4}\cdot\frac{v^5}{5}-\frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\frac{v^7}{7}+\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\cdot\frac{v^9}{9}-\text{etc.}$$

$$\text{arc}(\sin=v)=\frac{v}{1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{v^3}{3}+\frac{1.3}{2.3}\cdot\frac{v^5}{5}+\frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\frac{v^7}{7}+\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\cdot\frac{v^9}{9}+\text{etc.}$$

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Tang}=v)=v+\frac{v^3}{3}+\frac{v^5}{5}+\frac{v^7}{7}+\frac{v^9}{9}+\text{etc.}$$

$$\text{arc}(\text{tang}=v)=v-\frac{v^3}{3}+\frac{v^5}{5}-\frac{v^7}{7}+\frac{v^9}{9}-\text{etc.}$$

Man hat die zweite und auch die vierte Reihe auf mehr als eine Weise benutzt, um die sogenannte Ludolphische Zahl π danach zu berechnen, indem der Cosinus ihrer Hälfte gleich Null, also der Sinus dieser Hälfte, welcher $=1$ ist, bekannt ist. Es ist gefunden worden:

$$\pi = 3,14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ldots.$$

Man hat diese Zahl mit mehr als 150 Decimalstellen berechnet angegeben.

§. 20.

Eine Reihe, welche nach steigenden Potenzen des (hyperbolischen) Cosinus fortschritte, würde unnütz sein, wenn man sie auch herleiten könnte, da der Cosinus immer >1 ist. Aber der Ausdruck $\int\frac{\partial v}{\sqrt{(v^2-1)}}=\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos}=v)+\text{const.}$ kann nach einiger Umformung brauchbar werden zu einer steigenden Entwickelung.

Setzt man nemlich $v=1+w$, also $\partial v=\partial w$ und $v^2-1=2w+w^2=w(2+w)$, so hat man:

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos}=1+w)=\int\frac{\partial w}{\sqrt{2w}\cdot\sqrt{\left(1+\frac{w}{2}\right)}},$$

und da $\frac{1}{\sqrt{\left(1+\frac{w}{2}\right)}}=S[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'}\left(\frac{w}{2}\right)^{\alpha}$ ist, so ist:

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos}=1+w)=S[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'}\left(\tfrac{1}{2}\right)^{\frac{2\alpha+1}{2}}\cdot\int w^{\frac{2\alpha-1}{2}}\partial w.$$

Die Integration giebt:

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos}=1+w)=\left(S[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'}\frac{\left(\frac{w}{2}\right)^{\alpha}}{2\alpha+1}\right)\cdot\sqrt{2w},$$

weil die Constante wieder Null ist, da das Integral für $1+w=1$ oder $w=0$ verschwinden mufs. Man kann die Reihe auch so schreiben:

$$x=\left(S[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'}\frac{\left(\frac{\mathfrak{Cos}\,x-1}{2}\right)^{\alpha}}{2\alpha+1}\right)\cdot\sqrt{(2(\mathfrak{Cos}\,x-1))},$$

und da $\mathfrak{Cos}\,x - 1 = 2\,\mathfrak{Sin}\,\frac{x^2}{2}$, so hat man, nach einer geringen Reduction:

$$\frac{x}{2} = S\,[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'} \frac{\left(\mathfrak{Sin}\,\frac{x}{2}\right)^{2\alpha+1}}{2\alpha+1},$$

welche Reihe mit der ersten im §. 19. wieder zusammenfällt. Im Anhange wird aber noch eine von den vorigen verschiedene, steigende Entwickelung hergeleitet werden.

§. 21.

Reihen mit fallender Anordnung der Glieder, welche brauchbar sind, gestatten die hyperbolischen Cosinus und Sinus, nicht aber die cyklischen. Da nemlich:

$$(v^2+1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{v} + S\,[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'}\, v^{-(2\alpha+1)} \qquad \text{für } \alpha > 0 \text{ ist,}$$

$$\text{und} \quad (v^2-1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{v} + S\,(-1)^{\alpha}\,[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'}\, v^{-(2\alpha+1)}$$

so hat man durch Integration, nach vorhergegangener Multiplication mit ∂v:

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin} = v) = \text{const.} + \log v - S\,[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'} \cdot \frac{v^{-2\alpha}}{2\alpha} \qquad \text{für } \alpha > 0,$$

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos} = v) = \text{const.} + \log v - S\,(-1)^{\alpha}\,[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'} \cdot \frac{v^{-2\alpha}}{2\alpha} \quad \text{für } \alpha > 0.$$

Entwickelt man aber die Formeln:

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin} = v) = \log(v + \sqrt{(v^2+1)}),$$

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos} = v) = \log(v + \sqrt{(v^2-1)}),$$

so findet man zum Anfangsgliede beider Reihen $\log(2v) = \log 2 + \log v$, so daſs also in beiden Reihen $\text{const.} = \log 2$ ist. Man hat also

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin} = v) = \log(2v) - S\,[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'} \cdot \frac{\left(\frac{1}{v}\right)^{2\alpha}}{2\alpha} \qquad \text{für } \alpha > 0,$$

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos} = v) = \log(2v) - S\,(-1)^{\alpha}\,[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'} \cdot \frac{\left(\frac{1}{v}\right)^{2\alpha}}{2\alpha} \quad \text{für } \alpha > 0,$$

Die ersten Glieder dieser beiden Reihen sind:

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Cos} = v) = \log(2v) - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2v^2} - \frac{1.3}{2.4}\cdot\frac{1}{4v^4} - \frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\frac{1}{6v^6} - \frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\cdot\frac{1}{8v^8} - \text{etc.}$$

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin} = v) = \log(2v) + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2v^2} - \frac{1.3}{2.4}\cdot\frac{1}{4v^4} + \frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\frac{1}{6v^6} - \frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\cdot\frac{1}{8v^8} + \text{etc.}$$

Sie sind sehr brauchbar, wenn v eine beträchtliche Gröſse hat. Man kann aus diesen beiden Reihen eine dritte herleiten. Setzt man nemlich:

$$\text{Sin}(x+d) = \text{Cos}\, x,$$

so findet man

$$d = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\text{Cos}\, x}\right)^2 + \frac{1}{3}\cdot\frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\left(\frac{1}{\text{Cos}\, x}\right)^6 + \frac{1}{5}\cdot\frac{1.3.5.7.9}{2.4.6.8.10}\cdot\left(\frac{1}{\text{Cos}\, x}\right)^{10} + \text{etc.}$$

zum Ausdrucke der Zahl, welche man dem Arcus eines hyperbolischen Cosinus noch zulegen muſs, damit der Sinus des also vergröſserten Arcus dem gegebenen Cosinus gleich komme.

Der Ausdruck

$$d = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\text{Sin}\, x}\right)^2 + \frac{1}{3}\cdot\frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\left(\frac{1}{\text{Sin}\, x}\right)^6 + \frac{1}{5}\cdot\frac{1.3.5.7.9}{2.4.6.8.10}\cdot\left(\frac{1}{\text{Sin}\, x}\right)^{10} + \text{etc.}$$

gilt für die Zahl, um welche man den Arcus eines gegebenen Sinus vermindern muſs, wenn der Cosinus des verkleinerten Arcus dem gegebenen Sinus gleich sein soll.

Beide Reihen convergiren in der Regel rasch, und man sieht daraus, daſs d immer desto kleiner ist, je gröſser x genommen wird.

Sechster Abschnitt.

Differenzen der Arcus der Potenzial-Functionen.

§. 22.

Bei der Entwickelung der Differenzen der Arcus der Potenzial-Functionen kommt Vieles auf die Herleitung der höheren Differenziale des Arcus der vorliegenden Function an. Es sei $\text{Arc}(\text{Tang}=x)=k$, so ist $x=\text{Tang}\, k$, und wenn x sich verändert und etwa das Increment Δx nimmt, so geht k über in $k+\Delta k$. Nach dem Taylorschen Satze hat man dann:

$$\Delta k = \frac{\partial k}{\partial x}\cdot\Delta x + \frac{\partial^2 k}{\partial x^2}\cdot\frac{\Delta x^2}{2'} + \frac{\partial^3 k}{\partial x^3}\cdot\frac{\Delta x^3}{3'} + \text{etc.}$$

oder

$$k+\Delta k = S\,\frac{\partial^a k}{\partial x^a}\cdot\frac{\Delta x^a}{a'}.$$

Da nun aber $k=\frac{1}{2}\log\frac{1+x}{1-x}$ oder $2k=\log(1+x)-\log(1-x)$ ist, so hat man:

$$\frac{2\,\partial k}{\partial x} = (1+x)^{-1} + (1-x)^{-1}.$$

Differenzïrt man also noch $(r-1)$mal nach einander, so erhält man:

$$\frac{\partial^r k}{\partial x^r} = \frac{(r-1)'}{2}\,[(1-x)^{-r} + (-1)^{r-1}(1+x)^{-r}].$$

Nun ist aber $x=\text{Tang}\, k$, also $(1-x)^{-r}=(\text{Cos}\, k-\text{Sin}\, k)^{-r}.\,\text{Cos}\, k^r = e^{+kr}.\,\text{Cos}\, k^r$ und $(-1)^{r-1}.(1+x)^{-r}=(-1)^{r-1}.(\text{Cos}\, k+\text{Sin}\, k)^{-r}.\,\text{Cos}\, k^r=(-1)^{r-1}.\,e^{-kr}.\,\text{Cos}\, k^r$;

also hat man:
$$\frac{\partial^r k}{\partial x^r} = \frac{(r-1)'}{2} \mathfrak{Cos}\, k^r (e^{kr} - (-1)^r e^{-kr}).$$

Der Ausdruck läfst sich noch weiter zusammenziehen, wenn man zwei Fälle unterscheidet, je nachdem r eine gerade oder ungerade Zahl ist.

1. Für ein gerades r hat man $\frac{\partial^r k}{\partial x^r} = (r-1)' \,\mathfrak{Cos}\, k^r . \mathfrak{Sin}\,(rk).$

2. Für ein ungerades r hat man $\frac{\partial^r k}{\partial x^r} = (r-1)' \,\mathfrak{Cos}\, k^r . \mathfrak{Cos}\,(rk).$

In Anwendung dieser Resultate giebt die vorhin genannte Taylorsche Reihe:
$$\triangle k = \mathfrak{Cos}\, k . (\mathfrak{Cos}\, k . \triangle \mathfrak{Tang}\, k)^1 + \frac{\mathfrak{Sin}\, 2k}{2} (\mathfrak{Cos}\, k . \triangle \mathfrak{Tang}\, k)^2 + \frac{\mathfrak{Cos}\, 3k}{3} (\mathfrak{Cos}\, k . \triangle \mathfrak{Tang}\, k)^3 + \text{etc.}$$

Um zu der ähnlichen Reihe für die cyklischen Functionen zu gelangen, setze man nur $k\sqrt{-1}$ für k, und die Reihe ist:
$$\triangle k = \cos k . (\cos k . \triangle \operatorname{tang} k)^1 - \frac{\sin 2k}{2} (\cos k . \triangle \operatorname{tang} k)^2 - \frac{\cos 3k}{3} (\cos k . \triangle \operatorname{tang} k)^3 + + \text{etc.}$$

§. 23.

Um die übrigen vorgelegten Aufgaben zu lösen, mufs man die höheren Differenzialverhältnisse von $(v^2 \pm 1)^{-\frac{1}{2}}$ berechnen. Setzen wir
$$w = (v^2 + k)^{-\frac{1}{2}},$$
so ist $w + \triangle w = ((v + \triangle v)^2 + k)^{-\frac{1}{2}}$, und wird dieser Ausdruck in eine Reihe nach steigenden Potenzen von $\triangle v$ entwickelt, von der Form: $\overset{0}{a} + \overset{1}{a} . \triangle v + \overset{2}{a} . \triangle v^2 + \overset{3}{a} . \triangle v^3 \ldots + \overset{\alpha}{a} . \triangle v^\alpha \ldots$, so ist:
$$\overset{r}{a} = \frac{1}{r'} . \frac{\partial^r w}{\partial v^r}.$$

Die wirkliche Entwicklung giebt aber:
$$w + \triangle w = S[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'} (v^2 + k)^{-\frac{1}{2}-\alpha} . (2v + \triangle v)^\alpha . \triangle v^\alpha,$$

und wird auch noch die Potenz $(2v + \triangle v)^\alpha$ weiter entwickelt, so hat man:
$$\frac{1}{r'} . \frac{\partial^r w}{\partial v^r} = S[-\tfrac{1}{2}]^{\alpha}_{\alpha'} [\alpha]^{\beta}_{\beta'} . \frac{(2v)^{\alpha-\beta}}{(v^2+k)^{\alpha+\frac{1}{2}}} \qquad \text{(conditione: } \alpha + \beta = r)$$

Dieser Ausdruck gestattet aber noch manche vereinfachende Abänderungen seiner Form. Zunächst ist klar, dafs jedes Glied desselben für $\alpha < \beta$ gleich Null ist, und man also sogleich $\alpha + \beta$ für α setzen darf, wodurch die Bedingungsgleichung $\alpha + \beta = r$ in $\alpha + 2\beta = r$ übergeht, so dafs nachher $\alpha + \beta = r - \beta$ ist. Man hat hiernach:
$$\frac{1}{r'} . \frac{\partial^r w}{\partial v^r} = S[-\tfrac{1}{2}]^{r-\beta}_{(r-\beta)'} . [r-\beta]^{\beta}_{\beta'} . \frac{(2v)^{r-2\beta}}{(v^2+k)^{r-\beta+\frac{1}{2}}}.$$

Da weiter $\frac{'r'}{(r-\beta)'\beta'} = [r]^{\beta}_{\beta'}$ und $[r]^{\beta}[r-\beta]^{\beta} = [r]^{2\beta}$ ist, so hat man:

$$\frac{\partial^r w}{\partial v^r} = S\,[r]^{2\beta}_{\beta'}[-\tfrac{1}{2}]^{r-\beta}.\frac{(2v)^{r-2\beta}}{(v^2+k)^{r-\beta+1}}.$$

Da endlich $[-\frac{1}{2}]^{r} = [-\frac{1}{2}]^{r-\beta}[-\frac{1}{2}-r+\beta]^{\beta} = (-1)^{\beta}[-\frac{1}{2}]^{r-\beta}[r-\frac{1}{2}]^{\beta}$, und also rückwärts $[-\frac{1}{2}]^{r-\beta} = [-\frac{1}{2}]^{r} : (-1)^{\beta}[r-\frac{1}{2}]^{\beta}$ ist, so hat man:

$$\frac{\partial^r w}{\partial v^r} = 2^r[-\tfrac{1}{2}]^{r}\,S(-1)^{\beta}[r]^{2\beta}_{\beta'}.\frac{1}{2^{2\beta}[r-\frac{1}{2}]^{\beta}}.\frac{v^{r-2\beta}}{(v^2+k)^{r-\beta+1}}.$$

§. 24.

Setzt man nun $k=+1$ und $v = \mathfrak{Sin}\,k$, so ist $\frac{\partial^r w}{\partial v^r} = \frac{\partial^{r+1}k}{(\partial\,\mathfrak{Sin}\,k)^{r+1}}$;

$v^2+1 = \mathfrak{Cos}\,k^2$, und also $\frac{v^{r-2\beta}}{(v^2+1)^{r-\beta+1}} = \frac{\mathfrak{Sin}\,k^{r-2\beta}}{\mathfrak{Cos}\,k^{2r-2\beta+1}} = \frac{\mathfrak{Tang}\,k^{r-2\beta}}{\mathfrak{Cos}\,k^{r+1}}$. Werden diese Werthe substituirt, so hat man:

$$\partial^{r+1}k = \left(\frac{\partial\,\mathfrak{Sin}\,k}{\mathfrak{Cos}\,k}\right)^{r+1}.2^r[-\tfrac{1}{2}]^{r}.\,S(-1)^{\beta}[r]^{2\beta}_{\beta'}.\frac{\mathfrak{Tang}\,k^{r-2\beta}}{2^{2\beta}.[r-\frac{1}{2}]^{\beta}}.$$

Die ersten Specialfälle dieser allgemeinen Formel sind:

$$\partial k = +\frac{\partial\,\mathfrak{Sin}\,k}{\mathfrak{Cos}\,k},$$

$$\partial^2 k = -1.\left(\frac{\partial\,\mathfrak{Sin}\,k}{\mathfrak{Cos}\,k}\right)^2.\,\mathfrak{Tang}\,k,$$

$$\partial^3 k = +1.3.\left(\frac{\partial\,\mathfrak{Sin}\,k}{\mathfrak{Cos}\,k}\right)^3.\left\{\mathfrak{Tang}\,k^2 - \frac{2.1}{1.3}.\frac{1}{2}\right\},$$

$$\partial^4 k = -1.3.5.\left(\frac{\partial\,\mathfrak{Sin}\,k}{\mathfrak{Cos}\,k}\right)^4.\left\{\mathfrak{Tang}\,k^3 - \frac{3.2}{1.5}.\frac{\mathfrak{Tang}\,k}{2}\right\},$$

$$\partial^5 k = +1.3.5.7.\left(\frac{\partial\,\mathfrak{Sin}\,k}{\mathfrak{Cos}\,k}\right)^5.\left\{\mathfrak{Tang}\,k^4 - \frac{4.3}{1.7}.\frac{\mathfrak{Tang}\,k^2}{2} + \frac{4.3.2.1}{1.2.7.5}.\frac{1}{2^2}\right\},$$

$$\partial^6 k = -1.3.5.7.9.\left(\frac{\partial\,\mathfrak{Sin}\,k}{\mathfrak{Cos}\,k}\right)^6.\left\{\mathfrak{Tang}\,k^5 - \frac{5.4}{1.9}.\frac{\mathfrak{Tang}\,k^3}{2} + \frac{5.4.3.2}{1.2.9.7}.\frac{\mathfrak{Tang}\,k}{2^2}\right\}$$

$$\partial^7 k = +1.3.5.7.9.11.\left(\frac{\partial\,\mathfrak{Sin}\,k}{\mathfrak{Cos}\,k}\right)^7.\left\{\mathfrak{Tang}\,k^6 - \frac{6.5}{1.11}.\frac{\mathfrak{Tang}\,k^4}{2} + \frac{6.5.4.3}{1.2.11.9}.\frac{\mathfrak{Tang}\,k^2}{2^2} - \frac{6.5.4.3.2.1}{1.2.3.11.9.7}.\frac{1}{2^3}\right\}.$$

Diese Werthe müssen endlich in der Formel:

$$\triangle k = \frac{\partial k}{\partial v} + \frac{\triangle v}{1}.\frac{\partial^2 k}{\partial v^2}.\frac{\triangle v^2}{\partial v^2} + \frac{\partial^3 k}{\partial v^3}.\frac{\triangle v^3}{1.2.3} + \text{etc.}$$

substituirt werden, um das Increment des Arcus in eine nach Potenzen des Incrementes seines Sinus fortgehende Reihe entwickelt zu haben.

Setzt man eben so $k = -1$ und $v = \mathrm{Cos}\,k$, also $v^2 + k = \mathrm{Sin}\,k^2$, so ist $\frac{v^{r-2\beta}}{(v^2+k)^{r-\beta+1}} = \frac{\mathrm{Cos}\,k^{r-2\beta}}{\mathrm{Sin}\,k^{2r-2\beta+1}} = \frac{\mathrm{Cot}\,k^{r-2\beta}}{\mathrm{Sin}\,k^{r+1}}$, und man erhält einen Ausdruck, welcher sich vom vorigen nur darin unterscheidet, daſs $\mathrm{Cot}\,k$ für $\mathrm{Tang}\,k$ und $\mathrm{Sin}\,k$ für $\mathrm{Cos}\,k$ gesetzt ist.

Für die cyklischen Functionen giebt es analoge Formeln, die man auf der Stelle erhält, wenn man in den vorigen Formeln nur $k\sqrt{-1}$, statt des Arcus k setzt, weil das Unmögliche aus den Ausdrücken von selbst wegfällt.

Siebenter Abschnitt.

Differenzen der Sinus und Cosinus.

§. 25.

Um eine Reihe von Sinus und Cosinus für gleich unterschiedene Arcus zu berechnen, giebt es mehr als ein Verfahren. Die Formeln:

$$\mathrm{Cos}\,(a+b) + \mathrm{Cos}\,(a-b) = 2\,\mathrm{Cos}\,a \,.\, \mathrm{Cos}\,b,$$
$$\mathrm{Sin}\,(a+b) + \mathrm{Sin}\,(a-b) = 2\,\mathrm{Sin}\,a \,.\, \mathrm{Cos}\,b$$

geben, wenn man $a+b$ für a setzt, die beiden folgenden:

$$\mathrm{Cos}\,(a+2b) = (2\,\mathrm{Cos}\,b)\,.\,\mathrm{Cos}\,(a+b) - \mathrm{Cos}\,a \quad \text{und}$$
$$\mathrm{Sin}\,(a+2b) = (2\,\mathrm{Cos}\,b)\,.\,\mathrm{Sin}\,(a+b) - \mathrm{Sin}\,a.$$

Daraus folgt:

$$\mathrm{Cos}\,3k = (2\,\mathrm{Cos}\,k)\,.\,\mathrm{Cos}\,2k - \mathrm{Cos}\,k$$
$$\mathrm{Cos}\,4k = (2\,\mathrm{Cos}\,k)\,.\,\mathrm{Cos}\,3k - \mathrm{Cos}\,2k$$
$$\mathrm{Cos}\,5k = (2\,\mathrm{Cos}\,k)\,.\,\mathrm{Cos}\,4k - \mathrm{Cos}\,3k$$
$$\mathrm{Cos}\,6k = (2\,\mathrm{Cos}\,k)\,.\,\mathrm{Cos}\,5k - \mathrm{Cos}\,4k$$

u. s. w.

und

$$\mathrm{Sin}\,3k = (2\,\mathrm{Cos}\,k)\,.\,\mathrm{Sin}\,2k - \mathrm{Sin}\,k,$$
$$\mathrm{Sin}\,4k = (2\,\mathrm{Cos}\,k)\,.\,\mathrm{Sin}\,3k - \mathrm{Sin}\,2k,$$
$$\mathrm{Sin}\,5k = (2\,\mathrm{Cos}\,k)\,.\,\mathrm{Sin}\,4k - \mathrm{Sin}\,3k,$$
$$\mathrm{Sin}\,6k = (2\,\mathrm{Cos}\,k)\,.\,\mathrm{Sin}\,5k - \mathrm{Sin}\,4k,$$

u. s. w.

Nach diesen Formeln, welche auch für die cyklischen Functionen gelten, kann man nun wenn man will die Sinus und Cosinus von Arcus, welche immer um k von Null an wachsen, recurrirend auf eine wie man sieht ziemlich einfache Weise berechnen. Als vor dem Beginne dieser recurrirenden Berechnung bekannt, wird bloſs $\mathrm{Cos}\,k$ und $\mathrm{Sin}\,k$ angesehen; denn man findet daraus $\mathrm{Cos}\,2k = (2\,\mathrm{Cos}\,k)\,.\,\mathrm{Cos}\,k - \mathrm{Cos}\,0k$ und $\mathrm{Sin}\,2k = (2\,\mathrm{Cos}\,k)\,.\,\mathrm{Sin}\,k - \mathrm{Sin}\,0k$ oder $\mathrm{Cos}\,2k = 2\,\mathrm{Cos}\,k^2 - 1$ und $\mathrm{Sin}\,2k = 2\,\mathrm{Sin}\,k\,.\,\mathrm{Cos}\,k$, der Regel dieser recurrirenden Berechnung gemäſs.

§. 26.

Auch unter den höheren Differenzen der Sinus und Cosinus giebt es eine sehr einfache Beziehung. Da nemlich:

$$\mathrm{Cos}(x+2\Delta x) = (2\,\mathrm{Cos}\,\Delta x).\mathrm{Cos}(x+\Delta x) - \mathrm{Cos}\,x,$$

so hat man, wenn man von jedem Gliede die $m$te Differenz nimmt, und dabei Δx, also auch $\mathrm{Cos}\,\Delta x$ als constant ansieht:

$$\Delta^m \mathrm{Cos}(x+2\Delta x) = (2\,\mathrm{Cos}\,x).\Delta^m \mathrm{Cos}(x+\Delta x) - \Delta^m \mathrm{Cos}\,x.$$

Nun ist aber, wenn unter φx irgend eine Function von x verstanden wird, den Regeln der Differenzenrechnung gemäfs:

$$\Delta^m \varphi(x+\Delta x) = \Delta^m \varphi x + \Delta^{m+1} \varphi x \quad \text{und}$$

$$\Delta^m \varphi(x+2\Delta x) = \Delta^m \varphi x + 2\Delta^{m+1} \varphi x + \Delta^{m+2} \varphi x,$$

so dafs nun auch

$$\Delta^m \mathrm{Cos}(x+\Delta x) = \Delta^m \mathrm{Cos}\,x + \Delta^{m+1} \mathrm{Cos}\,x \quad \text{und}$$

$$\Delta^m \mathrm{Cos}(x+2\Delta x) = \Delta^m \mathrm{Cos}\,x + 2\Delta^{m+1} \mathrm{Cos}\,x + \Delta^{m+2} \mathrm{Cos}\,x$$

ist. Diese Werthe substituirt man und es entsteht die Gleichung:

$$\Delta^m \mathrm{Cos}\,x + 2\Delta^{m+1} \mathrm{Cos}\,x + \Delta^{m+2} \mathrm{Cos}\,x$$

$$= (2\,\mathrm{Cos}\,\Delta x)(\Delta^m \mathrm{Cos}\,x + \Delta^{m+1} \mathrm{Cos}\,x) - \Delta^m \mathrm{Cos}\,x \quad \text{oder}$$

$$\Delta^{m+2} \mathrm{Cos}\,x = 2(\mathrm{Cos}\,\Delta x - 1)(\Delta^m \mathrm{Cos}\,x + \Delta^{m+1} \mathrm{Cos}\,x).$$

Da weiter $2(\mathrm{Cos}\,\Delta x - 1) = 2.2.\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}\Delta x^2 = (2\,\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}\Delta x)^2$ ist, so ist die Formel

$$\Delta^{m+2} \mathrm{Cos}\,x = (2\,\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}\Delta x)^2.\{\Delta^m \mathrm{Cos}\,x + \Delta^{m+1} \mathrm{Cos}\,x\}.$$

In ähnlicher Art erhält man aus der Gleichung

$$\mathrm{Sin}(x+2\Delta x) = (2\,\mathrm{Cos}\,\Delta x).\mathrm{Sin}(x+\Delta x) - \mathrm{Sin}\,x$$

die Formel:

$$\Delta^{m+2} \mathrm{Sin}\,x = (2\,\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}\Delta x)^2.\{\Delta^m \mathrm{Sin}\,x + \Delta^{m+1} \mathrm{Sin}\,x\}.$$

Die analogen Formeln für die cyklischen Functionen erhält man, wenn man $x\sqrt{-1}$ statt x und $\Delta x.\sqrt{-1}$ statt Δx setzt, nemlich:

$$\Delta^{m+2} \cos x = -(2\sin\tfrac{1}{2}\Delta x)^2.\{\Delta^m \cos x + \Delta^{m+1} \cos x\} \quad \text{und}$$

$$\Delta^{m+2} \sin x = -(2\sin\tfrac{1}{2}\Delta x)^2.\{\Delta^m \sin x + \Delta^{m+1} \sin x\}.$$

Nach diesen vier Formeln können die Differenzen der Sinus und Cosinus mit Leichtigkeit berechnet werden.

§. 27.

Um aber auf unabhängige Weise irgend eine höhere Differenz des Sinus oder Cosinus anzugeben, müssen die Regeln noch hergeleitet werden. Bekanntlich ist die höhere Differenz $\Delta^m e^x = e^x(e^{\Delta x} - 1)^m$, und da:

$$\mathrm{Cos}\,x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \text{und} \quad \mathrm{Sin}\,x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

ist, so findet man:

$$\Delta^m \mathfrak{Cos}\, x = \frac{e^x(e^{\Delta x}-1)^m + e^{-x}(e^{-\Delta x}-1)^m}{2} \text{ und}$$

$$\Delta^m \mathfrak{Sin}\, x = \frac{e^x(e^{\Delta x}-1)^m - e^{-x}(e^{-\Delta x}-1)^m}{2}.$$

Diese Ausdrücke lassen sich aber noch viel umformen. Denn da $e^{\Delta x} = \mathfrak{Cos}\,\Delta x + \mathfrak{Sin}\,\Delta x$, also $e^{\Delta x}-1 = (\mathfrak{Cos}\,\Delta x - 1) + \mathfrak{Sin}\,\Delta x = 2\,\mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{2}\Delta x^2 + 2\,\mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{2}\Delta x\,\mathfrak{Cos}\,\tfrac{1}{2}\Delta x = 2\,\mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{2}\Delta x\,.\,e^{\frac{1}{2}\Delta x}$, und also auch $(e^{\Delta x}-1)^m = (2\,\mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{2}\Delta x)^m.e^{\frac{m}{2}\Delta x}$, so wie $(e^{-\Delta x}-1)^m = (-2\,\mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{2}\Delta x)^m.e^{-\frac{m}{2}\Delta x}$ ist, so hat man:

$$\Delta^m \mathfrak{Cos}\, x = (2\,\mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{2}\Delta x)^m.\frac{\left(e^{x+\frac{m}{2}\Delta x} + (-1)^m.e^{-x-\frac{m}{2}\Delta x}\right)}{2} \text{ und}$$

$$\Delta^m \mathfrak{Sin}\, x = (2\,\mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{2}\Delta x)^m.\frac{\left(e^{x+\frac{m}{2}\Delta x} - (-1)^m.e^{-x-\frac{m}{2}\Delta x}\right)}{2}.$$

Nun wird man zwei Fälle unterscheiden, je nachdem m eine gerade oder ungerade ganze Zahl ist.

Wenn nemlich m eine gerade Zahl ist, so hat man:

$$\Delta^m \mathfrak{Cos}\, x = (2\,\mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{2}\Delta x)^m.\mathfrak{Cos}\left(x+\frac{m}{2}\Delta x\right) \text{ und}$$

$$\Delta^m \mathfrak{Sin}\, x = (2\,\mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{2}\Delta x)^m.\mathfrak{Sin}\left(x+\frac{m}{2}\Delta x\right).$$

Wenn m eine ungerade Zahl ist, so hat man:

$$\Delta^m \mathfrak{Cos}\, x = (2\,\mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{2}\Delta x)^m.\mathfrak{Sin}\left(x+\frac{m}{2}\Delta x\right) \text{ und}$$

$$\Delta^m \mathfrak{Sin}\, x = (2\,\mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{2}\Delta x)^m.\mathfrak{Cos}\left(x+\frac{m}{2}\Delta x\right).$$

Für die cyklischen Functionen werden die Formeln fast noch einfacher. Denn man erhält hier:

$$\Delta^m \cos x = (2\sin\tfrac{1}{2}\Delta x)^m\frac{\left((\sqrt{-1})^m.e^{\left(x+\frac{m}{2}\Delta x\right)\sqrt{-1}} + (\sqrt{-1})^{-m}.e^{-\left(x+\frac{m}{2}\Delta x\right)\sqrt{-1}}\right)}{2},$$

$$\Delta^m \sin x = (2\sin\tfrac{1}{2}\Delta x)^m\frac{\left((\sqrt{-1})^m.e^{\left(x+\frac{m}{2}\Delta x\right)\sqrt{-1}} - (\sqrt{-1})^{-m}.e^{-\left(x+\frac{m}{2}\Delta x\right)\sqrt{-1}}\right)}{2\sqrt{-1}},$$

weil $(\mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{2}\Delta x\sqrt{-1})^m = (\sin\tfrac{1}{2}\Delta x)^m.(\sqrt{-1})^m$ und $-\sqrt{-1} = (\sqrt{-1})^{-1}$, also auch $(-1)^m.(\sqrt{-1})^m = (\sqrt{-1})^{-m}$ ist.

Da aber weiter $e^{\frac{\pi}{2}\sqrt{-1}} = \cos\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}\sqrt{-1} = \sqrt{-1}$ und $e^{\frac{m\pi}{2}\sqrt{-1}} = (\sqrt{-1})^m$ ist, so hat man auch weiter:

$$\Delta^m \cos x = (2\sin\tfrac{1}{2}\Delta x)^m \left(\frac{e^{\left(x+\frac{m}{2}\Delta x+\frac{m}{2}\pi\right)\sqrt{-1}} + e^{-\left(x+\frac{m}{2}\Delta x+\frac{m}{2}\pi\right)\sqrt{-1}}}{2}\right),$$

$$\Delta^m \sin x = (2\sin\tfrac{1}{2}\Delta x)^m \left(\frac{e^{\left(x+\frac{m}{2}\Delta x+\frac{m}{2}\pi\right)\sqrt{-1}} - e^{-\left(x+\frac{m}{2}\Delta x+\frac{m}{2}\pi\right)\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}\right),$$

und wenn man hierin endlich die Form der Exponentialgrößen fahren läßt, so sind die einfachen Formeln:

$$\Delta^m \cos x = (2\sin\tfrac{1}{2}\Delta x)^m . \cos\left(x + m.\frac{\Delta x}{2} + m.\frac{\pi}{2}\right),$$

$$\Delta^m \sin x = (2\sin\tfrac{1}{2}\Delta x)^m . \sin\left(x + m.\frac{\Delta x}{2} + m.\frac{\pi}{2}\right).$$

Die Differenzenverhältnisse sind also:

$$\frac{\Delta^m \cos x}{\Delta x^m} = \left(\frac{\sin\frac{1}{2}\Delta x}{\frac{1}{2}\Delta x}\right)^m . \cos\left(x + m.\frac{\Delta x}{2} + m.\frac{\pi}{2}\right) \text{ und}$$

$$\frac{\Delta^m \sin x}{\Delta x^m} = \left(\frac{\sin\frac{1}{2}\Delta x}{\frac{1}{2}\Delta x}\right)^m . \sin\left(x + m.\frac{\Delta x}{2} + m.\frac{\pi}{2}\right).$$

Geht man also zu den Grenzen über, indem man $\Delta x = 0$ setzt, so erhält man:

$$\frac{\partial^m \cos x}{\partial x^m} = \cos\left(x + \frac{m\pi}{2}\right),$$

$$\frac{\partial^m \sin x}{\partial x^m} = \sin\left(x + \frac{m\pi}{2}\right),$$

als allgemeine Formeln für die höheren Differenzialverhältnisse der (cyklischen) Sinus und Cosinus.

Achter Abschnitt.

Beziehungen zwischen den Potenzen der Sinus, Cosinus und Tangenten eines Arcus und den Sinus, Cosinus und Tangenten des vervielfachten Arcus.

§. 28.

Es ist nicht selten nothwendig, Potenzen von Sinus und Cosinus in Ausdrücke umzusetzen, welche bald nach Sinus, bald nach Cosinus vervielfachter Arcus fortschreiten, und namentlich in der Integralrechnung ist eine solche Umsetzung oft vom größten Nutzen, indem gerade davon die Integralität eines vorgelegten Differenzials abhängt. Der binomische Lehrsatz, unter der Beschränkung auf solche Exponenten, welche positive ganze Zahlen sind, reicht hin, die gesuchten Formeln herzuleiten. Es ist

$$(a+b)^n = S[n]^{\alpha}_{\alpha'} a^{n-\alpha} b^{\alpha} = S[n]^{\alpha}_{\alpha'} (ab)^{\alpha}.a^{n-2\alpha} \quad \text{und}$$

$$(a+b)^n = S[n]^{\alpha}_{\alpha'} a^{n-\alpha} b^{\alpha} = S[n]^{\alpha}_{\alpha'} (ab)^{\alpha}.b^{n-2\alpha}.$$

Beide Reihen brechen ab, weil nach der Annahme n eine positive ganze Zahl ist, und die Facultät $[n]^{\alpha} = 0$ ist, sobald $\alpha > n$ genommen wird.

Setzt man nun $a = \mathfrak{Cos}\,k + \mathfrak{Sin}\,k = e^k$ und $b = \mathfrak{Cos}\,k - \mathfrak{Sin}\,k = e^{-k}$, um diese Werthe im Ausdrucke

$$(a+b)^n = S[n]^{\alpha}_{\alpha'} (ab)^{\alpha}.\frac{a^{n-2\alpha}+b^{n-2\alpha}}{2}$$

zu substituiren, so erhält man

$$ab = 1, \quad a+b = 2\,\mathfrak{Cos}\,k \quad \text{und} \quad \frac{a^{n-2\alpha}+b^{n-2\alpha}}{2} = \mathfrak{Cos}\,(n-2\alpha)k;$$

und also

$$1. \quad (2\,\mathfrak{Cos}\,k)^n = S[n]^{\alpha}_{\alpha'}\,\mathfrak{Cos}\,(n-2\alpha)k.$$

Diese Formel kann noch zusammengezogen werden, wenn man zwei Fälle unterscheidet, je nachdem n eine gerade oder ungerade Zahl ist. Setzt man zuerst $2n$ für n, so hat man zunächst $(2\,\mathfrak{Cos}\,k)^{2n} = S[2n]^{\alpha}_{\alpha'}\,\mathfrak{Cos}\,(n-\alpha).2k$. Das Glied für $\alpha = n$ ist $[2n]^{n}_{n'}$, denn $\mathfrak{Cos}\,0 = 1$. Zerlegt man daher den Ausdruck in drei Theile, indem man $n-\alpha$ statt α setzt wenn $\alpha > 0$; $n+\alpha$ statt α wenn $\alpha > 0$, und $\alpha = n$, so hat man:

$$(2\,\mathfrak{Cos}\,k)^{2n} = S[2n]^{n-\alpha}_{(n-\alpha)'}\,\mathfrak{Cos}\,2\alpha k + [2n]^{n}_{n'} + S[2n]^{n+\alpha}_{(n+\alpha)'}\,\mathfrak{Cos}\,-2\alpha k.$$

Nun ist aber $[2n]^{n-\alpha}_{(n-\alpha)'} = [2n]^{n+\alpha}_{(n+\alpha)'}$ und $\mathfrak{Cos}\,-2\alpha k = \mathfrak{Cos}\,2\alpha k$; folglich hat man:

$$2. \quad (2\,\mathfrak{Cos}\,k)^{2n} = [2n]^{n}_{n'} + 2.S[2n]^{n+\alpha}_{(n+\alpha)'}\,\mathfrak{Cos}\,2\alpha k, \quad \text{für } \alpha > 0.$$

Wenn hingegen der Exponent n ungerade ist, so giebt es kein mittleres Glied des Ausdruckes, weil die Menge der Glieder in der Formel (1.) dann eine gerade Zahl ist, und es gilt für diesen Fall die Formel:

$$3. \quad (2\,\mathfrak{Cos}\,k)^{2n+1} = 2.S[2n+1]^{\beta}_{\beta'}\,\mathfrak{Cos}\,(2\alpha+1)k \quad (\text{cond. } \alpha+\beta = n).$$

Dieselben Formeln gelten auch für die cyklischen Functionen, nur muſs durchgehends die Vorsylbe $\mathfrak{Cos}$ in cos abgeändert werden.

Specialisirt man die allgemeinen Formeln, so hat man die Ausdrücke:

$\text{Cos}\,k^2 = \frac{1}{2}\,\text{Cos}\,2k + \frac{1}{2}$,

$\text{Cos}\,k^3 = \frac{1}{4}\,\text{Cos}\,3k + \frac{3}{4}\,\text{Cos}\,k$,

$\text{Cos}\,k^4 = \frac{1}{8}\,\text{Cos}\,4k + \frac{1}{2}\,\text{Cos}\,2k + \frac{3}{8}$,

$\text{Cos}\,k^5 = \frac{1}{16}\,\text{Cos}\,5k + \frac{5}{16}\,\text{Cos}\,3k + \frac{5}{8}\,\text{Cos}\,k$,

$\text{Cos}\,k^6 = \frac{1}{32}\,\text{Cos}\,6k + \frac{3}{16}\,\text{Cos}\,4k + \frac{15}{32}\,\text{Cos}\,2k + \frac{5}{16}$,

$\text{Cos}\,k^7 = \frac{1}{64}\,\text{Cos}\,7k + \frac{7}{64}\,\text{Cos}\,5k + \frac{21}{64}\,\text{Cos}\,3k + \frac{35}{64}\,\text{Cos}\,k$,

$\text{Cos}\,k^8 = \frac{1}{128}\,\text{Cos}\,8k + \frac{1}{16}\,\text{Cos}\,6k + \frac{7}{32}\,\text{Cos}\,4k + \frac{7}{16}\,\text{Cos}\,2k + \frac{35}{128}$,

$\text{Cos}\,k^9 = \frac{1}{256}\,\text{Cos}\,9k + \frac{9}{256}\,\text{Cos}\,7k + \frac{9}{64}\,\text{Cos}\,5k + \frac{21}{64}\,\text{Cos}\,3k + \frac{63}{128}\,\text{Cos}\,k$,

$\text{Cos}\,k^{10} = \frac{1}{512}\,\text{Cos}\,10k + \frac{5}{256}\,\text{Cos}\,8k + \frac{45}{512}\,\text{Cos}\,6k + \frac{15}{64}\,\text{Cos}\,4k + \frac{105}{256}\,\text{Cos}\,2k + \frac{63}{256}$,

u. s. w.

§. 29.

Um ähnliche Ausdrücke auch für die Potenzen der Sinus herzuleiten, dient ebenfalls der binomische Lehrsatz in der Form:

$$(a-b)^n = S(-1)^\alpha \underset{\alpha'}{\overset{\alpha}{[n]}}(ab)^\alpha a^{n-2\alpha},$$

und da $(a-b)^n = (-1)^n.(b-a)^n$ ist, so hat man auch:

$$(a-b)^n = S(-1)^{n+\alpha} \underset{\alpha'}{\overset{\alpha}{[n]}}(ab)^\alpha b^{n-2\alpha},$$

und also durch Addition:

$$(a-b)^n = S(-1)^\alpha \underset{\alpha'}{\overset{\alpha}{[n]}}(ab)^\alpha \frac{a^{n-2\alpha}+(-1)^n b^{n-2\alpha}}{2}.$$

Unterscheidet man also schon jetzt zwei Fälle, je nachdem n eine gerade oder ungerade Zahl ist, so hat man:

$$(a-b)^{2n} = S(-1)^\alpha \underset{\alpha'}{\overset{\alpha}{[2n]}}.\frac{a^{2n-2\alpha}+b^{2n-2\alpha}}{2}.(ab)^\alpha,$$

$$(a-b)^{2n+1} = S(-1)^\alpha \underset{\alpha'}{\overset{\alpha}{[2n+1]}}.\frac{a^{2n-2\alpha+1}+b^{2n-2\alpha+1}}{2}.(ab)^\alpha.$$

Werden nun wieder für a und b die Werthe, wie in §. 28. substituirt, so entstehen die Formeln:

$$(2\,\text{Sin}\,k)^{2n} = S(-1)^\alpha \underset{\alpha'}{\overset{\alpha}{[2n]}}\,\text{Cos}\,(n-\alpha)2k,$$

$$(2\,\text{Sin}\,k)^{2n+1} = S(-1)^\alpha \underset{\alpha'}{\overset{\alpha}{[2n+1]}}\,\text{Sin}\,(2n-2\alpha+1)k,$$

welche ebenfalls noch weiter zusammengezogen werden können; nemlich:

$$(2\,\text{Sin}\,k)^{2n} = (-1)^n \underset{n'}{\overset{n}{[2n]}} + S(-1)^{n+\alpha} \underset{(n+\alpha)'}{\overset{n+\alpha}{[2n]}}\,\text{Cos}\,2\alpha k \quad \text{für } \alpha > 0;$$

$$(2\,\text{Sin}\,k)^{2n+1} = 2.S(-1)^\beta \underset{\beta'}{\overset{\beta}{[2n+1]}}\,\text{Sin}\,(2\alpha+1)k \quad (\text{cond. } (\alpha+\beta=n)).$$

Diese Formeln können ebenfalls leicht in die für die cyklischen Functionen geltenden umgesetzt werden, und die ersten Specialisirungen derselben sind:

$\mathrm{Sin}\,k^2 = \frac{1}{2}\,\mathrm{Cos}\,2k - \frac{1}{2}$,
$\mathrm{Sin}\,k^3 = \frac{1}{4}\,\mathrm{Sin}\,3k - \frac{3}{4}\,\mathrm{Sin}\,k$,
$\mathrm{Sin}\,k^4 = \frac{1}{8}\,\mathrm{Cos}\,4k - \frac{1}{2}\,\mathrm{Cos}\,2k + \frac{3}{8}$,
$\mathrm{Sin}\,k^5 = \frac{1}{16}\,\mathrm{Sin}\,5k - \frac{5}{16}\,\mathrm{Sin}\,3k + \frac{5}{8}\,\mathrm{Sin}\,k$,
$\mathrm{Sin}\,k^6 = \frac{1}{32}\,\mathrm{Cos}\,6k - \frac{3}{16}\,\mathrm{Cos}\,4k + \frac{15}{32}\,\mathrm{Cos}\,2k - \frac{5}{16}$,
$\mathrm{Sin}\,k^7 = \frac{1}{64}\,\mathrm{Sin}\,7k - \frac{7}{64}\,\mathrm{Sin}\,5k + \frac{21}{64}\,\mathrm{Sin}\,3k - \frac{35}{64}\,\mathrm{Sin}\,k$,
$\mathrm{Sin}\,k^8 = \frac{1}{128}\,\mathrm{Cos}\,8k - \frac{1}{16}\,\mathrm{Cos}\,6k + \frac{7}{32}\,\mathrm{Cos}\,4k - \frac{7}{16}\,\mathrm{Cos}\,2k + \frac{35}{128}$,
$\mathrm{Sin}\,k^9 = \frac{1}{256}\,\mathrm{Sin}\,9k - \frac{9}{256}\,\mathrm{Sin}\,7k + \frac{9}{64}\,\mathrm{Sin}\,5k - \frac{21}{64}\,\mathrm{Sin}\,3k + \frac{63}{128}\,\mathrm{Sin}\,k$,
$\mathrm{Sin}\,k^{10} = \frac{1}{512}\,\mathrm{Cos}\,10k - \frac{5}{256}\,\mathrm{Cos}\,8k + \frac{45}{512}\,\mathrm{Cos}\,6k - \frac{15}{64}\,\mathrm{Cos}\,4k + \frac{105}{256}\,\mathrm{Cos}\,2k - \frac{63}{256}$,
u. s. w.

§. 30.

Aber auch umgekehrt läſst sich der Sinus und Cosinus eines vervielfachten Arcus durch Potenzen von Sinus und Cosinus des einfachen Arcus ausdrücken.

Da nemlich:

$$(e^k)^n = (\mathrm{Cos}\,k + \mathrm{Sin}\,k)^n = e^{nk} = \mathrm{Cos}\,nk + \mathrm{Sin}\,nk \quad \text{und}$$
$$(e^{-k})^n = (\mathrm{Cos}\,k - \mathrm{Sin}\,k)^n = e^{-nk} = \mathrm{Cos}\,nk - \mathrm{Sin}\,nk$$

ist, so hat man durch Addition und Subtraction:

$$\mathrm{Cos}\,nk = \frac{(\mathrm{Cos}\,k + \mathrm{Sin}\,k)^n + (\mathrm{Cos}\,k - \mathrm{Sin}\,k)^n}{2},$$
$$\mathrm{Sin}\,nk = \frac{(\mathrm{Cos}\,k + \mathrm{Sin}\,k)^n - (\mathrm{Cos}\,k - \mathrm{Sin}\,k)^n}{2}.$$

Nach geschehener Entwickelung hat man die Ausdrücke:

$$1. \quad \mathrm{Cos}\,nk = S\,[n]^{2a}_{(2a)'}\,\mathrm{Cos}\,k^{n-2a}\,.\,\mathrm{Sin}\,k^{2a},$$
$$2. \quad \mathrm{Sin}\,nk = S\,[n]^{2a+1}_{(2a+1)'}\,\mathrm{Cos}\,k^{n-2a-1}\,.\,\mathrm{Sin}\,k^{2a+1}.$$

Man kann ihnen auch folgende Gestalt geben:

$\mathrm{Cos}\,nk = (\mathrm{Cos}\,k)^n\,.\,S\,[n]^{2a}_{(2a)'}\,.\,\mathrm{Tang}\,k^{2a}$ und $\mathrm{Sin}\,nk = (\mathrm{Sin}\,k)^n\,.\,S\,[n]^{2a+1}_{(2a+1)'}\,.\,\mathrm{Tang}\,k^{2a+1}$,

woraus für die Tangente folgt:

$$\mathrm{Tang}\,nk = (S\,[n]^{2a}_{(2a)'}\,\mathrm{Tang}\,k^{2a}) : (S\,[n]^{2a+1}_{(2a+1)'}\,\mathrm{Tang}\,k^{2a+1}).$$

Auch diese Formeln werden in die für die cyklischen Functionen geltenden leicht umgesetzt, indem man nur $k\sqrt{-1}$ für den Arcus k setzt, und brechen immer ab, da der Annahme gemäſs n eine positive ganze Zahl ist.

Die ersten Specialfälle der letzten Formel sind:

$$\mathrm{Tang}\,2k = \frac{2\,\mathrm{Tang}\,k}{1+\mathrm{Tang}\,k^2},$$

$$\mathrm{Tang}\,3k = \frac{3\,\mathrm{Tang}\,k+\mathrm{Tang}\,k^3}{1+3\,\mathrm{Tang}\,k^2},$$

$$\mathrm{Tang}\,4k = \frac{4\,\mathrm{Tang}\,k+4\,\mathrm{Tang}\,k^3}{1+6\,\mathrm{Tang}\,k^2+\mathrm{Tang}\,k^4},$$

$$\mathrm{Tang}\,5k = \frac{5\,\mathrm{Tang}\,k+10\,\mathrm{Tang}\,k^3+\mathrm{Tang}\,k^5}{1+10\,\mathrm{Tang}\,k^2+5\,\mathrm{Tang}\,k^4},$$

$$\mathrm{Tang}\,6k = \frac{6\,\mathrm{Tang}\,k+20\,\mathrm{Tang}\,k^3+6\,\mathrm{Tang}\,k^5}{1+15\,\mathrm{Tang}\,k^2+15\,\mathrm{Tang}\,k^4+\mathrm{Tang}\,k^6},$$

u. s. w.

Diese Ausdrücke lassen sich übrigens auch leicht recurrirend vermehren; denn es sei $\mathrm{Tang}\,nk = \frac{p}{q}$ und $\mathrm{Tang}\,(n+1)k = \frac{P}{Q}$, so ist bekanntlich $\mathrm{Tang}\,(n+1)k = \frac{\mathrm{Tang}\,nk+\mathrm{Tang}\,k}{1+\mathrm{Tang}\,nk\,.\,\mathrm{Tang}\,k}$, und also $\frac{P}{Q} = \frac{p+q\,\mathrm{Tang}\,k}{q+p\,\mathrm{Tang}\,k}$ oder:

$$P = p+q\,\mathrm{Tang}\,k \quad \text{und} \quad Q = q+p\,\mathrm{Tang}\,k,$$

nach welchen Formeln die Rechnung, wie man sieht, sehr bequem ist.

§. 31.

Die Formeln (1. und 2.) des §. 30. haben die Unbequemlichkeit, daſs sie nach Potenzen des Sinus und Cosinus zugleich fortschreiten. Brauchbarere Formeln leitet man aus zwei arithmetischen Theoremen her, nemlich:

$$a^n+b^n = S(-1)^\alpha \frac{n}{n-\alpha}\,[n-\alpha]^{\alpha}_{\alpha^1}(a+b)^{n-2\alpha}.(ab)^\alpha,$$

$$\frac{a^{n+1}-b^{n+1}}{a-b} = S(-1)^\alpha\,[n-\alpha]^{\alpha}_{\alpha^1}(a+b)^{n-2\alpha}.(ab)^\alpha.$$

Beide Ausdrücke sind geschlossen und dürfen nur so weit fortgesetzt werden, daſs $n-2\alpha=0$ oder $=+1$, nicht aber negativ werde. Sie gelten übrigens, es mag n eine gerade oder ungerade ganze Zahl sein, und ihr Beweis fällt nicht schwer.

Setzt man $a=\mathrm{Cos}\,k+\mathrm{Sin}\,k$, $b=\mathrm{Cos}\,k-\mathrm{Sin}\,k$, so ist $a.b=1$, $a+b=2\,\mathrm{Cos}\,k$, $a-b=2\,\mathrm{Sin}\,k$, $a^n+b^n=2\,\mathrm{Cos}\,nk$, $a^{n+1}-b^{n+1}=2\,\mathrm{Sin}(n+1)k$; und werden diese Werthe substituirt, so hat man auf der Stelle:

$$1.\quad 2\,\mathrm{Cos}\,nk = S(-1)^\alpha \frac{n}{n-\alpha}\,[n-\alpha]^{\alpha}_{\alpha^1}.(2\,\mathrm{Cos}\,k)^{n-2\alpha},$$

$$2.\quad \frac{\mathrm{Sin}\,(n+1)k}{\mathrm{Sin}\,k} = S(-1)^\alpha\,[n-\alpha]^{\alpha}_{\alpha^1}.(2\,\mathrm{Cos}\,k)^{n-2\alpha},$$

und auch diese Reihen werden nur so weit fortgesetzt, dafs $n-2\alpha$ nicht negativ wird.

Setzt man vor der Substitution $-b$ statt b, so mufs man zwei Fälle unterscheiden, je nachdem n eine gerade oder ungerade Zahl ist.

1) Wenn n eine gerade Zahl ist.

Dann geben die Formeln

$$a^n + b^n = S\frac{n}{n-\alpha}[n-\alpha]^{\alpha}_{\alpha'}(a-b)^{n-2\alpha}.(ab)^\alpha \text{ und}$$

$$\frac{a^{n+1}+b^{n+1}}{a+b} = S[n-\alpha]^{\alpha}_{\alpha'}(a-b)^{n-2\alpha}.(ab)^\alpha$$

durch die Substitution $a = \mathfrak{Cos}\,k + \mathfrak{Sin}\,k$ und $b = \mathfrak{Cos}\,k - \mathfrak{Sin}\,k$ die zwei Gleichungen:

$$3.\quad 2\,\mathfrak{Cos}\,nk = S\frac{n}{n-\alpha}[n-\alpha]^{\alpha}_{\alpha'}.(2\,\mathfrak{Sin}\,k)^{n-2\alpha};$$

$$4.\quad \frac{\mathfrak{Cos}\,(n+1)k}{\mathfrak{Cos}\,k} = S[n-\alpha]^{\alpha}_{\alpha'}.(2\,\mathfrak{Sin}\,k)^{n-2\alpha}.$$

2) Wenn n eine ungerade ganze Zahl ist.

Dann geben die Formeln

$$a^n - b^n = S\frac{n}{n-\alpha}[n-\alpha]^{\alpha}_{\alpha'}(a-b)^{n-2\alpha}.(ab)^\alpha \text{ und}$$

$$\frac{a^{n+1}-b^{n+1}}{a+b} = S[n-\alpha]^{\alpha}_{\alpha'}.(a-b)^{n-2\alpha}.(ab)^\alpha,$$

durch dieselbe Substitution, wie vorhin, die neuen Formeln:

$$5.\quad 2\,\mathfrak{Sin}\,nk = S\frac{n}{n-\alpha}[n-\alpha]^{\alpha}_{\alpha'}.(2\,\mathfrak{Sin}\,k)^{n-2\alpha},$$

$$6.\quad \frac{\mathfrak{Sin}\,(n+1)k}{\mathfrak{Cos}\,k} = S[n-\alpha]^{\alpha}_{\alpha'}.(2\,\mathfrak{Sin}\,k)^{n-2\alpha}.$$

Wenn man die Gleichungen (1., 3., 5.) differentiirt, so erhält man drei andere, welche mit den Gleichungen (2., 4., 6.) fast dieselben sind, und auch darin übergehen, wenn man in ihnen die Zahl n nur um Eins erhöhet.

§. 32.

Die Berechnung der Vorzahlen in den Ausdrücken (1. und 2.) des §. 31. wird durch ein recurrirendes Verfahren erleichtert. Man setze zu dem Ende:

$$\mathfrak{Cos}\,nk = S(-1)^\alpha\varphi(n,\alpha).\mathfrak{Cos}\,k^{n-2\alpha},$$

so hat man, weil $\mathfrak{Cos}\,(n+2)k = (2\,\mathfrak{Cos}\,k).\mathfrak{Cos}\,(n+1)k - \mathfrak{Cos}\,nk$ ist:

$$S(-1)^{\alpha}\varphi(n+2,\alpha).\mathfrak{Cos}\,k^{n+2-2\alpha}$$

$$= 2.S(-1)^{\alpha}\varphi(n+1,\alpha).\mathfrak{Cos}\,k^{n+1-2\alpha} - S(-1)^{\alpha}\varphi(n,\alpha).\mathfrak{Cos}\,k^{n-2\alpha},$$

und also:

$$\varphi(n+2,r) = 2\varphi(n+1,r) + \varphi(n,r-1).$$

Diese Recursionsformel läſst an Einfachheit nichts zu wünschen übrig; in Anwendung derselben findet man folgende Ausdrücke:

$$1.\left\{\begin{array}{l}
\mathfrak{Cos}\,2k = 2\,\mathfrak{Cos}\,k^2 - 1,\\
\mathfrak{Cos}\,3k = 4\,\mathfrak{Cos}\,k^3 - 3\,\mathfrak{Cos}\,k,\\
\mathfrak{Cos}\,4k = 8\,\mathfrak{Cos}\,k^4 - 8\,\mathfrak{Cos}\,k^2 + 1,\\
\mathfrak{Cos}\,5k = 16\,\mathfrak{Cos}\,k^5 - 20\,\mathfrak{Cos}\,k^3 + 5\,\mathfrak{Cos}\,k,\\
\mathfrak{Cos}\,6k = 32\,\mathfrak{Cos}\,k^6 - 48\,\mathfrak{Cos}\,k^4 + 18\,\mathfrak{Cos}\,k^2 - 1,\\
\mathfrak{Cos}\,7k = 64\,\mathfrak{Cos}\,k^7 - 112\,\mathfrak{Cos}\,k^5 + 56\,\mathfrak{Cos}\,k^3 - 7\,\mathfrak{Cos}\,k,\\
\mathfrak{Cos}\,8k = 128\,\mathfrak{Cos}\,k^8 - 256\,\mathfrak{Cos}\,k^6 + 160\,\mathfrak{Cos}\,k^4 - 32\,\mathfrak{Cos}\,k^2 + 1,\\
\mathfrak{Cos}\,9k = 256\,\mathfrak{Cos}\,k^9 - 576\,\mathfrak{Cos}\,k^7 + 432\,\mathfrak{Cos}\,k^5 - 120\,\mathfrak{Cos}\,k^3 + 9\,\mathfrak{Cos}\,k,\\
\mathfrak{Cos}\,10k = 512\,\mathfrak{Cos}\,k^{10} - 1280\,\mathfrak{Cos}\,k^8 + 1120\,\mathfrak{Cos}\,k^6 - 400\,\mathfrak{Cos}\,k^4 + 50\,\mathfrak{Cos}\,k^2 - 1,\\
\text{u. s. w.}
\end{array}\right.$$

Da nun die Formeln (3. und 5.) dieselben Vorzahlen haben, so ist auch:

$$2.\left\{\begin{array}{l}
\mathfrak{Cos}\,2k = 2\,\mathfrak{Sin}\,k^2 + 1,\\
\mathfrak{Sin}\,3k = 4\,\mathfrak{Sin}\,k^3 + 3\,\mathfrak{Sin}\,k,\\
\mathfrak{Cos}\,4k = 8\,\mathfrak{Sin}\,k^4 + 8\,\mathfrak{Sin}\,k^2 + 1,\\
\mathfrak{Sin}\,5k = 16\,\mathfrak{Sin}\,k^5 + 20\,\mathfrak{Sin}\,k^3 + 5\,\mathfrak{Sin}\,k,\\
\mathfrak{Cos}\,6k = 32\,\mathfrak{Sin}\,k^6 + 48\,\mathfrak{Sin}\,k^4 + 18\,\mathfrak{Sin}\,k^2 + 1,\\
\mathfrak{Sin}\,7k = 64\,\mathfrak{Sin}\,k^7 + 112\,\mathfrak{Sin}\,k^5 + 56\,\mathfrak{Sin}\,k^3 + 7\,\mathfrak{Sin}\,k,\\
\mathfrak{Cos}\,8k = 128\,\mathfrak{Sin}\,k^8 + 256\,\mathfrak{Sin}\,k^6 + 160\,\mathfrak{Sin}\,k^4 + 32\,\mathfrak{Sin}\,k^2 + 1,\\
\mathfrak{Sin}\,9k = 256\,\mathfrak{Sin}\,k^9 + 576\,\mathfrak{Sin}\,k^7 + 432\,\mathfrak{Sin}\,k^5 + 120\,\mathfrak{Sin}\,k^3 + 9\,\mathfrak{Sin}\,k,\\
\mathfrak{Cos}\,10k = 512\,\mathfrak{Sin}\,k^{10} + 1280\,\mathfrak{Sin}\,k^8 + 1120\,\mathfrak{Sin}\,k^6 + 400\,\mathfrak{Sin}\,k^4 + 50\,\mathfrak{Sin}\,k^2 + 1,\\
\text{u. s. w.}
\end{array}\right.$$

Die Formeln (1.) gelten unmittelbar auch von den cyklischen Cosinus, und man hat nur die Vorsylbe $\mathfrak{Cos}$ in cos abzuändern. Die Formeln (2.) aber, welche Sinus enthalten, bekommen abwechselnde Vorzeichen. So erhält man z. B. aus den beiden letzten Formeln, wenn $k\sqrt{-1}$ für k gesetzt wird:

$$\sin 9k = +256\sin k^9 - 576\sin k^7 + 432\sin k^5 - 120\sin k^3 + 9\sin k,$$

$$\cos 10k = -512\sin k^{10} + 1280\sin k^8 - 1120\sin k^6 + 400\sin k^4 - 50\sin k^2 + 1.$$

§. 33.

Will man in ähnlicher Art eine Recursionsformel für die Berechnung der Vorzahlen in den übrigen Ausdrücken herleiten, so wird man setzen:

$$\text{Sin}\, nk = \text{Sin}\, k \,.\, S(-1)^{\alpha}\, \varphi(n,\alpha)\, \text{Cos}\, k^{n-2\alpha-1},$$

und da $\text{Sin}(n+2)k = (2\,\text{Cos}\,k).\text{Sin}(n+1)k - \text{Sin}\,k$ ist, so hat man:

$$\text{Sin}\,k \,.\, S(-1)^{\alpha}\varphi(n+2,\alpha)\,\text{Cos}\,k^{n-2\alpha+1}$$
$$= 2\,\text{Sin}\,k\,.\,S(-1)^{\alpha}\varphi(n+1,\alpha)\,\text{Cos}\,k^{n-2\alpha+1} - \text{Sin}\,k\,.\,S(-1)^{\alpha}\varphi(n,\alpha)\,.\,\text{Cos}\,k^{n-2\alpha-1},$$

oder einfacher:

$$\varphi(n+2,r) = 2\,.\,\varphi(n+1,r) + \varphi(n,r-1).$$

Diese Formel stimmt mit der in §. 32. gefundenen völlig überein, und die Vorzahlen würden also wieder die vorigen werden, wenn die Rechnung nicht mit anderen Elementen begonnen würde. Die berechneten Ausdrücke sind:

$$1.\left\{\begin{array}{l}
\text{Sin}\,2k = \text{Sin}\,k.\;(2\,\text{Cos}\,k),\\
\text{Sin}\,3k = \text{Sin}\,k.\;(4\,\text{Cos}\,k^2 - 1),\\
\text{Sin}\,4k = \text{Sin}\,k.\;(8\,\text{Cos}\,k^3 - 4\,\text{Cos}\,k),\\
\text{Sin}\,5k = \text{Sin}\,k.\;(16\,\text{Cos}\,k^4 - 12\,\text{Cos}\,k^2 + 1),\\
\text{Sin}\,6k = \text{Sin}\,k.\;(32\,\text{Cos}\,k^5 - 32\,\text{Cos}\,k^3 + 6\,\text{Cos}\,k),\\
\text{Sin}\,7k = \text{Sin}\,k.\;(64\,\text{Cos}\,k^6 - 80\,\text{Cos}\,k^4 + 24\,\text{Cos}\,k^2 - 1),\\
\text{Sin}\,8k = \text{Sin}\,k.(128\,\text{Cos}\,k^7 - 192\,\text{Cos}\,k^5 + 80\,\text{Cos}\,k^3 - 8\,\text{Cos}\,k),\\
\text{Sin}\,9k = \text{Sin}\,k.(256\,\text{Cos}\,k^8 - 458\,\text{Cos}\,k^6 + 248\,\text{Cos}\,k^4 - 40\,\text{Cos}\,k^2 + 1),\\
\text{Sin}\,10k = \text{Sin}\,k.(512\,\text{Cos}\,k^9 - 1044\,\text{Cos}\,k^7 + 688\,\text{Cos}\,k^5 - 160\,\text{Cos}\,k^3 + 10\,\text{Cos}\,k,\\
\quad\text{u. s. w.}
\end{array}\right.$$

Da nun die Formeln (4. und 6.) des §. 31. dieselben Vorzahlen haben, so hat man noch:

$$2.\left\{\begin{array}{l}
\text{Sin}\,2k = \text{Cos}\,k.\;(2\,\text{Sin}\,k),\\
\text{Cos}\,3k = \text{Cos}\,k.\;(4\,\text{Sin}\,k^2 + 1),\\
\text{Sin}\,4k = \text{Cos}\,k.\;(8\,\text{Sin}\,k^3 + 4\,\text{Sin}\,k),\\
\text{Cos}\,5k = \text{Cos}\,k.\;(16\,\text{Sin}\,k^4 + 12\,\text{Sin}\,k^2 + 1),\\
\text{Sin}\,6k = \text{Cos}\,k.\;(32\,\text{Sin}\,k^5 + 32\,\text{Sin}\,k^3 + 6\,\text{Sin}\,k),\\
\text{Cos}\,7k = \text{Cos}\,k.\;(64\,\text{Sin}\,k^6 + 80\,\text{Sin}\,k^4 + 24\,\text{Sin}\,k^2 + 1),\\
\text{Sin}\,8k = \text{Cos}\,k.(128\,\text{Sin}\,k^7 + 192\,\text{Sin}\,k^5 + 80\,\text{Sin}\,k^3 + 8\,\text{Sin}\,k),\\
\text{Cos}\,9k = \text{Cos}\,k.(256\,\text{Sin}\,k^8 + 458\,\text{Sin}\,k^6 + 248\,\text{Sin}\,k^4 + 40\,\text{Sin}\,k^2 + 1),\\
\text{Sin}\,10k = \text{Cos}\,k.(512\,\text{Sin}\,k^9 + 1044\,\text{Sin}\,k^7 + 688\,\text{Sin}\,k^5 + 160\,\text{Sin}\,k^3 + 10\,\text{Sin}\,k),\\
\quad\text{u. s. w.}
\end{array}\right.$$

Auch diese Formeln können leicht auf die cyklischen Functionen übertra-

gen werden, wenn man $k\sqrt{-1}$ für k setzt, und bemerkt, daſs $\mathfrak{Sin}(k\sqrt{-1}) = (\sin k).\sqrt{-1}$ und $\mathfrak{Cos}(k\sqrt{-1}) = \cos k$ ist.

§. 34.

Um das Verhalten der hyperbolischen Sinus, Cosinus und Tangenten an einem einfachen Beispiele zu veranschaulichen, nehmen wir wieder zum Arcus k den natürlichen Logarithmen von Zwei, wie in §. 9. Um die hyperbolischen Functionen eines Vielfachen dieses Arcus kennen zu lernen, könnten die so eben abgeleiteten Formeln allerdings gebraucht werden. Man gelangt hier aber kürzer zum Ziele, wenn man in den Formeln des §. 9. $v = 2^n$, also $\log v = n \log 2$ setzt. Man erhält auf der Stelle:

$$\mathfrak{Cos}(n\log 2) = \frac{2^{2n}+1}{2^{n+1}} = 2^{n-1} + \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$\mathfrak{Sin}(n\log 2) = \frac{2^{2n}-1}{2^{n+1}} = 2^{n-1} - \frac{1}{2^{n+1}}$$

; also $\mathfrak{Tang}(n\log 2) = \frac{2^{2n}-1}{2^{2n}+1}$.

n	nk	$\mathfrak{Cos}\,nk$	$\mathfrak{Sin}\,nk$
1	0,6931 4718 0559....	$1\frac{1}{4}$	$0\frac{3}{4}$
2	1,3862 9436 1119....	$2\frac{1}{8}$	$1\frac{7}{8}$
3	2,0794 4154 1679....	$4\frac{1}{16}$	$3\frac{15}{16}$
4	2,7725 8872 2239....	$8\frac{1}{32}$	$7\frac{31}{32}$
5	3,4657 3590 2799....	$16\frac{1}{64}$	$15\frac{63}{64}$
6	4,1588 8308 3359....	$32\frac{1}{128}$	$31\frac{127}{128}$
7	4,8520 3026 3919....	$64\frac{1}{256}$	$63\frac{255}{256}$
8	5,5451 7744 4479....	$128\frac{1}{512}$	$127\frac{511}{512}$
9	6,2383 2462 5039....	$256\frac{1}{1024}$	$255\frac{1023}{1024}$
10	6,9314 7180 5599....	$512\frac{1}{2048}$	$511\frac{2047}{2048}$
11	7,6246 1898 6159....	$1024\frac{1}{4096}$	$1023\frac{4095}{4096}$
12	8,3177 6616 6719....	$2048\frac{1}{8192}$	$2047\frac{8191}{8192}$
13	9,0109 1334 7279....	$4096\frac{1}{16384}$	$4095\frac{16383}{16384}$
14	9,7040 6052 7839....	$8192\frac{1}{32768}$	$8191\frac{32767}{32768}$
15	10,3972 0770 8399....	$16384\frac{1}{65536}$	$16383\frac{65535}{65536}$
16	11,0903 5488 8959....	$32768\frac{1}{131072}$	$32767\frac{131071}{131072}$
17	11,7835 0206 9519....	$65536\frac{1}{262144}$	$65535\frac{262143}{262144}$
18	12,4766 4925 0079....	$131072\frac{1}{524288}$	$131071\frac{524287}{524288}$
19	13,1697 9643 0638....	$262144\frac{1}{1048576}$	$262143\frac{1048575}{1048576}$
20	13,8629 4361 1198....	$524288\frac{1}{2097152}$	$524287\frac{2097151}{2097152}$

Neunter Abschnitt.

Vermittelung zwischen den hyperbolischen und cyklischen Functionen durch Longitudinalfunctionen.

§. 35.

Die Beziehungen unter den hyperbolischen Functionen eines und desselben Arcus lassen sich in ähnlicher Weise, wie die Beziehungen unter den cyklischen Functionen eines Arcus an einem ebenen Dreiecke nachweisen. Es sei ABC (Fig. 1.) ein ebenes Dreieck, dessen Winkel durch A, B, C bezeichnet sein mögen; die Seiten heifsen a, b, c, und zwar in der Ordnung, in welcher sie den ähnlich benannten Winkeln gegenüberliegen.

Wäre nun etwa der Winkel C ein rechter, so wäre

$$\sin A = \frac{a}{c}; \quad \cos A = \frac{b}{c} \quad \text{und} \quad \operatorname{tang} A = \frac{a}{b}.$$

Die drei cyklischen Functionen $\sin A$, $\cos A$, $\operatorname{tang} A$ wären also auf den Winkel A, oder richtiger auf eine unbenannte Zahl als ihren gemeinschaftlichen Arcus bezogen, welche durch $\frac{A.\pi}{180}$ ausgedrückt wird, wenn A in Graden der alten Eintheilung angegeben wird, und durch $\frac{A\pi}{200}$, wenn der Winkel A in Graden der neuen Eintheilung gegeben ist.

Man lasse nun aber einmal den Winkel C unbestimmt, damit er nicht gerade ein rechter sei, und denke sich einen von dem Winkel A in anderer Weise ebenfalls abhängenden Arcus x, auf welchen die hyperbolischen Functionen bezogen werden sollen. Setzt man dann wieder:

$$1. \quad \mathfrak{Sin}\, x = \frac{a}{c}, \quad \mathfrak{Cos}\, x = \frac{b}{c} \quad \text{und} \quad \mathfrak{Tang}\, x = \frac{a}{b},$$

und wird die Abhängigkeit des Arcus x vom Winkel A oder vom vorigen Arcus etwa durch $x = \varphi A$ vorgestellt, so müssen den Beziehungen unter diesen drei hyperbolischen Functionen die Beziehungen unter den Seiten und Winkeln des Dreiecks angemessen sein.

Nun ist aber, wenn der Winkel C ein unbestimmter ist:

$$\frac{a}{c} = \frac{\sin A}{\sin C}; \quad \frac{b}{c} = \frac{\sin(A+C)}{\sin C} \quad \text{und} \quad \frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\sin(A+C)};$$

also hat man auch, wenn diese Werthe substituirt werden:

2. $\mathfrak{Sin}\, x = \frac{\sin A}{\sin C}$; $\mathfrak{Cos}\, x = \frac{\sin(A+C)}{\sin C}$ und $\mathfrak{Tang}\, x = \frac{\sin A}{\sin(A+C)}$.

Die eine zwischen den hyperbolischen Functionen Statt findende Beziehung, $\mathfrak{Tang}\, x = \frac{\mathfrak{Sin}\, x}{\mathfrak{Cos}\, x}$, ist wie man sieht erfüllt, und es kommt also nur noch darauf an, daſs auch der Gleichung $\mathfrak{Cos}\, x^2 - \mathfrak{Sin}\, x^2 = 1$ ein Genüge geschehe, und hiernach muſs also die Gröſse des vorhin unbestimmten Winkels C bestimmt werden. Substituirt man in dieser Gleichung die Werthe (2.), so erhält man:

$$\sin(A+C)^2 - \sin A^2 = \sin C^2.$$

Da nun aber $\sin w^2 - \sin v^2 = \sin(w+v).\sin(w-v)$ ist, so verwandelt sich die gefundene Gleichung offenbar in $\sin(2A+C).\sin C = \sin C^2$ oder

$$[\sin(2A+C) - \sin C].\sin C = 0.$$

Es ist daher entweder $\sin C = 0$ oder auch $\sin(2A+C) - \sin C = 0$. Die erste Voraussetzung giebt $C = 0$ oder $C = \pi$ und ist nicht zu gebrauchen, weil in jedem der beiden Fälle das Dreieck ABC in eine gerade Linie zusammenfallen würde. Die zweite Bestimmung $\sin(2A+C) = \sin C$ ist gleichgeltend mit $2A + C = \pi - C$, woraus $A + C = \frac{\pi}{2}$, d. h. $B = \frac{\pi}{2}$ folgt.

Die Seite BC des Dreiecks ABC, welche bei der früheren Anwendung der cyklischen Functionen auf AC senkrecht sein muſste, muſs also, wenn nun die hyperbolischen Functionen auf den Winkel A in der durch die Gleichung $x = \varphi A$ bestimmten Weise bezogen werden sollen, auf AB senkrecht sein.

Wird weiter der Werth $C = \frac{\pi}{2} - A$ in den Ausdrücken (2.) substituirt, so erhält man:

$$\mathfrak{Sin}\, x = \frac{\sin A}{\sin C} = \tang A,$$

$$\mathfrak{Cos}\, x = \frac{\sin(A+C)}{\sin C} = \frac{1}{\cos A},$$

$$\mathfrak{Tang}\, x = \frac{\sin A}{\sin(A+C)} = \sin A,$$

Die hyperbolischen Functionen eines Arcus sind also der Reihe nach gleich gewissen cyklischen Functionen eines Winkels A, und es bleibt der Zusammenhang zwischen dem Arcus x und dem Arcus $\frac{A\pi}{180}$, welcher durch die Gleichung $x = \varphi A$ angedeutet wurde, nur noch allein zu erforschen übrig.

§. 36.

Zu denselben Resultaten führen auch rein arithmetische Betrachtungen. Die Function $\sin y$ ist $=0$ für $y=0$ und nähert sich wachsend der Grenze Eins, wenn der Arcus y zwischen den Grenzen 0 und $\frac{\pi}{2}$ wächst; für $y=\frac{\pi}{2}$ ist $\sin y=+1$. Die hyperbolische Function Tang x ist auch Null für $x=0$ und nähert sich wachsend ebenfalls der Grenze Eins, nur daſs der Arcus x dabei ins Unendliche wächst. Geht man vom positiven Arcus zum negativen über, so werden beide Functionen negativ, ohne ihre absolute Gröſse zu ändern. Daher wird es für jeden willkürlich gewählten (möglichen) Werth von x allemal einen zwischen den Grenzen $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$ befindlichen Werth von y geben, der so beschaffen ist, daſs er der Gleichung $\mathrm{Tang}\,x=\sin y$ Genüge leistet.

Unter der Voraussetzung aber, daſs x und y solche zwei zusammengehörige Arcus sind, lassen sich auch die übrigen hyperbolischen Functionen des Arcus x durch cyklische Functionen des Arcus y ausdrücken. Da, um zu dem Cosinus überzugehen, $1-\mathrm{Tang}\,x^2=\frac{1}{\mathrm{Cos}\,x^2}$ ist, so hat man $\frac{1}{\mathrm{Cos}\,x^2}=1-\sin y^2=\cos y^2$ und also $\mathrm{Cos}\,x=\frac{1}{\cos y}$. Da weiter $\mathrm{Cos}\,x.\mathrm{Tang}\,x=\mathrm{Sin}\,x$, so hat man $\mathrm{Sin}\,x=\frac{1}{\cos y}.\sin y=\mathrm{tang}\,y$.

Wenn man weiter die abgeleiteten Formeln, aus deren einer man immer die übrigen wird finden können, etwa in folgender Anordnung zusammenstellt:

$$\begin{aligned}\mathrm{Sin}\,x&=\mathrm{tang}\,y \qquad & \sin y&=\mathrm{Tang}\,x,\\ \mathrm{Cos}\,x&=\frac{1}{\cos y} \qquad \text{und} \qquad & \cos y&=\frac{1}{\mathrm{Cos}\,x},\\ \mathrm{Tang}\,x&=\sin y & \mathrm{tang}\,y&=\mathrm{Sin}\,x,\end{aligned}$$

so sieht man, daſs der Übergang von den Functionen des Arcus x zu denen des Arcus y ähnlich ist dem Rückgange von diesen zu jenen; es kommen nemlich dabei immer dieselben Benennungen in Anwendung, nur daſs die Bezeichnung im einen Falle da durch deutsche Buchstaben ausgedrückt wird, wo sie im anderen Falle gleichlautende lateinische Buchstaben enthält und durch sie auf die cyklischen Functionen hinweiset. Wegen dieser Wechselbeziehung, welche dem Gedächtnisse nicht wenig zu Hülfe kommt, empfehlen sich die aufgestellten Formeln als eben so viele Grundformeln. Da sie ferner sämmtlich aus einer hergeleitet sind,

so drücken sie auch alle denselben Zusammenhang zwischen den beiden Arcus x und y aus. Was noch mehr ist: wenn man eine einzige Zahlencolumne anfertigte, aus der man für jeden willkürlich gewählten Werth von x den zugehörigen Werth von y entnehmen könnte, dann wären die sämmtlichen hyperbolischen Functionen auf cyklische und umgekehrt diese auf jene in ganz einfacher Weise zurückgebracht.

§. 37.

Da die Zahlen oder Arcus x und y so von einander abhängen, daſs man die eine aus der anderen wird berechnen können, so erscheint x als eine Function von y und umgekehrt y als eine Function von x. Obgleich man diese Functionen noch nicht in der zu ihrer Berechnung geeigneten Gestalt kennt, so wird es dennoch gestattet sein, für die unmittelbare Beziehung zwischen x und y in ihren beiden Wechselformen schon jetzt eine einfache Bezeichnung festzusetzen, welche später unverändert beibehalten werden soll.

Da x und y Arcus bezeichnen, so mögen die Anfangsbuchstaben der Wörter „Länge" und „*longitudo*" allein jene Beziehungen ausdrücken, und zwar sei:

$$x = \mathfrak{L}y \quad \text{und} \quad y = lx.$$

In Anwendung dieser Bezeichnungsart erscheinen die obigen Formeln in folgender Gestalt:

1) $\mathfrak{Sin}\,k = \operatorname{tang} lk,$	5) $\sin k = \mathfrak{Tang}\,\mathfrak{L}k,$
2) $\mathfrak{Cos}\,k = \frac{1}{\cos lk},$	6) $\cos k = \frac{1}{\mathfrak{Cos}\,\mathfrak{L}k},$
3) $\mathfrak{Tang}\,k = \sin lk,$	7) $\operatorname{tang} k = \mathfrak{Sin}\,\mathfrak{L}k,$
4) $\mathfrak{Cot}\,k = \frac{1}{\sin lk},$	8) $\cot k = \frac{1}{\mathfrak{Sin}\,\mathfrak{L}k}.$

Man wird aber nicht vergessen, daſs diese acht Formeln erst dann bei Rechnungen in bestimmten Zahlen nützen können, wenn man die Functionen $\mathfrak{L}k$ und lk, deren erste man die dem Arcus k zugehörige Längezahl, und deren zweite man die dem Arcus k zugehörige Longitudinalzahl nennen wird, so kennt, daſs man ihre Werthe für die einzelnen Werthe von k anzugeben vermag. Die Charactere $\mathfrak{L}$ und l können auch als Zeichen oder Andeutungen gewisser Operationen angesehen werden, durch welche man aus einem Arcus k die Arcus $\mathfrak{L}k$ und lk finden kann. Später wird bewiesen werden, daſs das Zeichen $\mathfrak{L}k$ eine Vergröſserung, und daſs hingegen das Zeichen lk eine Verkleinerung des Arcus k verlangt.

Wenn man die Logarithmen durch die Vorsylbe log bezeichnet, so können die Functionen lk und $\mathfrak{L}k$ mit $\log k$ nicht verwechselt werden.

Man übersieht auch schon jetzt leicht, dafs die so eben genannten beiden Operationen einander dergestalt entgegengesetzt sind, dafs sie bei ihrem Zusammenkommen gegenseitig ihren Einflufs auf eine Zahl k ganz zernichten. Es ist immer:

$$\mathfrak{L}lk = l\mathfrak{L}k = k.$$

Denn da nach den Fundamentalformeln $\mathfrak{Sin}\,\varphi = \text{tang}\,l\varphi$ ist, so setze man $\mathfrak{L}k$ für φ, und man erhält $\mathfrak{Sin}\,\mathfrak{L}k = \text{tang}\,l\mathfrak{L}k$; da aber $\mathfrak{Sin}\,\mathfrak{L}k = \text{tang}\,k$ ist, so ist auch $\text{tang}\,k = \text{tang}\,l\mathfrak{L}k$, oder einfacher $l\mathfrak{L}k = k$. Eben so wird bewiesen, dafs $\mathfrak{L}lk = k$ sei. In ähnlicher Art beweiset man auch die beiden Formeln:

$$\mathfrak{L}(-k) = -\mathfrak{L}k \quad \text{und} \quad l(-k) = -lk,$$

woraus man sieht, dafs man nur die Länge- oder Longitudinalzahlen der positiven Arcus zu berechnen hat.

§. 38.

Nehmen wir die Gleichung $\mathfrak{Tang}\,\mathfrak{L}k = \sin k$ vor, so ziehen wir daraus durch Umkehrung:

$$\mathfrak{L}k = \mathfrak{Arc}\,(\mathfrak{Tang} = \sin k).$$

Nun ist aber immer $\mathfrak{Arc}\,(\mathfrak{Tang} = z) = \log \sqrt{\left(\frac{1+z}{1-z}\right)}$ (nach §. 5.), also hat man auch:

$$\mathfrak{L}k = \log \sqrt{\left(\frac{1+\sin k}{1-\sin k}\right)}.$$

Dieser Ausdruck kann aber mehrfach umgeformt werden, nemlich:

$$\mathfrak{L}k = \log \frac{1+\text{tang}\,\frac{k}{2}}{1-\text{tang}\,\frac{k}{2}} = \log \frac{1+\sin k}{\cos k} = \log \frac{\cos k}{1-\sin k}.$$

In der einfachsten Gestalt ist aber der Ausdruck $\mathfrak{L}k$ der folgende:

$$\mathfrak{L}k = \log \text{tang}\,\tfrac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}+k\right).$$

Wären also in den gewöhnlichen trigonometrischen Tafeln neben den briggischen Logarithmen der Tangenten und Cotangenten die natürlichen Logarithmen dieser cyklischen Functionen enthalten, so könnte man für jeden willkürlich gewählten Werth von k zwischen den Grenzen $k = 0$ und $k = \frac{\pi}{2}$ den zugehörigen Werth der Function $\mathfrak{L}k$ aus einer solchen Tabelle fast ohne alle Rechnung, etwa eine unbedeutende Interpolation zur Correction der letzten Ziffern der Decimalbrüche abgerechnet, entnehmen.

Da man die letzte Formel auch also ausdrücken kann:

$$\log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} + lk\right) = k,$$

so würde die so eingerichtete Tabelle auch dazu dienen, die einem gegebenen Arcus k zugehörige Longitudinalzahl lk mit gleicher Leichtigkeit zu finden. Es belohnt daher die Mühe, den gewöhnlichen trigonometrischen Tafeln noch die zweckmäfsige Abänderung oder Erweiterung zu geben, dafs in ihnen noch eine Zahlencolumne fortgeführt wird, welche für die einzelnen von Minute zu Minute wachsenden Werthe des Arcus oder Winkels k die zugehörigen Werthe der Function $\mathfrak{L}k$, und zwar den Werthen von k, $\log$ brigg. $\sin k$, $\log$ brigg. $\operatorname{tang} k$ und $\log$ brigg. $\cot k$ gerade gegenüber, und also in einer und derselben Horizontalreihe mit ihnen befindlich enthält. Eine also eingerichtete Tabelle hat einen doppelt so grofsen Werth als vorhin, indem sie nun auch zur bequemen Realisirung der Werthe der hyperbolischen Functionen dient, statt dafs ihr Gebrauch früher blofs auf die Realisirung der cyklischen Functionen beschränkt war. Wird nun z. B. die hyperbolische Function $\mathfrak{Tang}\,k$, oder vielmehr ihr briggischer Logarithme für einen gegebenen Werth von k gefordert, so wird man die Zahl k in der so eben beschriebenen Columne aufsuchen; ihr zur Seite steht dann der Winkel lk in Graden und Minuten angegeben, und in derselben Horizontalreihe steht nun zugleich $\log$ brigg. $\sin lk$ als Werth von $\log$ brigg. $\mathfrak{Tang}\,k$.

§. 39.

Eine solche Abänderung der trigonometrischen Tafeln würde eine neue Ausgabe derselben nothwendig machen, statt dessen ist aber in den von dem Verfasser entworfenen cyklisch-hyberbolischen Tafeln eine Tabelle enthalten, welche für beide Kreis-Eintheilungen zu gebrauchen ist, und worin man für alle um eine Centesimal-Minute wachsende Werthe des Winkels k zwischen den Grenzen $k = 0^0$ und $k = 100^0$ (der neuen Eintheilung) die zugehörigen Werthe der Function $\mathfrak{L}k$ findet, und welche, da die Differenzen dieser Function bei einem Wachsen des Winkels k um eine Centesimal-Secunde, oder auch um eine Sexagesimal-Secunde darin ebenfalls durchweg angegeben sind, in ähnlicher Art die Einschaltungen erleichtert, wie die gemeinen trigonometrischen Tafeln.

Wollte man z. B. die Werthe der hyperbolischen Functionen des Arcus 1,9736427 berechnen, so würde man $\mathfrak{L}k = 1{,}9736427$ setzen, und

$k = 82^0\,42'\,09'', 214$ nach der neuen, oder auch $k = 74^0\,10'\,43'', 785$ nach der alten Eintheilung finden. Die beiden Rechnungen sind nemlich:

Mit der Zahl $\mathfrak{L}\,k = 1{,}9736427$ stimmt der genannten Tabelle gemäfs am nächsten überein d. Zahl $= 1{,}9735896.$

Die Differenz ist . . . . 531.

Zu der Zahl 1,9735896 gehört aber als Winkel $82^0\,42'$ nach der neuen, oder $74^0\,10'\,40'', 80$ nach der alten Eintheilung. Zugleich werden die entsprechenden Differenzen aus der Tabelle für ein Wachsen des Winkels um eine Secunde abgelesen. Diese sind:

57,63 für die neue, oder 177,87 für die alte Eintheilung.

Die noch hinzukommenden Secunden werden durch Division gefunden, nemlich $\frac{531}{57{,}63} = 9{,}214$ und $\frac{531}{177{,}87} = 2{,}985$. Also ist $k = 82^0\,42' + 9'', 214 = 82^0\,42'\,09'', 214$ nach der neuen, oder $74^0\,10'\,40'', 80 + 2'', 985 = 74^0\,10'\,43'', 785$ nach der alten Eintheilung, und also weiter:

$$\mathfrak{Cos}\,\mathfrak{L}\,k = \frac{1}{\cos k};\quad \mathfrak{Sin}\,\mathfrak{L}\,k = \operatorname{tang} k;\ \text{u. s. w.}$$

Eben so findet man umgekehrt, wenn der Werth einer hyperbolischen Function gegeben ist, den ihr zugehörigen Arcus mittelst der genannten Tabelle. Denn wäre z. B. $\mathfrak{Cos}\,k = a$ gegeben, so würde man aus der Gleichung $\cos\varphi = \frac{1}{a}$ mittelst der trigonometrischen Tafeln zuerst den Winkel φ suchen, und aus ihm findet man dann leicht durch ein dem vorigen entgegengesetztes Verfahren den Arcus $k = \mathfrak{L}\,\varphi$.

Die mehrgedachte Tabelle für die Werthe der Functionen $\mathfrak{L}k$ eignet sich aber nicht mehr zu einem schnellen Gebrauche, wenn der Arcus der hyperbolischen Functionen > 4 ist, oder die zugehörige Longitudinalzahl der Arcus eines Winkels ist, welchem nur noch zwei Centesimal-Grade an einem rechten Winkel fehlen. In diesem Falle aber wird die Rechnung durch den Gebrauch anderer ebenfalls von dem Verfasser berechneter Tafeln noch leichter als selbst vorhin, weil dann der Gebrauch der vermittelnden Function ganz vermieden wird. Diese Tafeln haben eben deswegen einen ungleich gröfseren Umfang erhalten, indem sie die gemeinen Logarithmen der hyperbolischen Functionen selbst für alle Arcus, welche > 2 sind, und anfänglich um 0,001, später aber um 0,01 wachsen, anfänglich mit neun, später aber mit zehn Decimalstellen enthalten und so weit fortgeführt sind, dafs die Differenzen der Logarithmen der hyperbolischen Functionen den Differenzen ihrer Arcus hinlänglich genau proportional sind,

selbst dann, wenn der die Grenzen der Tafeln überschreitende Arcus um ein Beliebiges gröfser ist, als der letzte darin vorkommende Arcus 12.

§. 40.

Aus den in §. 37. enthaltenen Grundformeln fliefsen andere als fernere Folgerungen. Da nemlich $\mathrm{Cos}\, k = \frac{1}{\cos lk}$, so ist $\mathrm{Cos}\, k - 1 = \frac{1 - \cos lk}{\cos lk}$ und $\mathrm{Cos}\, k + 1 = \frac{1 + \cos lk}{\cos lk}$. Nun ist aber $\mathrm{Cos}\, k - 1 = 2\,\mathrm{Sin}\, \frac{1}{2} k^2$; $\mathrm{Cos}\, k + 1 = 2\,\mathrm{Cos}\, \frac{1}{2} k^2$; $1 - \cos lk = 2 \sin \frac{1}{2} lk^2$ und $1 + \cos lk = 2 \cos \frac{1}{2} lk^2$; also hat man:

$$\mathrm{Sin}\, \tfrac{1}{2} k = \frac{\sin \frac{1}{2} lk}{\sqrt{(\cos lk)}}; \quad \mathrm{Cos}\, \tfrac{1}{2} k = \frac{\cos \frac{1}{2} lk}{\sqrt{(\cos lk)}}; \quad \mathrm{Tang}\, \tfrac{1}{2} k = \mathrm{tang}\, \tfrac{1}{2} lk.$$

In umgekehrter Beziehung erhält man drei ähnliche Formeln:

$$\sin \tfrac{1}{2} k = \frac{\mathrm{Sin}\, \frac{1}{2} \mathfrak{L} k}{\sqrt{(\mathrm{Cos}\, \mathfrak{L} k)}}; \quad \cos \tfrac{1}{2} k = \frac{\mathrm{Cos}\, \frac{1}{2} \mathfrak{L} k}{\sqrt{(\mathrm{Cos}\, \mathfrak{L} k)}}; \quad \mathrm{tang}\, \tfrac{1}{2} k = \mathrm{Tang}\, \tfrac{1}{2} \mathfrak{L} k.$$

Da $\mathrm{Cos}\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{2}\right) = \mathrm{Cos}\, \frac{a}{2}\, \mathrm{Cos}\, \frac{b}{2} + \mathrm{Sin}\, \frac{a}{2}\, \mathrm{Sin}\, \frac{b}{2}$ und $\cos\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{2}\right) = \cos \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2} - \sin \frac{a}{2} \sin \frac{b}{2}$ ist, so erhält man, wenn die vorausgeschickten Formeln benutzt werden:

$$\mathrm{Cos}\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{\cos(\frac{1}{2} la - \frac{1}{2} lb)}{\sqrt{(\cos la \cos lb)}} \quad \text{und} \quad \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{\mathrm{Cos}(\frac{1}{2} \mathfrak{L} a - \frac{1}{2} \mathfrak{L} b)}{\sqrt{(\mathrm{Cos}\, \mathfrak{L} a\, \mathrm{Cos}\, \mathfrak{L} b)}}.$$

In ähnlicher Art erhält man für die Sinus von $\frac{a+b}{2}$ die beiden Formeln:

$$\mathrm{Sin}\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{\sin(\frac{1}{2} la + \frac{1}{2} lb)}{\sqrt{(\cos la \cos lb)}} \quad \text{und} \quad \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{\mathrm{Sin}(\frac{1}{2} \mathfrak{L} a + \frac{1}{2} \mathfrak{L} b)}{\sqrt{(\mathrm{Cos}\, \mathfrak{L} a\, \mathrm{Cos}\, \mathfrak{L} b)}}.$$

Werden diese Formeln durch die vorigen dividirt, so bekommt man

$$\mathrm{Tang}\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{\sin(\frac{1}{2} la + \frac{1}{2} lb)}{\cos(\frac{1}{2} la - \frac{1}{2} lb)} \quad \text{und} \quad \mathrm{tang}\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{\mathrm{Sin}(\frac{1}{2} \mathfrak{L} a + \frac{1}{2} \mathfrak{L} b)}{\mathrm{Cos}(\frac{1}{2} \mathfrak{L} a - \frac{1}{2} \mathfrak{L} b)}.$$

Da endlich $\mathrm{Sin}\, 2k = 2\,\mathrm{Sin}\, k . \mathrm{Cos}\, k$, und $\mathrm{Sin}\, k = \mathrm{tang}\, lk$, $\mathrm{Cos}\, k = \frac{1}{\cos lk}$ ist, so findet man

$$\mathrm{Sin}\, 2k = \frac{2 \sin lk}{(\cos lk)^2}, \quad \text{und auch} \quad \sin 2k = \frac{2\,\mathrm{Sin}\, \mathfrak{L} k}{(\mathrm{Cos}\, \mathfrak{L} k)^2}.$$

Zusatz. Da nach diesem §. $\mathrm{tang}\, \frac{1}{2} k = \mathrm{Tang}\, \frac{1}{2} \mathfrak{L} k$ und nach §. 37. auch $\mathrm{tang}\, \frac{1}{2} k = \mathrm{Sin}\, \mathfrak{L}\, \frac{1}{2} k$ ist, so hat man offenbar $\mathrm{Tang}\, \frac{1}{2} \mathfrak{L} k = \mathrm{Sin}\, \mathfrak{L} \frac{k}{2}$; in ähnlicher Art findet man die Formel: $\mathrm{tang}\, \frac{1}{2} lk = \sin l \frac{k}{2}$, und durch diese Formeln sind die Tangenten auf die Sinus und umgekehrt die Sinus auf die Tangenten zurückgebracht, so dafs man in den Gleichungen $\sin x = \mathrm{tang}\, y$ und $\mathrm{Sin}\, x = \mathrm{Tang}\, y$ aus dem gegebenen Arcus x immer den Arcus y und umgekehrt aus diesem jenen in Anwendung der vorigen For-

meln berechnen kann. Ist z. B. in der Gleichung $\sin x = \tan y$ der Arcus x gegeben, so setze man $x = l\frac{k}{2}$ und $y = \frac{1}{2}lk$. Rückwärts hat man dann $\frac{k}{2} = \mathfrak{L}x$, also $k = 2\mathfrak{L}x$ und demnach $y = \frac{1}{2}l(2\mathfrak{L}x)$; umgekehrt findet man $x = l(\frac{1}{2}\mathfrak{L}2y)$. In ähnlicher Art findet man für die Beziehung zwischen x und y in der Gleichung $\mathfrak{Sin}\, x = \mathfrak{Tang}\, y$ die beiden Formeln: $y = \frac{1}{2}\mathfrak{L}(2lx)$ und $x = \mathfrak{L}(\frac{1}{2}l2y)$.

Zehnter Abschnitt.

Reihen für die Potenzial-Functionen eines Arcus, für die Logarithmen derselben und für die Längezahl dieses Arcus.

§. 41.

Um die Potenzial-Functionen eines Arcus in Reihen zu entwickeln, welche nach Potenzen desselben fortschreiten, wird man mit den Sinus und Cosinus beginnen. Die im §. 2. und §. 6. bereits hergeleiteten Reihen:

$$\mathfrak{Cos}\, x = S\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)'} \qquad \cos x = S(-1)^{\alpha}\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)'},$$

und

$$\mathfrak{Sin}\, x = S\frac{x^{2\alpha+1}}{(2\alpha+1)'} \qquad \sin x = S(-1)^{\alpha}\frac{x^{2\alpha+1}}{(2\alpha+1)'}$$

für die Sinus und Cosinus des Arcus x schreiten schon nach Potenzen des Arcus x fort, und gehören also hierher. Vergebens sieht man sich aber nach Reihen um, welche in fallender Anordnung ihrer Glieder fortschreiten.

Die Quotienten $\frac{1}{\cos x}$ und $\frac{1}{\sin x}$ heißen Secante und Cosecante des Arcus x, und man könnte diese Benennungen auch auf die hyperbolischen Functionen übertragen. Obgleich wir nun von diesen Benennungen keinen Gebrauch machen werden, so sollen doch für diese Quotienten Reihen hergeleitet werden, weil sie später angewandt werden müssen; mit der Herleitung der Reihe für die Function $\frac{1}{\cos x}$ werden wir den Anfang machen.

§. 42.

Man übersieht sogleich, daß die Reihe für $\frac{1}{\cos x}$ die folgende Form haben werde

$$\frac{1}{\cos x} = 1 + \overset{1}{U}.\frac{x^2}{2'} + \overset{2}{U}.\frac{x^4}{4'} + \overset{3}{U}.\frac{x^6}{6'} \dots + \overset{\alpha}{U}.\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)'} + \dots.$$

In Anwendung der schon früher benutzten Bezeichnungsart hat man also den Ausdruck:

$$\frac{1}{\cos x} = S \frac{\overset{\alpha}{U}}{(2\alpha)'} \cdot x^{2\alpha},$$

und es müssen nur noch die Vorzahlen $\overset{1}{U}$, $\overset{2}{U}$, $\overset{3}{U}$, u. s. w. berechnet werden, denn bekannt ist schon für $\alpha = 0$ das Glied $\overset{0}{U} = 1$.

Da die Reihe $\cos x = S(-1)^\alpha \cdot \frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)'}$ mit der für $\frac{1}{\cos x}$ multiplicirt ein Product $= 1$ geben muſs, und das allgemeine Glied des entwickelten Productes zum Coëfficienten hat:

$$S(-1)^\alpha \cdot \frac{1}{(2\alpha)'} \cdot \frac{\overset{\beta}{U}}{(2\beta)'} \quad \text{cond. } (\alpha + \beta = r),$$

so muſs dieser Coëfficient $= 0$ sein für jedes r, welches > 0 ist. Die also gebildete Gleichung wird aber einfacher, wenn man sie mit $(2r)' = (2\alpha + 2\beta)'$ multiplicirt, und beachtet, daſs $\frac{(2r)'}{(2\alpha)'(2\beta)'} = [2r\overset{2\alpha}{]}_{(2\alpha)'} = [2r\overset{2\beta}{]}_{(2\beta)'}$ ist. Bringt man weiter das Glied für $\alpha = 0$ auf die eine Seite der Gleichung allein, so hat man die allgemeine Recursionsformel

$$\overset{r}{U} = S(-1)^{\alpha-1} [2r\overset{2\alpha}{]}_{(2\alpha)'} \cdot \overset{\beta}{U} \quad \text{cond. } \left(\begin{matrix}\alpha + \beta = r \\ \alpha > 0\end{matrix}\right).$$

Die ersten Specialfälle dieser allgemeinen Formel sind zur deutlicheren Auffassung des Gesetzes hierher gestellt:

$$\overset{1}{U} = [2\overset{2}{]}_{2'},$$

$$\overset{2}{U} = [4\overset{2}{]}_{2'} \overset{1}{U} - [4\overset{4}{]}_{4'},$$

$$\overset{3}{U} = [6\overset{2}{]}_{2'} \overset{2}{U} - [6\overset{4}{]}_{4'} \overset{1}{U} + [6\overset{6}{]}_{6'},$$

$$\overset{4}{U} = [8\overset{2}{]}_{2'} \overset{3}{U} - [8\overset{4}{]}_{4'} \overset{2}{U} + [8\overset{6}{]}_{6'} \overset{1}{U} - [8\overset{8}{]}_{8'},$$

u. s. w.

Zieht man beim Gebrauche dieser Formeln vollends eine Tabelle der figurirten Zahlen zu Hülfe, so ist die Rechnung sehr einfach und man findet:

$\overset{1}{U} = 1$ $\qquad$ $\overset{6}{U} = 2702765,$

$\overset{2}{U} = 5,$ $\qquad$ $\overset{7}{U} = 199360981,$

$\overset{3}{U} = 61,$ $\qquad$ $\overset{8}{U} = 19391512145,$

$\overset{4}{U} = 1385,$ $\qquad$ $\overset{9}{U} = 2404879661671,$

$\overset{5}{U} = 50521,$ $\qquad$ u. s. w.

Für diese Werthe der Coëfficienten hat man dann $\frac{1}{\cos x} = S\frac{\overset{\alpha}{U}}{(2\alpha)'}\cdot x^{2\alpha}$. Setzt man $x\sqrt{-1}$ für x, so findet man dadurch noch die folgende Reihe:

$$\frac{1}{\mathfrak{Cos}\, x} = S(-1)^{\alpha}\cdot\frac{\overset{\alpha}{U}}{(2\alpha)'}\cdot x^{2\alpha}.$$

Von der vorigen Reihe unterscheidet sich diese nur darin, dafs die Vorzeichen der Glieder abwechseln.

§. 43.

Die Quadrate der so eben abgeleiteten Reihen geben entwickelt Reihen von ähnlicher Form, aus denen mehrere andere Reihen hergeleitet werden. Man gelangt zur Entwickelung dieser Quadrate auf mehr als eine Weise. Wir benutzen zur Herleitung die Bemerkung, dafs

$$\left(\frac{1}{\cos x}\right)^2 = \frac{2}{1+\cos 2x} \text{ ist.}$$

Wird also $\frac{1}{\cos x^2} = 1 + \overset{1}{w}\frac{x^2}{2'} + \overset{2}{w}\frac{x^4}{4'} + \overset{3}{w}\frac{x^6}{6'} + \text{etc.} = S\frac{\overset{\alpha}{w}x^{2\alpha}}{(2\alpha)'}$ gesetzt, so mufs

$$2 = \left(S\frac{\overset{\beta}{w}x^{2\beta}}{(2\beta)'}\right)\cdot\left(1 + S(-1)^{\alpha}2^{2\alpha}\cdot\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)'}\right) \text{ sein.}$$

Der Coëfficient des allgemeinen Gliedes im entwickelten Producte ist offenbar:

$$\frac{\overset{r}{w}}{(2r)'} + S(-1)^{\alpha}\frac{2^{2\alpha}}{(2\alpha)'}\cdot\frac{\overset{\beta}{w}}{(2\beta)'} \quad \text{cond. } (\alpha+\beta=r).$$

Da derselbe gleich Null sein mufs, sobald $r > 0$ ist, so hat man eine Recursionsformel:

$$\overset{r}{w} = 2\cdot S(-1)^{\alpha-1}\cdot 2^{2\alpha-2}\cdot[2r]^{2\alpha}_{(2\alpha)'}\cdot\overset{\beta}{w} \quad \text{cond. } \left(\begin{matrix}\alpha+\beta=r\\ \alpha>0\end{matrix}\right).$$

Da nach dieser Formel jeder Coëfficient den Factor 2 beim Aufsteigen erhält, so folgt daraus, dafs im Allgemeinen der Coëfficient $\overset{r}{w}$ durch die Potenz 2^r theilbar sei. In der Regel sind aber die Coëfficienten durch noch höhere Potenzen von 2 theilbar. Die wirkliche Rechnung giebt:

$$\overset{1}{w} = 2 = 2^1\cdot 1,$$
$$\overset{2}{w} = 16 = 2^2\cdot 4 = 2^4,$$
$$\overset{3}{w} = 272 = 2^3\cdot 34 = 2^4\cdot 17,$$
$$\overset{4}{w} = 7936 = 2^4\cdot 496 = 2^8\cdot 31,$$
$$\overset{5}{w} = 353792 = 2^5\cdot 11056 = 2^9\cdot 691,$$
$$\overset{6}{w} = 22368256 = 2^6\cdot 349504 = 2^{12}\cdot 5461,$$

Die Rechnung ist sehr bequem, wenn man eine Tabelle der figurirten Zahlen dabei zur Hand nimmt. Für diese Werthe hat man dann die beiden Reihen:

$$\left(\frac{1}{\cos x}\right)^2 = 1 + \overset{1}{w}.\frac{x^2}{2'} + \overset{2}{w}.\frac{x^4}{4'} + \overset{3}{w}.\frac{x^6}{6'} + \text{etc.} = S\overset{\alpha}{w}.\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)'}.$$

und

$$\left(\frac{1}{\mathfrak{Cos}\, x}\right)^2 = 1 - \overset{1}{w}.\frac{x^2}{2'} + \overset{2}{w}.\frac{x^4}{4'} - \overset{3}{w}.\frac{x^6}{6'} + \text{etc.} = S(-1)^\alpha \overset{\alpha}{w}.\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)'}.$$

§. 44.

Werden die so eben erhaltenen Reihen mit ∂x multiplicirt und wird darauf integrirt, so erhält man dadurch zwei neue Reihen:

$$\tang x = x + \overset{1}{w}.\frac{x^3}{3'} + \overset{2}{w}.\frac{x^5}{5'} + \overset{3}{w}.\frac{x^7}{7'} + \text{etc.} = S\overset{\alpha}{w}.\frac{x^{2\alpha+1}}{(2\alpha+1)'},$$

$$\mathfrak{Tang}\, x = x - \overset{1}{w}.\frac{x^3}{3'} + \overset{2}{w}.\frac{x^5}{5'} - \overset{3}{w}.\frac{x^7}{7'} + \text{etc.} = S(-1)^\alpha \overset{\alpha}{w}.\frac{x^{2\alpha+1}}{(2\alpha+1)'}.$$

Aus diesen Reihen leitet man die Reihen für die Cotangenten her in Benutzung der Formel:

$$\cot\frac{x}{2} - 2\cot x = \tang\frac{x}{2} \quad \text{und} \quad 2\,\mathfrak{Cot}\, x - \mathfrak{Cot}\frac{x}{2} = \mathfrak{Tang}\frac{x}{2}.$$

Man schliefst nemlich aus der Form der Reihe für Tangenten auf die Form der Reihen für die Cotangenten, da $\cot x = \frac{1}{\tang x}$ ist. Setzt man hiernach

$$\cot x = \frac{1}{x} + S\overset{\alpha}{a}.\frac{x^{2\alpha+1}}{(2\alpha+1)'},$$

so findet man $\frac{\overset{r}{w}}{2^{2r+1}} = \overset{r}{a}.\left(\frac{1}{2^{2r+1}} - 2\right)$, und also rückwärts $\overset{r}{a} = -\frac{\overset{r}{w}}{4^{r+1}-1}$.

Man hat also die beiden Reihen:

$$\cot x = \frac{1}{x} - S\frac{\overset{\alpha-1}{w}}{4^\alpha - 1}.\frac{x^{2\alpha-1}}{(2\alpha-1)'} \quad \text{für} \quad \alpha > 0,$$

$$\mathfrak{Cot}\, x = \frac{1}{x} + S\frac{\overset{\alpha-1}{w}}{4^\alpha - 1}.\frac{x^{2\alpha-1}}{(2\alpha-1)'} \quad \text{für} \quad \alpha > 0.$$

Aus diesen und den vorigen Reihen gelangt man zu neuen Reihen für die Functionen $\frac{1}{\sin x}$ und $\frac{1}{\mathfrak{Sin}\, x}$ unter Benutzung der Formeln:

$$\tfrac{1}{2}\cot\frac{x}{2} + \tfrac{1}{2}\tang\frac{x}{2} = \frac{1}{\sin x}, \quad \text{und} \quad \tfrac{1}{2}\mathfrak{Cot}\frac{x}{2} - \tfrac{1}{2}\mathfrak{Tang}\frac{x}{2} = \frac{1}{\mathfrak{Sin}\, x}.$$

Man erhält nemlich:

$$\frac{2}{\sin 2x} = \frac{1}{x} + S\frac{4^\alpha - 2}{4^\alpha - 1}.\overset{\alpha-1}{w}.\frac{x^{2\alpha-1}}{(2\alpha-1)'} \quad \text{für} \quad \alpha > 0,$$

$$\frac{2}{\mathfrak{Sin}\, 2x} = \frac{1}{x} + S(-1)^\alpha.\frac{4^\alpha - 2}{4^\alpha - 1}.\overset{\alpha-1}{w}.\frac{x^{2\alpha-1}}{(2\alpha-1)'} \quad \text{für} \quad \alpha > 0.$$

§. 45.

Werden die so eben gefundenen 6 Formeln mit ∂x multiplicirt, und integrirt man, so gelangt man zu eben so vielen Reihen für die natürlichen Logarithmen der Potenzialfunctionen, nemlich:

$$\log\cos x = -S\overset{\alpha-1}{w}.\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)}, \text{ für } \alpha > 0,$$

$$\log\mathfrak{Cos}\,x = -S(-1)^{\alpha}.\overset{\alpha-1}{w}.\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)}, \text{ für } \alpha > 0.$$

Aus den Reihen für die Cotangenten erhält man in ähnlicher Art:

$$\log\sin x = \log x - S\frac{\overset{\alpha-1}{w}}{4^{\alpha}-1}.\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)}, \text{ für } \alpha > 0,$$

$$\log\mathfrak{Sin}\,x = \log x + S\frac{\overset{\alpha-1}{w}}{4^{\alpha}-1}.\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)}, \text{ für } \alpha > 0.$$

Endlich erhält man noch die beiden Reihen:

$$\log\operatorname{tang} x = \log x + S\frac{4^{\alpha}-2}{4^{\alpha}-1}.\overset{\alpha-1}{w}.\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)}, \text{ für } \alpha > 0,$$

$$\log\mathfrak{Tang}\,x = \log x + S(-1)^{\alpha}.\frac{4^{\alpha}-2}{4^{\alpha}-1}.\overset{\alpha-1}{w}.\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)}, \text{ für } \alpha > 0.$$

Die Coëfficienten $\overset{1}{w}$, $\overset{2}{w}$, $\overset{3}{w}$, etc. kommen noch in den Entwickelungen anderer Functionen vor, und daher rührt es, daſs man zu ihrer Berechnung mehrere, dem Anscheine nach gänzlich verschiedene Formeln, und nicht nur Recursionsformeln, sondern auch solche, welche zur independenten Berechnung dienen, abzuleiten vermag, worauf man hier und da ein gröſseres Gewicht legt, als sie verdienen. Später werden auch Formeln, welche zur independenten Berechnung dienen, mitgetheilt werden. Es ist nicht nöthig, die Reihe der Zahlen $\overset{1}{w}$, $\overset{2}{w}$, $\overset{3}{w}$, etc. weithin zu berechnen, weil sie mit den sogenannten **Bernoullischen** Zahlen auf eine einfache Weise zusammenhängen und diese bereits bis zu ansehnlicher Weite berechnet worden sind. Bezeichnet man nemlich die Bernoullischen Zahlen, wie folgt: $\overset{1}{B} = \frac{1}{6}$; $\overset{2}{B} = \frac{1}{30}$; $\overset{3}{B} = \frac{1}{42}$; $\overset{4}{B} = \frac{1}{30}$; $\overset{5}{B} = \frac{5}{66}$; $\overset{6}{B} = \frac{691}{2730}$; u. s. w., so ist allgemein:

$$\overset{r}{B} = \frac{2r.\overset{r-1}{w}}{4^{r}(4^{r}-1)}, \text{ also rückwärts } \overset{r-1}{w} = \frac{4^{r}(4^{r}-1)}{2r}.\overset{r}{B}.$$

Man hätte auch wohl gethan, statt der Bernoullischen Zahlen, welche Brüche sind, gewisse ganze Zahlen, welche mit ihnen eng verbunden sind, wie etwa die Zahlen $\overset{1}{w}$, $\overset{2}{w}$, $\overset{3}{w}$, $\overset{4}{w}$, etc. zu berechnen und statt der Bernoullischen Zahlen in Anwendung zu bringen.

§. 46.

Um nun auch noch die einem gegebenen Arcus zugehörige Längezahl und auch Longitudinalzahl, welche als neuer Arcus zu dienen bestimmt ist, in eine nach Potenzen jenes Arcus fortschreitende Reihe zu entwickeln, ist es erforderlich, die Gleichung $y = \mathfrak{L}x$ oder auch die umgekehrte $x = ly$ differentiiren zu können. Da $\mathfrak{Cos}\,\mathfrak{L}x \,.\, \cos x = 1$ ist, so erhält man

$$\log \mathfrak{Cos}\,\mathfrak{L}x + \log \cos x = 0,$$

und wenn man differentiirt: $\mathfrak{Tang}\,\mathfrak{L}x\,\partial\,\mathfrak{L}x = \operatorname{tang} x\,\partial x$; da aber $\mathfrak{Tang}\,\mathfrak{L}x = \sin x$ ist, so hat man einfacher:

$$\partial\,\mathfrak{L}x = \frac{\partial x}{\cos x}.$$

Eben so findet man umgekehrt: $\partial\, lx = \frac{\partial x}{\mathfrak{Cos}\, x}$. Hierauf gründen sich also die beiden folgenden Integralformeln:

$$\int \frac{\partial k}{\cos k} = \mathfrak{L}k + \text{const.},$$

$$\int \frac{\partial k}{\mathfrak{Cos}\, k} = lk + \text{const.}$$

Zusatz. Es können die Functionen $\mathfrak{L}k$ und lk selbst schon in einem vorgelegten Differentiale enthalten sein. Differentiirt man nemlich die Gleichung $y = \sin(a+k)\,.\,\mathfrak{L}k$, so erhält man $\partial y = \partial k \cos(a+k)\,\mathfrak{L}k + \frac{\sin(a+k)}{\cos k}\,\partial k$; es ist also umgekehrt $\int \partial k \cos(a+k)\,.\,\mathfrak{L}k = \sin(a+k)\,\mathfrak{L}k - \int \frac{\sin(a+k)}{\cos k}\,\partial k = \sin(a+k)\,.\,\mathfrak{L}k - k\sin a + \cos a \log \cos k + \text{const.}$ Auf ähnliche Art findet man das Integral $\int \partial k \sin(a+k)\,.\,\mathfrak{L}k$.

§. 47.

Die Functionen $\mathfrak{L}k$ und lk können auf mannigfaltige Weise aus Functionen des Arcus k berechnet werden. Jede Reihe, nach welcher man aus der Potenzialfunction eines Arcus den Arcus selbst findet, dient auch zur Berechnung der Functionen $\mathfrak{L}k$ und lk. So ist z. B. $\frac{1}{2}k = \mathfrak{Tang}\,\frac{1}{2}k + \frac{1}{3}\mathfrak{Tang}\,\frac{1}{2}k^3 + \frac{1}{5}\mathfrak{Tang}\,\frac{1}{2}k^5 + \text{etc.}$ Setzt man also $\mathfrak{L}k$ für k, und bemerkt, dafs $\mathfrak{Tang}\,\frac{1}{2}\mathfrak{L}k = \operatorname{tang}\frac{1}{2}k$ ist, so erhält man auf der Stelle:

$$\tfrac{1}{2}\mathfrak{L}k = \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}k + \tfrac{1}{3}\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}k^3 + \tfrac{1}{5}\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}k^5 + \tfrac{1}{7}\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}k^7 + \text{etc.}$$

In ähnlicher Art erhält man die Reihe:

$$\mathfrak{L}k = \operatorname{tang} k - \frac{1}{2}\cdot\frac{\operatorname{tang} k^3}{3} + \frac{1\,.\,3}{2\,.\,4}\cdot\frac{\operatorname{tang} k^5}{5} - \frac{1\,.\,3\,.\,5}{2\,.\,4\,.\,6}\cdot\frac{\operatorname{tang} k^7}{7} + \text{etc.}$$

Wenn der Arcus k grofs wird, oder $\frac{\pi}{2} - k$ gering ist, dann dienen zwei Reihen, welche man leicht aus denen des §. 21. herleitet:

$$\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{2}-k\right)=\log\frac{2}{\operatorname{tang}k}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\operatorname{tang}k^2}{2}-\frac{1.3}{2.4}\cdot\frac{\operatorname{tang}k^4}{4}+\frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\frac{\operatorname{tang}k^6}{6}-\text{etc.}$$

$$\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{2}-k\right)=\log\frac{2}{\sin k}-\frac{1}{2}\cdot\frac{\sin k^2}{2}+\frac{1.3}{2.4}\cdot\frac{\sin k^4}{4}-\frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\frac{\sin k^6}{6}+\text{etc.}$$

Sie convergiren beide offenbar desto mehr, je kleiner der Unterschied $\frac{\pi}{2}-k$ wird. Es belohnt aber die Mühe nicht, die Anzahl dieser Formeln noch zu vermehren und die ähnlichen für die Function lk ihnen gegenüber zu stellen, wo es angeht.

§. 48.

Wichtiger ist die Angabe solcher Reihen für die Functionen $\mathfrak{L}k$ und lk, welche nach den Potenzen des Arcus k fortschreiten. Werden die im §. 42. für $\frac{1}{\cos k}$ und $\frac{1}{\mathfrak{Cos}\,k}$ hergeleiteten Reihen mit ∂x multiplicirt, so giebt die darauf folgende Integration nach §. 46. auf der Stelle die beiden Reihen:

$$\mathfrak{L}k = k+\overset{1}{U}.\frac{k^3}{3}+\overset{2}{U}.\frac{k^5}{5}+\overset{3}{U}.\frac{k^7}{7}+\overset{4}{U}.\frac{k^9}{9}+\text{etc.},$$

$$lk = k-\overset{1}{U}.\frac{k^3}{3}+\overset{2}{U}.\frac{k^5}{5}-\overset{3}{U}.\frac{k^7}{7}+\overset{4}{U}.\frac{k^9}{9}-\text{etc.}$$

Die in diesen Reihen vorkommenden Zahlen $\overset{1}{U}$, $\overset{2}{U}$, $\overset{3}{U}$, etc. sind ganze Zahlen, und im §. 42. sind sie bis zu einer ziemlichen Weite hin angegeben worden.

Man kann aber für die Function $\mathfrak{L}k$ noch eine Reihe angeben, welche desto brauchbarer wird, je mehr der Arcus k sich vergrößert oder der ihm zugehörige Winkel einem rechten Winkel nahe kommt. Da nemlich nach §. 38. $\mathfrak{L}k=\log\operatorname{tang}\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}+k\right)$, also $\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{2}-k\right)=\log\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{k}{2}\right)$ $=\log\cot\frac{k}{2}=\log\frac{1}{\operatorname{tang}\frac{k}{2}}$ ist, so hat man nach §. 45.:

$$\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{2}-k\right)=\log\frac{2}{k}-S\frac{4^a-2}{4^a-1}.\overset{a-1}{w}.\frac{(\frac{1}{2}k)^{2a}}{(2a)}\quad\text{für}\quad a>0.$$

Diese Reihe fällt nun gleichsam in die Mitte zwischen die im §. 47. für die Function $\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{2}-k\right)$ angegebenen beiden Reihen, indem $\operatorname{tang}k>k$ und $\sin k<k$ ist.

Zusatz. Setzt man in den für $\mathfrak{L}k$ und lk angegebenen Reihen $k\sqrt{-1}$ für k, so erhält man noch $\mathfrak{L}(k\sqrt{-1})=(lk).\sqrt{-1}$, und umgekehrt $l(k\sqrt{-1})=(\mathfrak{L}k)\sqrt{-1}$. Es braucht wohl kaum angemerkt zu

werden, dafs man dieselben Resultate auch aus den Fundamentalformeln des §. 37. unmittelbar hätte schliefsen können. Die eben genannten Reihen geben auch zu erkennen, was schon früher behauptet worden ist, dafs $\mathfrak{L}k > k$ sei. Daher ist auch $l\mathfrak{L}k > lk$, oder, was dasselbe ist, $lk < k$.

Auch haben die für $\mathfrak{L}k$ und lk angegebenen Reihen die Eigenschaft, dafs man durch die Umkehrung der einen die andere erhält, welche Eigenschaft um so interessanter ist, als die beiden Reihen fast völlig übereinstimmen, nur dafs die Reihe für lk abwechselnde Vorzeichen vor ihren Gliedern hat und die Vorzeichen vor den Gliedern der ersten Reihe durchgehends $+$ sind.

§. 49.

Die vorgehenden Reihen setzen also immer in den Stand, die Werthe der Function $\mathfrak{L}k$ für beliebige Werthe von k zu berechnen. Schon die Formel $\mathfrak{L}k = \log \operatorname{tang} \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} + k\right)$ eignet sich zu einem bequemen Gebrauche, da die briggischen Logarithmen der cyklischen Tangenten bereits berechnet und in Tafeln niedergelegt sind. Da diese Formel aber nicht briggische, sondern natürliche Logarithmen verlangt, so kommt man bei ihrem Gebrauche immer in den Fall, den aus den trigonometrischen Tafeln entnommenen briggischen Logarithmen der cyklischen Tangente mit dem Modul des natürlichen Logarithmensystems, d. h. mit der Zahl 2,3025 8509 2994 0456 8401 .... zu multipliciren, wenn der Werth von $\mathfrak{L}k$ aus dem gegebenen Werthe von k berechnet werden soll. Will man aber aus dem gegebenen Werthe von $\mathfrak{L}k$ den zugehörigen Werth von $l\mathfrak{L}k$ oder k finden, so hat man bei Anwendung der Formel den gegebenen Werth $\mathfrak{L}k$ mit der Zahl 0,4342 9448 1903 2518 2765 .... zu multipliciren, um in den trigonometrischen Tafeln dann einen diesem Producte möglichst nahe kommenden briggischen Logarithmen einer cyklischen Tangente aufzusuchen und den ihr zugehörigen Arcus oder Winkel zu finden, welcher verdoppelt und dann um einen rechten Winkel vermindert werden mufs, um den gesuchten Winkel k zu ermitteln. Man wird diese Rechnungsweisen aber auch nur dann anwenden, wenn ein besonders hoher Grad von Genauigkeit erzielt wird, so dafs eine Rechnung mit sieben Decimalziffern nicht mehr genügt, und man also die von dem Verfasser berechnete Tabelle, welche nur sieben Decimalziffern hat, nicht gebrauchen kann, deren Benutzung sonst für beide Winkel-Eintheilungen un-

gleich rascher zum Ziele führt. In einem solchen Falle muſs man aber auch zu trigonometrischen Tafeln greifen, welche wegen des ungewöhnlich gröſseren Umfanges, den die mehren Decimalziffern veranlassen, kostspieliger und unbequemer sind.

So mannigfaltig aber auch die Mittel sein mögen, welche zu Gebote stehen, um in einem vorgelegten besonderen Falle aus dem Werthe von k den von $\mathfrak{L}k$ oder umgekehrt aus diesem jenen zu finden, so kann jedoch die Veranlassung zu solchen Rechnungen wegfallen, weil der Gebrauch der vermittelnden Function Behufs der Realisirung der Werthe der hyperbolischen Functionen nicht mehr zusagt, d. h. weil wegen allzu raschen Wachsens oder Abnehmens die Einschaltung nicht mehr bequem und sicher angeht. Dieses ereignet sich, wie es fast die bloſse Ansicht der im §. 47. und §. 48 mitgetheilten Formeln zu erkennen giebt, dann, wenn der Arcus $\mathfrak{L}k$ zu groſs und etwa > 4 wird, oder also dem Winkel k nur noch ungefähr zwei Grade an einem rechten Winkel fehlen, denn dann beschleunigt sich das Wachsen von $\mathfrak{L}k$ bei einer auch geringen Zunahme von k zu sehr. Deutlicher noch als die Ansicht der genannten Formeln zeigt dieses der Blick in die berechneten Tafeln. Es ist daher nothwendig, die hyperbolischen Functionen oder doch ihre Logarithmen selbst zu berechnen und ihre Werthe in Tafeln niederzulegen, so daſs man also von ihrer Zurückführung auf die cyklischen Functionen, welche unter anderen Umständen nützlich ist, nun absteht.

§. 50.

Es ändern sich zwar die Werthe der hyperbolischen Functionen bei der Zunahme ihres Arcus desto rascher, je gröſser der Arcus wird, glücklicherweise aber verhält es sich in Hinsicht auf ihre Logarithmen gerade umgekehrt, ihre zweiten und mehr noch ihre höheren Differenzen sind gering, und desto geringer, je gröſser der Arcus der hyperbolischen Functionen wird. Diese Logarithmen eignen sich also zur Construction einer Tabelle aus ihnen, welche, ohne einen sehr groſsen Umfang zu haben, weit hin reicht, so daſs der Arcus vom Werthe 2,000.... an bis zu einem beliebig groſsen Werthe wachsen darf und kann, und diese Tabelle wegen ihrer Brauchbarkeit selbst zwischen den Grenzen 2 und 4 des Arcus benutzt werden kann, obgleich für diese Strecke schon durch die früher genannte Tabelle gesorgt war. Die Construction dieser zweiten Tabelle gründet sich auf folgende Entwickelungen. Da

$$\mathfrak{Cos}\,k = \frac{e^k + e^{-k}}{2} \quad \text{und} \quad \mathfrak{Sin}\,k = \frac{e^k - e^{-k}}{2}$$

ist, so findet man in Anwendung der bekannten logarithmischen Reihe:

$$\log(a+b) = \log a + \frac{b}{a} - \tfrac{1}{2}\left(\frac{b}{a}\right)^2 + \tfrac{1}{3}\left(\frac{b}{a}\right)^3 - \tfrac{1}{4}\left(\frac{b}{a}\right)^4 + \text{etc.}$$

auf der Stelle die gesuchten beiden Reihen:

$$\log \mathfrak{Cos}\,k = k - \log 2 + e^{-2k} - \tfrac{1}{2}e^{-4k} + \tfrac{1}{3}e^{-6k} - \tfrac{1}{4}e^{-8k} + \text{etc.},$$

$$\log \mathfrak{Sin}\,k = k - \log 2 - e^{-2k} - \tfrac{1}{2}e^{-4k} - \tfrac{1}{3}e^{-6k} - \tfrac{1}{4}e^{-8k} - \text{etc.}$$

für die natürlichen Logarithmen der Functionen $\mathfrak{Cos}\,k$ und $\mathfrak{Sin}\,k$. Den natürlichen Logarithmen der Function $\mathfrak{Tang}\,k$ findet man, wenn man die erste Reihe von der zweiten subtrahirt, wodurch die folgende Reihe entsteht:

$$\log \mathfrak{Tang}\,k = -2(e^{-2k} + \tfrac{1}{3}e^{-6k} + \tfrac{1}{5}e^{-10k} + \text{etc.}).$$

Da nun die Werthe der Exponentialfunctionen e^{-2k}, e^{-4k}, e^{-6k} etc., welche in den Gliedern der drei Reihen vorkommen, geringe Werthe haben, wenn $k=2$ oder $k>2$ ist und diese Gröfsen überhaupt bequem zu berechnen sind, so hat der Verfasser sie zur Anfertigung der genannten zweiten Tabelle benutzt, und so die briggischen Logarithmen der hyperbolischen Functionen für alle Arcus, welche >2 sind und um 0,001 zunehmen, in neun Decimalstellen berechnet. Es schien aber unzweckmäfsig, die Arbeit ganz so durchzuführen, denn von $k=5$ an reichte es vollkommen hin, den Arcus um 0,01 wachsen zu lassen; dafür sind aber von dieser Grenze an die briggischen Logarithmen der Potenzialfunctionen in zehn Decimalstellen angegeben worden, und zwar bis zu so grofser Weite hin, dafs keine Tabelle mehr nöthig ist. Für $k=12$ ist nemlich $\mathfrak{Cos}\,k = \mathfrak{Sin}\,k$, also $\mathfrak{Tang}\,k = 1$ oder $\log \mathfrak{Tang}\,k = 0$, wenigstens so genau, dafs der Unterschied zwischen $\mathfrak{Cos}\,k$ und $\mathfrak{Sin}\,k < 0{,}000\,000\,000\,01$ ist.

Die in dieser Tabelle enthaltenen Logarithmen der Tangenten sind sämmtlich jeder um 10 zu grofs und also negativ, in ähnlicher Art wie die Logarithmen der Sinus und Cosinus in den trigonometrischen Tafeln.

§. 51.

Die nach den angegebenen drei Reihen berechneten Logarithmen mufsten, damit sie briggische würden, mit dem bekannten Modul $\mu = 0{,}4342\,9448\,1903\,2518\ldots$ multiplicirt werden. So genau die Einschaltung in die Reihe der Sinus und Cosinus dieser Tabelle sein mag, da man in Hinsicht auf die Bestimmung des Arcus bei sonst richtiger Rechnung kaum einen (unvermeidlichen) Fehler von der Gröfse 0,000 000 001

begehen wird, so ungenau wird die Bestimmung des Arcus, wenn die hyperbolische Tangente gegeben ist, in den Grenzen dieser Tabelle, und zwar immer mehr, je gröfser der Arcus wird. Gegen das Ende der Tabelle ist der unvermeidliche Fehler fast $= 1$, wie es die Ansicht der Tabelle lehrt. Man hätte, um diese Fehler geringer zu machen, noch ungleich mehr als zehn Decimalziffern nehmen müssen. Die trigonometrischen Tafeln der Sinus, Cosinus, Tangenten und Cotangenten sind in gewissen Gegenden ihres Umfanges einem ähnlichen Übelstande unterworfen. Glücklicher Weise kann man aber im vorliegenden Falle durch geringe Mühe die höhere Genauigkeit in der Bestimmung des Arcus erreichen, da nach §. 50. gerade in diesem Falle überflüssig genau:

$$\log \mathfrak{Tang}\, k = -2\mu . e^{-2k} \quad \text{oder} \quad \log \mathfrak{Cot}\, k = 2\mu e^{-2k}$$

ist, wenn briggische Logarithmen verstanden werden. Man hat also, wenn man zum zweiten Male auf beiden Seiten zu den briggischen Logarithmen übergeht, die Formel

$$\log \log \mathfrak{Cot}\, k = \log(2\mu) - 2k\mu.$$

Hiernach kann der Arcus k mit höherer Genauigkeit leicht gefunden werden, vorausgesetzt, dafs auch die hyperbolische Tangente oder eigentlich ihr Logarithme in mehr als zehn Decimalstellen gegeben ist. Eben so kann man nach dieser Formel auch umgekehrt, wenn ein Arcus gegeben ist, welcher beträchtlich > 2 ist, den Logarithmen seiner hyperbolischen Tangente in mehr als zehn Decimalziffern genau angeben. Der bei diesen Rechnungen zu gebrauchende beständige Logarithme ist:

$$\log(2\mu) = 9{,}9388143070 - 10.$$

So ist z. B. für $k = 12$ das Glied $2k\mu = 10{,}4230675657.$

$$\text{Also } \log(2\mu) - 2k\mu = 0{,}5157467413 - 11 = \log\log \mathfrak{Cot}\, k.$$

$$\text{Also } \log \mathfrak{Cot}\, k = 0{,}000\,000\,000\,032\,7904 \ldots.$$

$$\text{und } \log \mathfrak{Tang}\, k = 9{,}999\,999\,999\,967\,2096 \ldots.$$

Da ferner der briggische Logarithme $\log(1 \pm \delta) = \pm \mu . \delta$ ist, wenn δ gering ist, wie im vorliegenden Falle, so wird man $\log \mathfrak{Cot}\, k$ mit $\frac{1}{\mu}$ multipliciren und zum Producte Eins addiren, um $\mathfrak{Cot}\, k$ selbst zu erhalten, oder das Product von Eins subtrahiren, um $\mathfrak{Tang}\, k$ zu erhalten.

Die angestellte Rechnung giebt:

$$\mathfrak{Cot}\, k = 1{,}0000\,0000\,0014\,2407 \ldots. \quad \text{und}$$

$$\mathfrak{Tang}\, k = 0{,}9999\,9999\,9985\,7593 \ldots.$$

Man hätte im vorliegenden Falle selbst noch ungleich genauer rechnen oder noch ungleich mehr Decimalziffern für Cot$k$ und Tang$k$ finden können. Wie groß aber der erreichbare Grad der Genauigkeit sei, muß aus dem Gliede $-\frac{2}{3}e^{-6k}$, welches bei diesen Rechnungen außer Acht bleibt, beurtheilt werden. Im vorliegenden Falle, wo $k = 12$ ist, hat das Glied den Werth:

$$\tfrac{2}{3}e^{-6k} = 0,0000\,0000\,0000\,0000\,0000\,0000\,0000\,0003\,5868,$$

und man hätte also Tang$k$ oder auch Cot$k$ bis auf einen unvermeidlichen Fehler von der Kleinheit

$$0,0000\,0000\,0000\,0000\,0000\,0000\,0000\,0001,$$

d. h. in 31 Decimalstellen genau angeben können. Zu einem so geringen Fehler in der Bestimmung des Werthes der Tangente oder auch Cotangente gehört aber ein nicht ganz so geringer Fehler in der Bestimmung des Arcus, wenn die Tangente oder auch Cotangente gegeben sind.

Eilfter Abschnitt.

Bemerkenswerthe Reihen, welche nach Potenzial-Functionen äquidifferenter Arcus fortgehen; Folgerungen daraus.

§. 52.

Wenn man die bekannte logarithmische Entwickelungs-Formel $\log z = S(-1)^{\alpha}\frac{z^{\alpha+1}-z^{-(\alpha+1)}}{2}$ auf die Function $z = \mathrm{Cos}\,k + \mathrm{Sin}\,k = e^k$ anwendet, so hat man:

$z^{\alpha+1} = \mathrm{Cos}(\alpha+1)k + \mathrm{Sin}(\alpha+1)k$ und $z^{-(\alpha+1)} = \mathrm{Cos}(\alpha+1)k - \mathrm{Sin}(\alpha+1)k$.

Daraus folgt $z^{\alpha+1} - z^{-(\alpha+1)} = 2\,\mathrm{Sin}(\alpha+1)k$, und weil $\log z = \log e^k = k$ ist, so hat man offenbar:

$$\tfrac{1}{2}k = S(-1)^{\alpha}\frac{\mathrm{Sin}(\alpha+1)k}{\alpha+1}.$$

Differentiirt man auf beiden Seiten, so hat man:

$$\tfrac{1}{2} = S(-1)^{\alpha}\,\mathrm{Cos}(\alpha+1)k.$$

Diese Gleichung aufs Neue $2r$ mal nach einander differentiirt, so ist:

$$S(-1)^{\alpha}(\alpha+1)^{2r}.\,\mathrm{Cos}(\alpha+1)k = 0.$$

Wird diese Gleichung noch einmal differentiirt, so hat man:

$$S(-1)^{\alpha}(\alpha+1)^{2r+1}.\,\mathrm{Sin}(\alpha+1)k = 0.$$

Setzt man in der vorigen Reihe den Arcus $k = 0$, so ist allgemein $\mathrm{Cos}(\alpha+1)k = 1$, und also:

$$S(-1)^\alpha(\alpha+1)^{2r} = 0,$$

oder auch

$$(1^{2r} - 2^{2r} + 3^{2r} - 4^{2r} + 5^{2r} - 6^{2r} + - \text{etc.}) = 0,$$

welches ein bekanntes Resultat ist.

§. 53.

Wenn man die beiden Factoren $1+zv$ und $1+\frac{v}{z}$ multiplicirt und unter z den Ausdruck $z = \mathrm{Cos}\,k + \mathrm{Sin}\,k$ versteht, so ist das Product $= 1+(z+z^{-1}).v+v^2$ oder $1+2v\,\mathrm{Cos}\,k+v^2$.

Also hat man $\log(1+2v\,\mathrm{Cos}\,k+v^2) = \log(1+zv) + \log\left(1+\frac{v}{z}\right)$. Entwickelt man $\log(1+zv)$ und $\log\left(1+\frac{v}{z}\right)$ nach Potenzen von v, und addirt man die Entwickelungen, so ist:

$$\log(1+2v\,\mathrm{Cos}\,k+v^2) = S(-1)^\alpha.\frac{z^{\alpha+1}+z^{-(\alpha+1)}}{\alpha+1}.v^{\alpha+1},$$

oder einfacher:

$$\log\sqrt{(1+2v\,\mathrm{Cos}\,k+v^2)} = S(-1)^\alpha.\frac{v^{\alpha+1}}{\alpha+1}.\mathrm{Cos}\,(\alpha+1)k.$$

Setzt man $v=1$, so hat man $1+2v\,\mathrm{Cos}\,k+v^2 = 2(1+\mathrm{Cos}\,k) = (2\,\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}k)^2$, und also:

$$\log(2\,\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}k) = S(-1)^\alpha.\frac{\mathrm{Cos}\,(\alpha+1)k}{\alpha+1}.$$

Wird auf beiden Seiten differentiirt, so erhält man:

$$\tfrac{1}{2}\,\mathrm{Tang}\,\frac{k}{2} = S(-1)^\alpha\,\mathrm{Sin}\,(\alpha+1)k.$$

Wird diese Gleichung $2r+1$ mal nach einander differentiirt, so hat man:

$$\tfrac{1}{2}.\frac{\partial^{2r+1}\,\mathrm{Tang}\,\frac{k}{2}}{\partial k^{2r+1}} = S(-1)^\alpha(\alpha+1)^{2r+1}.\mathrm{Cos}\,(\alpha+1)k \text{ und}$$

$$\tfrac{1}{2}.\frac{\partial^{2r}\,\mathrm{Tang}\,\frac{k}{2}}{\partial k^{2r}} = S(-1)^\alpha(\alpha+1)^{2r}.\mathrm{Sin}\,(\alpha+1)k.$$

Obgleich nun die Werthe oder Summen dieser Reihen nicht so einfach sind, wie bei den sehr ähnlichen Reihen im §. 52., so können sie dennoch durch ein fortgesetztes Differentiiren immer gefunden werden. Zu ähnlichen Ausdrücken gelangt man für $v=-1$.

Setzt man $k=0$, so hat man $S(-1)^\alpha(\alpha+1)^{2r+1} = \frac{1}{2}.\dfrac{\partial^{2r+1}\,\mathrm{Tang}\,\frac{k}{2}}{\partial k^{2r+1}}$ für $k=0$.

Da aber nach §. 44. $\mathfrak{Tang}\,\frac{1}{2}k = S(-1)^\alpha . \overset{\alpha}{w} . \frac{(\frac{1}{2}k)^{2\alpha+1}}{(2\alpha+1)'}$ ist, so hat man $\frac{\partial^{2r+1}\mathfrak{Tang}\,\frac{1}{2}k}{\partial k^{2r+1}}$ (für $k=0$) offenbar $=(-1)^r . \overset{r}{w} . (\frac{1}{2})^{2r+1}$, und es ist also die Reihe:

$$1^{2r+1} - 2^{2r+1} + 3^{2r+1} - 4^{2r+1} + 5^{2r+1} - 6^{2r+1} + 7^{2r+1} - \text{etc.} = (-1)^r . \frac{\overset{r}{w}}{4^{r+1}}.$$

§. 54.

Wenn man die Reihe für $\frac{1}{2}k$ im §. 52. statt zu differentiiren mit ∂x mehrere Male nach einander multiplicirt, und darauf jedesmal integrirt, so erhält man Reihen von der Form:

$$1. \quad \varphi(r,k) = S(-1)^\alpha \left(\frac{1}{\alpha+1}\right)^{2r+1} . \mathfrak{Sin}(\alpha+1)k.$$

Entwickelt man $\mathfrak{Sin}(\alpha+1)k$ in eine nach Potenzen von k fortschreitende Reihe, so erhält man:

$$\varphi(r,k) = S(-1)^\alpha (\alpha+1)^{2(\beta-r)} . \frac{k^{2\beta+1}}{(2\beta+1)'}.$$

Diese Reihe hat einen zweifachen Fortschritt: den einen hat sie wegen der Veränderlichkeit von α, den zweiten hat sie durch die Veränderlichkeit von β; sie läſst sich aber noch sehr zusammenziehen, da nach §. 52. immer $S(-1)^\alpha . (\alpha+1)^{2n} = 0$ ist, wenn n eine positive ganze Zahl bedeutet und >0 ist. Denn nun darf man sogleich $r-\beta$ für β setzen und erhält dadurch:

$$\varphi(r,k) = S(-1)^\alpha \left(\frac{1}{\alpha+1}\right)^{2\beta} . \frac{k^{2\gamma+1}}{(2\gamma+1)'} \quad \text{cond. } (\gamma+\beta=r).$$

Dieser Ausdruck hat nur $(r+1)$ Glieder, und es ist also die unendliche Reihe (1.) summirt worden; aber die Coëfficienten in diesem Ausdrucke sind nun ungeschlossene Reihen von der Form:

$$2. \quad [r] = S(-1)^\alpha \left(\frac{1}{\alpha+1}\right)^{2r}.$$

Werden daher diese Coëfficienten ein für allemal berechnet, so hat man:

$$3. \quad \varphi(r,k) = S[\beta] . \frac{k^{2\gamma+1}}{(2\gamma+1)'} \quad \text{cond. } (\gamma+\beta=r),$$

und durch diese Formel ist dann die vorgelegte Summations-Aufgabe gelöset. Durch einmaliges Differentiiren erhält man nun noch:

$$S(-1)^\alpha \left(\frac{1}{\alpha+1}\right)^{2r} . \mathfrak{Cos}(\alpha+1)k = S[\beta] . \frac{k^{2\gamma}}{(2\gamma)'} \quad \text{cond. } (\alpha+\beta=r).$$

Beide Formeln können sammt den vorigen leicht auf cyklische Functionen übertragen werden, wenn man nur $k\sqrt{-1}$ für k setzt.

§. 55.

Die in §. 54. vorkommende Reihe $[r]$ kann man, da sie convergirt, nach ihrem Werthe finden, wenn man die einzelnen Glieder derselben in Decimalbrüche verwandelt, und diese dann abwechselnd addirt und subtrahirt. Man kann jedoch auch noch auf andere Art die Summe dieser Reihe finden. Man gelangt dazu durch die Bemerkung, daſs die im §. 54. ebenfalls vorkommende Reihe $\varphi(r, k)$ für gewisse Werthe des Arcus k, welche nicht Null sind, den Werth Null annimmt. Ein solcher Werth ist z. B.

$$k = \pi . \sqrt{-1}.$$

Für ihn hat man $\frac{\varphi(r, \pi\sqrt{-1})}{\sqrt{-1}} = S(-1)^{\alpha}\left(\frac{1}{\alpha+1}\right)^{2r+1} . \sin(\alpha+1) . \pi$, und da $\sin \pi = \sin 2\pi = \sin 3\pi = \text{etc.} = 0$ ist, so ist jedes Glied der Reihe und mithin sie selbst Null. Also:

$$\frac{\varphi(r, \pi\sqrt{-1})}{\sqrt{-1}} = 0.$$

Da der im §. 54. vorkommende geschlossene Ausdruck denselben Werth geben muſs, so hat man die Gleichung:

$$S(-1)^{\gamma}[\beta] . \frac{\pi^{2\gamma+1}}{(2\gamma+1)'} = 0, \quad \text{cond.} (\beta+\gamma=r),$$

und vermöge derselben können die Werthe der Reihen $[1]$, $[2]$, $[3]$, u. s. w. recurrirend berechnet werden, obgleich sie für $r=0$ versagt.

Will man aber eine Formel zur independenten Berechnung dieser Werthe ableiten, so multiplicire man nur die so eben gefundene Recursionsformel mit $v^{2r+1} = v^{2\beta} . v^{2\gamma+1}$, setze darauf, um auch r als veränderlich anzusehen, etwa λ für r, und man hat:

$$S(-1)^{\gamma}[\beta] . \frac{\pi^{2\gamma+1}}{(2\gamma+1)'} . v^{2\lambda+1} = \text{const.}, \quad \text{cond.} (\beta+\gamma=\lambda).$$

Die Constante rührt daher, weil die Recursionsformel für $r=0$ nicht anzuwenden war; sie kann aber leicht bestimmt werden, indem man nur $\lambda=0$ setzt, wodurch man $\beta=\gamma=0$ und also:

$$[0] . \pi v = \text{const.}$$

erhält. Nun ist aber $[0] = S(-1)^{\alpha} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$, also hat man:

$$\tfrac{1}{2}\pi v = S(-1)^{\gamma}[\beta] . \frac{\pi^{2\gamma+1}}{(2\gamma+1)'} . v^{2\lambda+1}, \quad \text{cond.} (\beta+\gamma=\lambda).$$

Diese Reihe ist aber das Product der beiden Reihen $S(-1)^{\gamma}\frac{(v\pi)^{2\gamma+1}}{(2\gamma+1)'}$ und $S[\beta] . v^{2\beta}$, wovon man sich durch die Multiplication überzeugt, und die

erste derselben ist der Ausdruck für $\sin(v\pi)$. Daher hat man rückwärts:

$$S[\beta].v^{2\beta} = \frac{\frac{1}{2}\pi v}{\sin v\pi},$$

und wenn man den Ausdruck auf der rechten Seite nach Potenzen von v entwickelt:

$$S[\beta].v^{2\beta} = \tfrac{1}{2}\left(1 + S\frac{4^\beta-2}{4^\beta-1}.\overset{\beta-1}{w}.\frac{(\frac{1}{2}v\pi)^{2\beta}}{(2\beta)'}\right).$$

Weil endlich die beiden Reihen identisch sein müssen, so hat man:

$$[0] = \tfrac{1}{2},$$

$$[r] = \tfrac{1}{2}.\frac{4^r-2}{4^r-1}.\overset{r-1}{w}.\frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^{2r}}{(2r-1)'};$$

wenn die Zahl $r > 0$ ist. Nach dieser Formel können nun die Werthe der Reihen [1], [2], [3], [4], etc. unabhängig von den Werthen der vorhergehenden und nachfolgenden berechnet werden.

§. 56.

Den Beschluſs dieses Abschnittes mag noch eine ziemlich allgemeine Summation mit einigen Anwendungen derselben machen. Kennt man eine Function φx und ihre nach (steigenden) Potenzen von x fortgehende Entwickelung, etwa:

$$\varphi x = \overset{0}{a}.x^0 + \overset{1}{a}.x^1 + \overset{2}{a}.x^2 + \overset{3}{a}.x^3 + \text{etc.} = S\overset{\alpha}{a}.x^\alpha,$$

so ist man auch immer im Stande, die beiden folgenden Reihen:

$$P = \overset{0}{a}\,\mathrm{Cos}\,v + \overset{1}{a}x\,\mathrm{Cos}(v+w) + \overset{2}{a}x^2\,\mathrm{Cos}(v+2w)\ldots = S\overset{\alpha}{a}x^\alpha.\,\mathrm{Cos}(v+\alpha w),$$

$$Q = \overset{0}{a}\,\mathrm{Sin}\,v + \overset{1}{a}x\,\mathrm{Sin}(v+w) + \overset{2}{a}x^2\,\mathrm{Sin}(v+2w)\ldots = S\overset{\alpha}{a}x^\alpha.\,\mathrm{Sin}(v+\alpha w)$$

zu summiren, oder zwei Functionen in geschlossener Form nachzuweisen, durch deren gehörige Entwickelung die Reihen P und Q entstehen.

Die Addition und Subtraction giebt nemlich sogleich:

$$P + Q = S\overset{\alpha}{a}x^\alpha.e^{v+\alpha w} = e^v.S\overset{\alpha}{a}.(xe^w)^\alpha = e^v.\varphi(x.e^w),$$

$$P - Q = S\overset{\alpha}{a}x^\alpha.e^{-v-\alpha w} = e^{-v}.S\overset{\alpha}{a}.(xe^{-w})^\alpha = e^{-v}.\varphi(x.e^{-w}).$$

Die wiederholte Addition und auch Subtraction giebt dann die beiden gesuchten Ausdrücke:

$$P = \frac{e^v.\varphi(x.e^w) + e^{-v}.\varphi(x.e^{-w})}{2},$$

$$Q = \frac{e^v.\varphi(x.e^w) - e^{-v}.\varphi(x.e^{-w})}{2}.$$

Sie lassen sich bei der gegenwärtigen Allgemeinheit nicht weiter zusam-

menziehen, in jedem einzelnen Falle kann man sie aber so umformen, dafs die Exponentialgröfsen verschwinden und dafür Sinus und Cosinus in ihnen vorkommen.

§. 57.

Ist z. B. $\varphi x = 1 + x + x^2 + x^3 \ldots + x^{r-1} = \frac{x^r - 1}{x - 1}$, so hat man auf der Stelle:

$$2P = \frac{x^r . e^{v+rw} - e^v}{x e^w - 1} + \frac{x^r . e^{-v-rw} - e^{-v}}{x e^{-w} - 1}.$$

Werden die beiden Ausdrücke unter gleiche Benennung gebracht, so erhält man für die beiden Reihen:

$$P = \operatorname{Cos} v + x \operatorname{Cos}(v+w) + x^2 . \operatorname{Cos}(v+2w) \ldots + x^{r-1} . \operatorname{Cos}(v+rw-w),$$

$$Q = \operatorname{Sin} v + x \operatorname{Sin}(v+w) + x^2 . \operatorname{Sin}(v+2w) \ldots + x^{r-1} . \operatorname{Sin}(v+rw-w)$$

die einfacheren Ausdrücke:

$$P = \frac{x^{r+1} \operatorname{Cos}(v+rw-w) - x^r \operatorname{Cos}(v+rw) - x \operatorname{Cos}(v-w) + \operatorname{Cos} v}{x^2 - 2x \operatorname{Cos} w + 1} \text{ und}$$

$$Q = \frac{x^{r+1} \operatorname{Sin}(v+rw-w) - x^r \operatorname{Sin}(v+rw) - x \operatorname{Sin}(v-w) + \operatorname{Sin} v}{x^2 - 2x \operatorname{Cos} w + 1}.$$

Nimmt man die ungeschlossenen beiden folgenden Reihen vor:

$$P = S x^\alpha . \operatorname{Cos}(v + \alpha w),$$

$$Q = S x^\alpha . \operatorname{Sin}(v + \alpha w),$$

so ist die Rechnung noch einfacher. Man hat nun $\varphi x = S x^\alpha = \frac{1}{1-x}$, und findet:

$$P = \frac{\operatorname{Cos} v - x \operatorname{Cos}(v-w)}{1 - 2x \operatorname{Cos} w + x^2},$$

$$Q = \frac{\operatorname{Sin} v - x \operatorname{Sin}(v-w)}{1 - 2x \operatorname{Cos} w + x^2}.$$

Zusatz 1. Setzt man im Ausdrucke Q einmal $v = 0$ und dann $v = w$, so hat man:

$$S x^\alpha \operatorname{Sin} \alpha w = \frac{x \operatorname{Sin} w}{1 - 2x \operatorname{Cos} w + x^2},$$

$$S x^\alpha \operatorname{Sin}(\alpha+1) w = \frac{\operatorname{Sin} w}{1 - 2x \operatorname{Cos} w + x^2}.$$

Wird nun die erste Reihe mit B und die zweite mit A multiplicirt, so giebt die nachherige Addition:

$$\frac{A + Bx}{1 - 2x \operatorname{Cos} w + x^2} = S \frac{A \operatorname{Sin}(\alpha+1) w + B \operatorname{Sin} \alpha w}{\operatorname{Sin} w} . x^\alpha.$$

Zusatz 2. Setzt man in den beiden Ausdrücken für P den Arcus $v = k$, $w = 2k$ und $x = -1$, so erhält man:

$$S(-1)^\alpha \operatorname{Cos}(2\alpha + 1) k = \frac{2 \operatorname{Cos} k}{2(1 + \operatorname{Cos} 2k)} = \frac{1}{2 \operatorname{Cos} k}.$$

Multiplicirt man beide Seiten mit ∂k und integrirt, so erhält man:

$$lk = 2.S(-1)^\alpha \frac{\mathfrak{Sin}(2\alpha+1)k}{2\alpha+1}.$$

Wird hierin $k\sqrt{-1}$ für k gesetzt, so erhält man noch:

$$\mathfrak{L}k = 2.S(-1)^\alpha \frac{\sin(2\alpha+1)k}{2\alpha+1}.$$

Die ersten Glieder dieser beiden Reihen sind:

$$lk = 2(\mathfrak{Sin}\,k - \tfrac{1}{3}\mathfrak{Sin}\,3k + \tfrac{1}{5}\mathfrak{Sin}\,5k - \tfrac{1}{7}\mathfrak{Sin}\,7k + \text{etc.}) \quad \text{und}$$
$$\mathfrak{L}k = 2(\sin k - \tfrac{1}{3}\sin 3k + \tfrac{1}{5}\sin 5k - \tfrac{1}{7}\sin 7k + \text{etc.}).$$

§. 58.

Endlich sei $P = S\frac{x^\alpha}{\alpha'}\mathfrak{Cos}(v+\alpha w)$, und $Q = S\frac{x^\alpha}{\alpha'}\mathfrak{Sin}(v+\alpha w)$, so daſs die Function $\varphi x = e^x = S\frac{x^\alpha}{\alpha'}$ ist. Für diese Reihen hat man dann:

$$P = \frac{e^{v+xe^w} + e^{-v+xe^{-w}}}{2},$$
$$Q = \frac{e^{v+xe^w} - e^{-v+xe^{-w}}}{2},$$

oder $2P = \mathfrak{Cos}(v+xe^w) + \mathfrak{Sin}(v+xe^w) + \mathfrak{Cos}(-v+xe^{-w}) + \mathfrak{Sin}(-v+xe^{-w})$
und $2Q = \mathfrak{Cos}(v+xe^w) + \mathfrak{Sin}(v+xe^w) - \mathfrak{Cos}(-v+xe^{-w}) - \mathfrak{Sin}(-v+xe^{-w})$,
oder einfacher:

$$P = \mathfrak{Cos}(v + x\,\mathfrak{Sin}\,w).[\mathfrak{Cos}(x\,\mathfrak{Cos}\,w) + \mathfrak{Sin}(x\,\mathfrak{Cos}\,w)] \quad \text{und}$$
$$Q = \mathfrak{Sin}(v + x\,\mathfrak{Sin}\,w).[\mathfrak{Cos}(x\,\mathfrak{Cos}\,w) + \mathfrak{Sin}(x\,\mathfrak{Cos}\,w)].$$

Will man also die Form der Exponentialgröſse nicht durchaus meiden, so hat man endlich:

$$P = e^{x\,\mathfrak{Cos}\,w}.\mathfrak{Cos}(v + x\,\mathfrak{Sin}\,w),$$
$$Q = e^{x\,\mathfrak{Cos}\,w}.\mathfrak{Sin}(v + x\,\mathfrak{Sin}\,w).$$

Diese und alle vorhergehenden Formeln dieses Abschnittes lassen sich ohne alle weitere Rechnung auf cyklische Functionen übertragen.

Zwölfter Abschnitt.

Die Potenzialfunctionen als Producte unendlich vieler Factoren. Folgerungen daraus.

Wenn man die Vorstellung von Reihen zuläſst, welche ins Unendliche auslaufen, so ist auch die Darstellung einer Gröſse als ein Product unendlich vieler Factoren eben dadurch erlaubt. Die logarithmischen Entwickelungen bestehen in der That sämmtlich gerade in der Auffindung

oder Angabe solcher Producte. Wenn z. B. die Reihe: $\log \sqrt{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)} = S \frac{x^{2\alpha+1}}{2\alpha+1}$ gefunden ist, so hat man auf der Stelle umgekehrt:

$$\sqrt{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)} = e^x . \sqrt[3]{e^{x^3}} . \sqrt[5]{e^{x^5}} . \sqrt[7]{e^{x^7}} . \sqrt[9]{e^{x^9}} \dots$$

Der allgemeine Factor dieses Productes ist offenbar: $e^{\frac{x^{2\alpha+1}}{2\alpha+1}}$. Ein dem allgemeinen Factor eines Productes vorgesetztes Zeichen P kann und soll die Bedeutung haben, daſs aus diesem Factor eine Reihe besonderer Factoren hergeleitet werden soll, damit aus ihnen ein Product gebildet werde. Soll der Fortschritt nicht ins Unendliche fortgehen, so kann er durch hinzugefügte Bedingungen eingeschränkt werden. Dieses Zeichen bezieht sich dann, wie das Summezeichen S, auf gewisse veränderliche positive ganze Zahlen, welche durch die ersten Buchstaben des kleinen griechischen Alphabetes bezeichnet werden. In Anwendung dieser Bezeichnung hat man dann z. B.

$$\sqrt{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)} = P\left(e^{\frac{x^{2\alpha+1}}{2\alpha+1}}\right),$$

und es bedeutet also diese Darstellung nur in anderer Form, was auch durch die Bezeichnung $\log \sqrt{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)} = S \frac{x^{2\alpha+1}}{2\alpha+1}$, obgleich im vorliegenden Falle bequemer, ausgedrückt wird.

§. 60.

Die Function $\sin(v\pi)$ ist allemal Null, wenn unter v eine ganze Zahl verstanden wird, und also aus der Zahlenreihe:

$$\dots -5, -4, -3, -2, -1, \mp 0, +1, +2, +3, +4, +5, \dots$$

welche nach beide Seiten ins Unendliche ausläuft, ein Glied als Werth für v genommen wird. Die Gröſse $1 + \frac{v}{\alpha+1}$ und auch $1 - \frac{v}{\alpha+1}$ wird Null, die erste für $v = -(\alpha+1)$ und die zweite für $v = +(\alpha+1)$.

Das Product: $P\left(1 + \frac{v}{\alpha+1}\right)$ ist also $= 0$ für jeden negativen Werth von v, welcher > 0 und eine ganze Zahl ist, und eben so wird das Product $P\left(1 - \frac{v}{\alpha+1}\right) = 0$ für jeden positiven Werth von v, welcher > 0 und eine ganze Zahl ist. Daher ist das Product:

$$v . P\left(1 + \frac{v}{\alpha+1}\right) . P\left(1 - \frac{v}{\alpha+1}\right) = 0$$

für jeden Werth von v, welcher in der vorhin aufgestellten Zahlenreihe enthalten ist, und es hat in sofern dieselbe Eigenschaft, als die Function $\sin(v\pi)$.

Es steht daher zu erwarten, dafs jenes Product mit dieser Potenzialfunction entweder gleichbedeutend ist, oder doch in einer einfachen Beziehung zu ihr stehen wird.

Da nun $P\left(1+\frac{v}{\alpha+1}\right).P\left(1-\frac{v}{\alpha+1}\right) = P\left[\left(1+\frac{v}{\alpha+1}\right)\left(1-\frac{v}{\alpha+1}\right)\right]$, oder auch endlich $= P\left(1-\frac{v^2}{(\alpha+1)^2}\right)$ ist, so wird man untersuchen, ob man diesem Producte nicht eine Form geben kann, welche vergleichbar ist mit einer ähnlichen Form, unter der auch die Function $\sin(v\pi)$ dargestellt werden kann. Deuten wir dieses Product mit Q an, also: $Q = P\left(1-\frac{v^2}{(\alpha+1)^2}\right)$, so wird man von dem Versuche, Q nach Potenzen von v zu entwickeln, abstehen und lieber den natürlichen Logarithmen von Q also entwickeln, um die entstehende Reihe dann mit der für $\log\sin(v\pi)$ zu vergleichen. Man hat nemlich sogleich:

$$\log Q = S\log\left(1-\frac{v^2}{(\alpha+1)^2}\right) = -S\left(\frac{1}{\alpha+1}\right)^{2\beta}.\frac{v^{2\beta}}{\beta} \text{ für } \beta > 0.$$

Die Reihe hat einen doppelten Fortschritt, und erscheint einfacher, wenn man allgemein setzt:

$$\overset{r}{a} = S\left(\frac{1}{\alpha+1}\right)^{2r},$$

denn nun kann sie also dargestellt werden: $\log Q = -S\frac{\overset{\beta}{a}}{\beta}.v^{2\beta}$ für $\beta > 0$.

Die fernere Untersuchung mufs natürlich zunächst die durch $\overset{1}{a}$, $\overset{2}{a}$, $\overset{3}{a}$, $\overset{4}{a}$, etc. bezeichneten Reihen betreffen.

§. 61.

Die Reihe $\overset{r}{a} = S\left(\frac{1}{\alpha+1}\right)^{2r} = \frac{1}{1^{2r}} + \frac{1}{2^{2r}} + \frac{1}{3^{2r}} + \frac{1}{4^{2r}} +$ etc. hat Ähnlichkeit mit der im §. 55. vorgekommenen Reihe:

$$[r] = S(-1)^r\left(\frac{1}{\alpha+1}\right)^{2r}.$$

Wird diese Reihe, da ihr Werth der geringere ist, von der vorigen subtrahirt, so erhält man:

$$\overset{r}{a} - [r] = 2.S\left(\frac{1}{2\alpha+2}\right)^{2r} = \frac{2}{4^r}.S\left(\frac{1}{\alpha+1}\right)^{2r} = \frac{2}{4^r}.\overset{r}{a}.$$

Rückwärts hat man also: $\overset{r}{a} = \frac{4^r}{4^r - 2} . [r]$, und wird für $[r]$ der im §. 55. gefundene Werth substituirt, so hat man:

$$\overset{r}{a} = \tfrac{1}{2} . \frac{4^r}{4^r - 1} . \overset{r-1}{w} . \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^{2r}}{(2r-1)'} = r . \frac{\overset{r-1}{w}}{4^r - 1} . \frac{\pi^{2r}}{(2r)'} .$$

Wird dieser Werth weiter in die für $\log Q$ im §. 60. gefundene Reihe gebracht, so hat man:

$$\log Q = - S \frac{\overset{\alpha-1}{w}}{4^\alpha - 1} . \frac{(\pi v)^{2\alpha}}{(2\alpha)'} \text{ für } \alpha > 0.$$

Da nun aber $\log \sin(v\pi) = \log(v\pi) - S \frac{\overset{\alpha-1}{w}}{4^\alpha - 1} . \frac{(v\pi)^{2\alpha}}{(2\alpha)'}$ für $\alpha > 0$ nach §. 45. ist, so hat man offenbar: $\log \sin(v\pi) = \log(v\pi) + \log Q = \log(v\pi Q)$, und also:

$$\sin(v\pi) = v\pi Q = v\pi . P\left[\left(1 + \frac{v}{\alpha+1}\right)\left(1 - \frac{v}{\alpha+1}\right)\right].$$

Setzt man, um zu den hyperbolischen Sinus überzugehen: $v\sqrt{-1}$ für v, so erhält man:

$$\mathfrak{Sin}(v\pi) = v\pi . P\left(1 + \frac{v^2}{(\alpha+1)^2}\right).$$

§. 62.

Die Cosinus lassen sich ebenfalls in der Form von Producten unendlich vieler Factoren darstellen. Man gelangt auch zu dieser Form auf eine ähnliche Art, wie bei den Sinus; indessen wird es gerathener sein, diese Form aus der vorigen herzuleiten, weil dadurch zugleich der Zusammenhang beider aufgehellet wird. Da nemlich $\sin\left(\frac{\pi}{2} - v\frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{1-v}{2}\right)\pi = \cos\frac{\pi v}{2}$ ist, so braucht man nur in der für $\sin v\pi$ gefundenen Formel des §. 61. an die Stelle von v zu setzen $\frac{1-v}{2}$. Das giebt:

$$\cos\frac{v\pi}{2} = \frac{1-v}{2}\pi . P\left[\left(1 + \frac{1-v}{2(\alpha+1)}\right)\left(1 - \frac{1-v}{2(\alpha+1)}\right)\right].$$

Nun ist aber $1 + \frac{1-v}{2(\alpha+1)} = \frac{2\alpha+3-v}{2\alpha+2}$, und $1 - \frac{1-v}{2(\alpha+1)} = \frac{2\alpha+1+v}{2\alpha+2}$; daher hat man:

$$1. \quad \cos\frac{v\pi}{2} = \frac{\pi}{2} P\left(\frac{(2\alpha+1-v)(2\alpha+1+v)}{(2\alpha+2)(2\alpha+2)}\right).$$

Setzt man hierin $v = 0$, so hat man, weil $\cos 0 = 1$ ist:

$$1 = \frac{\pi}{2} . P\left[\left(\frac{2\alpha+1}{2\alpha+2}\right)^2\right],$$

woraus $\frac{\pi}{2} = P\left(\frac{2\alpha+2}{2\alpha+1}\right)^2$ folgt. Dieser Ausdruck soll von **Wallisius** herrühren; er ist ohne die abkürzende Bezeichnung:

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} = \frac{2.4.6.8.10.12\ldots.}{1.3.5.7.\ 9.11\ldots.}.$$

Wird der für $\frac{\pi}{2}$ gefundene Ausdruck im Ausdrucke von $\cos\frac{v\pi}{2}$ substituirt, so erhält man für $\cos\frac{v\pi}{2}$ den neuen Ausdruck:

$$\cos\frac{v\pi}{2} = P\left[\left(1+\frac{v}{2\alpha+1}\right)\left(1-\frac{v}{2\alpha+1}\right)\right].$$

Wird endlich noch $v\sqrt{-1}$ für v gesetzt, so entsteht für den hyperbolischen Cosinus der Ausdruck:

$$\mathrm{Cos}\frac{v\pi}{2} = P\left(1+\frac{v^2}{(2\alpha+1)^2}\right).$$

Da nun $\sin\frac{v\pi}{2} = \frac{v\pi}{2} P\left(\frac{(2\alpha+2+v)(2\alpha+2-v)}{(2\alpha+2)(2\alpha+2)}\right)$, so giebt die Division durch den ersten Ausdruck von $\cos\frac{v\pi}{2}$ die neue Formel:

$$\mathrm{tang}\frac{v\pi}{2} = v . P\left(\frac{(2\alpha+2+v)(2\alpha+2-v)}{(2\alpha+1+v)(2\alpha+1-v)}\right) \quad \text{und}$$

$$\mathrm{Tang}\frac{v\pi}{2} = v . P\left(\frac{(2\alpha+2)^2+v^2}{(2\alpha+1)^2+v^2}\right).$$

§. 63.

Hiermit ist man im Stande, einen für die genauere Kenntniſs der Function $\mathfrak{L}k$ wichtigen Ausdruck herzuleiten. Da nemlich $\mathfrak{L}k = \log\mathrm{tang}\,\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}+k\right)$ ist, so erhält man, wenn $v\frac{\pi}{2}$ für k gesetzt wird:

$$\mathfrak{L}\left(\frac{v\pi}{2}\right) = \log\mathrm{tang}\frac{1+v}{4}\pi = \log\mathrm{tang}\left(\frac{1+v}{2}.\frac{\pi}{2}\right).$$

Setzt man daher im Ausdrucke für $\mathrm{tang}\frac{v\pi}{2}$ für v an die Stelle $\frac{1+v}{2}$, so erhält man:

$$\mathrm{tang}\frac{1+v}{4}\pi = \frac{1+v}{2}.P\left(\frac{4\alpha+5+v}{2}\right).P\left(\frac{4\alpha+3-v}{2}\right).P\left(\frac{2}{4\alpha+3+v}\right).P\left(\frac{2}{4\alpha+1-v}\right).$$

Nun ist aber $\frac{1+v}{2}.P\left(\frac{4\alpha+5+v}{2}\right) = P\left(\frac{4\alpha+1+v}{2}\right)$, also hat man:

$$\mathrm{tang}\frac{1+v}{4}\pi = P\left(\frac{(4\alpha+1+v)(4\alpha+3-v)}{(4\alpha+1-v)(4\alpha+3+v)}\right).$$

Daher ist $\mathfrak{L}\left(\frac{v\pi}{2}\right) = S\log\frac{4\alpha+1+v}{4\alpha+1-v} - S\log\frac{4\alpha+3+v}{4\alpha+3-v}.$

Die ersten Glieder dieser Reihe sind offenbar:

$$\mathfrak{L}\left(\frac{v\pi}{2}\right) = \log\frac{1+v}{1-v} - \log\frac{3+v}{3-v} + \log\frac{5+v}{5-v} - \log\frac{7+v}{7-v} + \log\frac{9+v}{9-v} - \text{etc.}$$

und man kann sie kurz so ausdrücken:

$$\mathfrak{L}\left(\frac{v\pi}{2}\right) = S(-1)^\alpha.\log\frac{2\alpha+1+v}{2\alpha+1-v}.$$

Zusatz 1. Setzt man weiter allgemein $\varphi(r) = \mathfrak{Arc}\left(\mathfrak{Tang} = \frac{v}{2r+1}\right)$, so ist bekanntlich:

$$\varphi(r) = \log\sqrt{\left(\frac{2r+1+v}{2r+1-v}\right)} = \tfrac{1}{2}\log\frac{2r+1+v}{2r+1-v},$$

und also offenbar auch:

$$\mathfrak{L}\left(\frac{v\pi}{2}\right) = 2.S(-1)^\alpha.\varphi(\alpha).$$

Setzt man $v\sqrt{-1}$ für v, so erhält man noch die Reihe:

$$l\left(\frac{v\pi}{2}\right) = 2.S(-1)^\alpha.\varphi(\alpha) \quad \text{für} \quad \varphi(r) = \text{arc}\left(\text{tang} = \frac{v}{2r+1}\right).$$

Dieselben Resultate erhält man auch aus dem Ausdrucke für $\sin v\pi$ im §. 61., da $\mathfrak{L}\left(\frac{v\pi}{2}\right) = \log\frac{\sin\frac{1+v}{4}\pi}{\sin\frac{1-v}{4}\pi}.$

Zusatz 2. Wenn man den Ausdruck $\mathfrak{L}\left(\frac{v\pi}{2}\right) = S(-1)^\alpha\log\frac{2\alpha+1+v}{2\alpha+1-v}$ differentiirt und dann k setzt für $\frac{v\pi}{2}$, so erhält man:

$$\frac{1}{\cos k} = S(-1)^\alpha\frac{(2\alpha+1)\pi}{(\alpha+\frac{1}{2})^2\pi^2-k^2}$$

und also auch:

$$\frac{1}{\mathfrak{Cos}\,k} = S(-1)^\alpha\frac{(2\alpha+1)\pi}{(\alpha+\frac{1}{2})^2\pi^2+k^2}.$$

§. 64.

Man kann die im §. 63. für $\mathfrak{L}\left(v.\frac{\pi}{2}\right)$ gefundene Reihe leicht nach Potenzen von v entwickeln, und erhält dann eine Reihe mit doppeltem Fortschritte:

$$\begin{aligned}\mathfrak{L}\left(v.\frac{\pi}{2}\right) = &\frac{2v}{1}.\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\text{etc.}\right)\\ &+\frac{2v^3}{3}.\left(1-\frac{1}{3^3}+\frac{1}{5^3}-\frac{1}{7^3}+\frac{1}{9^3}-\text{etc.}\right)\\ &+\frac{2v^5}{5}.\left(1-\frac{1}{3^5}+\frac{1}{5^5}-\frac{1}{7^5}+\frac{1}{9^5}-\text{etc.}\right)\\ &+\frac{2v^7}{7}.\left(1-\frac{1}{3^7}+\frac{1}{5^7}-\frac{1}{7^7}+\frac{1}{9^7}-\text{etc.}\right)\\ &+\text{etc.}\end{aligned}$$

Wählt man für die Reihen in den Klammern die folgende Bezeichnung:

$$\psi n = S(-1)^\alpha . \left(\frac{1}{2\alpha+1}\right)^{2n+1},$$

so ist offenbar:

$$\mathfrak{L}\left(v.\frac{\pi}{2}\right) = 2.S\psi\alpha.\frac{v^{2\alpha+1}}{2\alpha+1}.$$

Da nun aber:

$$\mathfrak{L}\left(v.\frac{\pi}{2}\right) = S\overset{\alpha}{u}.\frac{\left(\frac{v\pi}{2}\right)^{2\alpha+1}}{(2\alpha+1)'}$$

nach §. 48. gefunden wird, so giebt die Identificirung der beiden Reihen:

$$\frac{2\psi n}{2n+1} = \frac{\overset{n}{u}.\left(\frac{\pi}{2}\right)^{2n+1}}{(2n+1)'}, \quad \text{oder} \quad \psi n = \tfrac{1}{2}.\frac{\overset{n}{u}}{(2n)'}.\left(\frac{\pi}{2}\right)^{2n+1}.$$

Da nun zur Berechnung der Vorzahlen $\overset{1}{u}, \overset{2}{u}, \overset{3}{u}$, etc. in der Reihe des §. 48. für $\mathfrak{L}k$ eine ziemlich einfache Recursionsformel nachgewiesen ist, so können also auch die Summen der Reihen $\psi 1$, $\psi 2$, $\psi 3$, etc. berechnet werden, ohne die einzelnen Glieder dieser Reihen in Decimalbrüche zu verwandeln.

Aus der bloßen Ansicht der Reihe ψn erhellet, daß ihr Werth sich bei wachsendem n der Grenze Eins nähert. Daher nähert sich aber der Ausdruck $\frac{\overset{n}{u}}{(2n+1)'}.\left(\frac{\pi}{2}\right)^{2n+1}$, welcher der Coëfficient des allgemeinen Gliedes in der Reihe für $\mathfrak{L}\left(\frac{v\pi}{2}\right)$ ist, der Grenze $\frac{2}{2n+1}$, woraus erhellet, daß diese Reihe nur bei einem geringen Werthe von v rasch convergirt, da v immer < 1 ist.

§. 65.

Werden die einzelnen Glieder oder wenigstens ihre Coëfficienten in Decimalbrüche verwandelt, so hat man:

$$\begin{aligned}
\mathfrak{L}\left(v.\frac{\pi}{2}\right) = \; & v.1,57079\ 63267\ 94896\ 61923\ 13216\ 916 \\
& + v^3.0,64596\ 40975\ 06246\ 25365\ 57565\ 636 \\
& + v^5.0,39846\ 31312\ 30835\ 22560\ 25277\ 44 \\
& + v^7.0,28558\ 70022\ 54439\ 97414\ 18132\ 55 \\
& + v^9.0,22221\ 10409\ 30493\ 35329\ 36348 \\
& + v^{11}.0,18181\ 71590\ 86149\ 76348\ 5278 \\
& + v^{13}.0,15384\ 60574\ 74429\ 43709\ 25 \\
& + v^{15}.0,13333\ 33240\ 45445\ 68308 \\
& + v^{17}.0,11764\ 70579\ 12680\ 234 \\
& + v^{19}.0,10526\ 31572\ 01451\ 8 \\
& + \text{etc.}
\end{aligned}$$

Läfst man aber in der Reihe des §. 63. das erste Glied $\log\frac{1+v}{1-v}$ unentwickelt, so findet man:

$$\begin{array}{rl} \mathfrak{L}\left(v,\frac{\pi}{2}\right) = \log\frac{1+v}{1-v} & - v\,.\,0,42920\ 36732\ 05103\ 38076\ 86783 \\ & - v^3.\,0,02070\ 25691\ 60420\ 41301\ 09101 \\ & - v^5.\,0,00153\ 68687\ 69164\ 77439\ 74722 \\ & - v^7.\,0,00012\ 72834\ 59845\ 74014\ 39010 \\ & - v^9.\,0,00001\ 11812\ 91728\ 86892\ 85874 \\ & - v^{11}.\,0,00000\ 10227\ 32032\ 05469\ 6540 \\ & - v^{13}.\,0,00000\ 00963\ 71727\ 40906\ 13 \\ & - v^{15}.\,0,00000\ 00092\ 87887\ 65025 \\ & - v^{17}.\,0,00000\ 00009\ 10849\ 178 \\ & - v^{19}.\,0,00000\ 00000\ 10057\ 6 \\ & - \text{etc.} \end{array}$$

Diese Reihe convergirt nun ungleich rascher als die vorige; wenn man zwei oder noch mehrere erste Glieder der Reihe des §. 63. unentwickelt läfst, so gelangt man zu Reihen, welche noch rascher convergiren, als die vorstehenden. Wenn $v > \frac{1}{2}$ wird, so kann man auch die folgende Reihe mit Vortheil gebrauchen, worin dann $v < \frac{1}{2}$ ist:

$$\begin{array}{rl} \mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{2} - v, \pi\right) = \log\frac{1}{v} - & 0,45158\ 27052\ 89454\ 86473 \\ & - v^2.\,0,82246\ 69334\ 24113\ 21823 \\ & - v^4.\,0,47351\ 64147\ 48617\ 95879 \\ & - v^6.\,0,32851\ 70304\ 32478\ 36803 \\ & - v^8.\,0,24905\ 82504\ 63161\ 97481 \\ & - v^{10}.\,0,19980\ 79015\ 19654\ 32313 \\ & - v^{12}.\,0,16662\ 62808\ 57309\ 69848 \\ & - v^{14}.\,0,14284\ 84529\ 06568\ 53116 \\ & - v^{16}.\,0,12499\ 80955\ 26863\ 26330 \\ & - v^{18}.\,0,11111\ 06875\ 41067\ 79039 \\ & - \text{etc.} \end{array}$$

Es ist somit für eine bequeme Berechnung der Function $\mathfrak{L}k$ zwischen den Grenzen $k = 0$ und $k = \frac{\pi}{2}$ behufs der Anfertigung einer Tabelle für die Werthe dieser Function gesorgt.

Dreizehnter Abschnitt.

Entwickelungen der Potenzial-Functionen eines zweitheiligen Arcus nach Potenzen des zweiten Theils.

§. 66.

Was die Entwickelung der Functionen $\mathfrak{Sin}(k+z)$ und $\mathfrak{Cos}(k+z)$ in Reihen, welche nach Potenzen von z fortschreiten, betrifft, so ist dieselbe sehr einfach. Da nemlich $\mathfrak{Cos}(k+z) = \mathfrak{Cos}\,k.\mathfrak{Cos}\,z + \mathfrak{Sin}\,k.\mathfrak{Sin}\,z$ und $\mathfrak{Sin}(k+z) = \mathfrak{Sin}\,k.\mathfrak{Cos}\,z + \mathfrak{Cos}\,k.\mathfrak{Sin}\,z$ ist, so substituire man nur für $\mathfrak{Cos}\,z$ und $\mathfrak{Sin}\,z$ die bekannten nach Potenzen von z fortgehenden Reihen und man hat auf der Stelle:

$$\mathfrak{Cos}(k+z) = \mathfrak{Cos}\,k + \mathfrak{Sin}\,k.\frac{z}{1'} + \mathfrak{Cos}\,k.\frac{z^2}{2'} + \mathfrak{Sin}\,k.\frac{z^3}{3'} + \mathfrak{Cos}\,k.\frac{z^4}{4'} + \text{etc.}$$

$$\mathfrak{Sin}(k+z) = \mathfrak{Sin}\,k + \mathfrak{Cos}\,k.\frac{z}{1'} + \mathfrak{Sin}\,k.\frac{z^2}{2'} + \mathfrak{Cos}\,k.\frac{z^3}{3'} + \mathfrak{Sin}\,k.\frac{z^4}{4'} + \text{etc.}$$

Setzt man, um zu den cyklischen Functionen überzugehen, $k\sqrt{-1}$ für k und $z\sqrt{-1}$ für z, so entstehen die beiden folgenden Reihen:

$$\cos(k+z) = \cos k - \sin k.\frac{z}{1} - \cos k.\frac{z^2}{2'} + \sin k.\frac{z^3}{3'} + \cos k.\frac{z^4}{4'} - - \text{etc.}$$

$$\sin(k+z) = \sin k + \cos k.\frac{z}{1} - \sin k.\frac{z^2}{2'} - \cos k.\frac{z^3}{3'} + \sin k.\frac{z^4}{4'} + - \text{etc.}$$

In den beiden letzten Reihen folgen immer auf zwei Vorzeichen — zwei Vorzeichen + und umgekehrt.

Größere Schwierigkeit bietet aber die Entwickelung des Quotienten $\frac{1}{\cos(k+z)}$ und die davon abhängende der Function $\mathfrak{L}(k+z)$ in eine nach Potenzen von z fortgehende Reihe dar. Diese Entwickelung fordert die Kenntniſs der höheren Differentiale der Function $\frac{1}{\cos k} = U$, und es beginnt daher die Untersuchung mit der Erforschung des Gesetzes, nach welchem diese höheren Differentiale fortgehen, da das Differentiiren selbst nur ein Übergehen von einem Differentiale zu dem nächst höheren, und also ein recurrirendes ist.

§. 67.

Setzen wir zur Vereinfachung $U=\frac{1}{\cos k}$; $\overset{1}{U}=\frac{\partial U}{\partial k}$; $\overset{2}{U}=\frac{\partial^2 U}{\partial k^2}$; u. s. w. und allgemein $\overset{n}{U}=\frac{\partial^n U}{\partial k^n}$. Werden die ersten Differentialverhältnisse $\overset{1}{U}$, $\overset{2}{U}$, $\overset{3}{U}$, $\overset{4}{U}$, etc. durch das gewöhnliche Differentiiren hergeleitet, so erkennt man bald, dafs die Form derselben ziemlich verschieden ist, je nachdem ein solches Verhältnifs von gerader oder ungerader Ordnung ist. Für $\overset{2r}{U}$ findet man im Allgemeinen folgende Form:

$$\overset{2r}{U} = S\varphi(r,\beta).\cos k^{-(2\alpha+1)} \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r),$$

und es sind die Coëfficienten $\varphi(r,0)$, $\varphi(r,1)$, $\varphi(r,2)$ u. s. w. nur noch die einzigen unbekannten Gröfsen.

Um diese Coëfficienten zu finden, ist es nothwendig, den vorgeleg- Ausdruck noch einmal zu differentiiren; dies giebt:

$$\overset{2r+1}{U} = S(2\alpha+1).\varphi(r,\beta).\cos k^{-(2\alpha+2)}.\sin k \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r).$$

Das wiederholte Differentiiren führt also zu dem Ausdrucke:

$$\overset{2r+2}{U} = \left\{\begin{matrix} S(2\alpha+1)(2\alpha+2).\varphi(r,\beta).\cos k^{-(2\alpha+3)}.\sin k^2 \\ +S(2\alpha+1).\varphi(r,\beta).\cos k^{-(2\alpha+1)} \end{matrix}\right\} \ \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r).$$

Wird nun noch $1-\cos k^2$ für das vorkommende $\sin k^2$ gesetzt, so läfst sich der Ausdruck zusammenziehen, wie folgt:

$$\overset{2r+2}{U} = S[2\alpha(2\alpha-1).\varphi(r,\beta)-(2\alpha+1)^2.\varphi(r,\beta-1)].\cos k^{-(2\alpha+1)} \ \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r+1).$$

Er fällt also wieder unter die bereits bekannte Form:

$$\overset{2r+2}{U} = S\varphi(r+1,\beta).\cos k^{-(2\alpha+1)} \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r+1),$$

und es führt die Identificirung beider Ausdrücke zu der folgenden Coëfficienten-Beziehung:

$$\varphi(r+1,r+1-m) = 2m(2m-1).\varphi(r,r+1-m)-(2m+1)^2.\varphi(r,r-m).$$

Nach dieser ziemlich einfachen Recursionsformel liefsen sich also die unbekannten Coëfficienten berechnen. Man vereinfacht sie aber noch sehr, wenn man setzt:

$$(-1)^{r-m}.\varphi(r,r-m).(2m)' \quad \text{für} \quad \varphi(r,r-m)$$

und diese Substitution gleichmäfsig durchführt. Die Recursionsformel geht dadurch über in:

$$\varphi(r+1,r+1-m) = \varphi(r,r+1-m)+(2m+1)^2.\varphi(r,r-m)$$

und man hat dann allgemein:

$$\overset{2r}{U} = S(-1)^{\beta}.(2\alpha)'.\varphi(r,\beta).\cos k^{-(2\alpha+1)} \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r).$$

Die so eben gefundene Recursionsformel hat die gröfste Ähnlichkeit mit einer bekannten Beziehung, welche unter Combinationsclassen Statt findet, die bei unbedingter Wiederholbarkeit der Elemente gebildet sind. Nimmt man nemlich zur Scale die Reihe der Quadrate der auf einander folgenden ersten ungeraden Zahlen der natürlichen Zahlenreihe, und bezeichnet man die Scale auf folgende Art:

$$(m) = (1^2, 3^2, 5^2, \ldots . (2m+1)^2),$$

so hat diese Scale offenbar $(m+1)$ Elemente. Soll weiter das Zeichen $\overset{n}{\underset{(m)}{C}}$ die aus den Elementen der geschlossenen Scale (m) bei unbedingter Wiederholbarkeit gebildete Combinationsclasse des $n$ten Grades bezeichnen, so ist bekanntlich auch:

$$\overset{r+1-m}{\underset{(m)}{C}} = \overset{r+1-m}{\underset{(m-1)}{C}} + (2m+1)^2 . \overset{r-m}{\underset{(m)}{C}}.$$

Da nun diese Formel offenbar mit der vorhin gefundenen Recursionsformel zusammenfällt, so folgt aus dieser Übereinstimmung:

$$\varphi(r, r-m) = \overset{r-m}{\underset{(m)}{C}}.$$

Bei diesem Schlusse versteht es sich aber von selbst, dafs er erst seine völlige Begründung erhält, wenn nachgewiesen wird, dafs dieses Resultat auch für die ersten Werthe der Zahlen r und m richtig ist, wovon man sich aber leicht überzeugen wird; denn auch völlig übereinstimmende Recursionsformeln lassen verschiedene Gröfsen aus der Rechnung hervorgehen, wenn die Gröfsen, von welchen die recurrirende Rechnung ausgeht, verschieden sind. Die völlig übereinstimmenden Recursionsformeln im §. 32. und §. 33. sind ein Beispiel der Art.

§. 68.

Wenn man aber den nun bekannten Ausdruck für das höhere Differential:

$$\overset{2r}{U} = S(-1)^\beta . (2\alpha)^r . \overset{\beta}{\underset{(\alpha)}{C}} . \left(\frac{1}{\cos k}\right)^{2\alpha+1} \quad \text{cond. } (\alpha+\beta=r).$$

noch einmal differentiirt, so hat man für ein Differentialverhältnifs von ungerader Ordnung allgemein den folgenden Ausdruck:

$$\overset{2r+1}{U} = \sin k . S(-1)^\beta . (2\alpha+1)^r . \overset{\beta}{\underset{(\alpha)}{C}} . \left(\frac{1}{\cos k}\right)^{2\alpha+2} \quad \text{cond. } (\alpha+\beta=r).$$

Die ersten Specialfälle dieser beiden allgemeinen Formeln sind die nachstehenden:

$$\overset{0}{U} = \frac{1}{\cos k}, \qquad \overset{1}{U} = \frac{\sin k}{\cos k^2},$$

$$\overset{2}{U} = \frac{2}{\cos k^3} - \frac{1}{\cos k}, \qquad \overset{3}{U} = \frac{6 \sin k}{\cos k^4} - \frac{\sin k}{\cos k^2},$$

$$\overset{4}{U} = \frac{24}{\cos k^5} - \frac{20}{\cos k^3} + \frac{1}{\cos k}, \qquad \overset{5}{U} = \frac{120 \sin k}{\cos k^6} - \frac{60 \sin k}{\cos k^4} + \frac{\sin k}{\cos k^2},$$

$$\overset{6}{U} = \frac{720}{\cos k^7} - \frac{840}{\cos k^5} + \frac{182}{\cos k^3} - \frac{1}{\cos k}.$$

Die Ausdrücke werden immer zusammengesetzter, je weiter man fortgeht, und es ist z. B.

$$\overset{12}{U} = \frac{479001600}{\cos k^{13}} - \frac{1037836800}{\cos k^{11}} + \frac{743783040}{\cos k^9} - \frac{197271360}{\cos k^7} + \frac{15159144}{\cos k^5} - \frac{132860}{\cos k^3} + \frac{1}{\cos k}.$$

Gestützt auf die beiden obigen, zur independenten Bestimmung dienenden und das allgemeine Gesetz des Fortschritts deutlich aussprechenden Formeln haben wir also für den Quotienten $\frac{1}{\cos(k+z)}$ die Reihe:

$$\frac{1}{\cos(k+z)} = U + \overset{1}{U}.\frac{z}{1} + \overset{2}{U}.\frac{z^2}{2'} + \overset{3}{U}.\frac{z^3}{3'} + \overset{4}{U}.\frac{z^4}{4'} + \text{etc.},$$

welche leicht auf hyperbolische Functionen übertragen werden kann. Bemerkt man ferner, daſs $\partial \mathfrak{L}(k+z) = \frac{\partial z}{\cos(k+z)}$ ist, wenn k als constant und z als veränderlich behandelt wird, so wird man die vorstehende Reihe mit ∂z multipliciren und dann integriren, wodurch man für $\mathfrak{L}(k+z)$ eine Reihe erhalten wird:

$$\mathfrak{L}(k+z) = \mathfrak{L}k + \frac{z}{\cos k} + \overset{1}{U}.\frac{z^2}{2'} + \overset{2}{U}.\frac{z^3}{3'} + \overset{3}{U}.\frac{z^4}{4'} + \overset{4}{U}.\frac{z^5}{5'} + \text{etc.}$$

welche einfacher durch $\mathfrak{L}(k+z) = \mathfrak{L}k + S\,\frac{\overset{a}{U}.z^{a+1}}{(a+1)'}$ ausgedrückt wird.

§. 6.

Unter den besonderen Werthen für k ist offenbar der Werth $k=0$ von Wichtigkeit; denn da hierdurch $\cos k = 1$ und $\sin k = 0$ wird, so sind die Coëfficienten: $\overset{1}{U}$, $\overset{3}{U}$, $\overset{5}{U}$, etc., welche ungerade Zeigezahlen tragen, einzeln Null, weil ihre Ausdrücke den Factor $\sin k$ tragen; auch ist nun $\mathfrak{L}k = 0$. Man erhält also:

$$\mathfrak{L}z = S\{\underset{\text{Für } k=0}{\overset{2a}{U}}\}.\frac{z^{2a+1}}{(2a+1)'}.$$

Setzt man weiter $\overset{r}{u} = \overset{2r}{U}$ für $k=0$, wie im §. 48., so erhält man für $\overset{r}{u}$ den allgemeinen zur independenten Bestimmung von $\overset{r}{u}$ dienenden Ausdruck:

$$\overset{r}{u} = S(-1)^{\beta}.(2\alpha)^{r}.\overset{\beta}{\underset{(\alpha)}{C}} \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r).$$

Aus dem für $\overset{6}{U}$ angegebenen Ausdrucke folgt also z. B., da nun $r=6$ ist;

$$\begin{array}{rl} \overset{6}{U} = & +\ 479001600 - 1037836800 \\ & +\ 743783040 - \ \ 197271360 \\ & +\ \ \ 15159144 - \ \ \ \ \ \ \ 132860 \\ & +\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 1 \\ \hline \text{Summe:} & +1237943785 - 1235241020 \end{array}$$

$$\text{oder}\ \overset{6}{u} = 2702765\ \ (\text{wie im §. 42.}).$$

Für die in den Ausdrücken $\overset{r}{U}$ und $\overset{r}{u}$ vorkommenden Combinationsclassen aus den Elementen der Scale $(m) = \{1^2, 3^2, 5^2, \ldots . (2m+1)^2\}$ werden später andere Ausdrücke nachgewiesen werden, wodurch übrigens ihre Berechnung keinesweges erleichtert wird, — jeder in der Combinationslehre ein wenig Erfahrene wird in Anwendung bekannter combinatorischer Beziehungen im vorliegenden Falle ungleich schneller und sicherer zum Ziele gelangen.

Setzt man aber $k=\frac{\pi}{4}$, so ist $\sin k = \cos k = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$, und man findet die folgenden Zahlen: $\overset{0}{U}=\sqrt{2}$; $\overset{1}{U}=\sqrt{2}$; $\overset{2}{U}=3\sqrt{2}$; $\overset{3}{U}=11\sqrt{2}$; $\overset{4}{U}=57\sqrt{2}$; $\overset{5}{U}=361\sqrt{2}$; $\overset{6}{U}=2763\sqrt{2}$; $\overset{7}{U}=34611\sqrt{2}$; $\overset{8}{U}=330737\sqrt{2}$ u. s. w. Man berechnet diese Zahlen aber leichter recurrirend; setzt man nemlich:

$$\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{4}-z\right)} = \left(S(-1)^{\alpha}\overset{\alpha}{a}.\frac{z^{\alpha}}{\alpha^{\prime}}\right).\sqrt{2},$$

so findet man leicht die folgende Recursionsformel:

$$\overset{n}{a} = \underset{1^{\prime}}{[n]}^{1}.\overset{n-1}{a} + \underset{2^{\prime}}{[n]}^{2}.\overset{n-2}{a} - \underset{3^{\prime}}{[n]}^{3}.\overset{n-3}{a} - \underset{4^{\prime}}{[n]}^{4}.\overset{n-4}{a} + \underset{5^{\prime}}{[n]}^{5}.\overset{n-5}{a} + \underset{6^{\prime}}{[n]}^{6}.\overset{n-6}{a} - - \text{etc.}$$

In dieser Formel wechseln immer zwei Vorzeichen Minus mit zwei Vorzeichen Plus und umgekehrt ab. Man hat also:

$$\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}+z\right) = \mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}.\left(z + \frac{z^2}{2^{\prime}} + 3.\frac{z^3}{3^{\prime}} + 11.\frac{z^4}{4^{\prime}} + 57.\frac{z^5}{5^{\prime}} + 361.\frac{z^6}{6^{\prime}}\right.$$
$$\left. + 2763.\frac{z^7}{7^{\prime}} + 34611.\frac{z^8}{8^{\prime}} + 330737.\frac{z^9}{9^{\prime}} + \text{etc.}\right).$$

Was das erste Glied $\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}\right)$ betrifft, so hat man $\operatorname{tang}\frac{\pi}{4}=1$, also $\mathfrak{Sin}\,\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$ und $\mathfrak{Cos}\,\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$, also ist $\mathfrak{Sin}\,\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}\right)+\mathfrak{Cos}\,\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}\right)=1+\sqrt{2}$, und also

$$\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \log(1+\sqrt{2}).$$

Man findet aber noch leichter den Werth von $\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}\right)$, wenn man in einer von den beiden ersten Formeln des §. 65. für das da vorkommende v setzt den Werth $v=\frac{1}{2}$.

Setzt man in der vorigen Formel $-z$ für z, so hat man eine Reihe, welche von der vorigen subtrahirt wird, und dann giebt:

$$\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}+z\right)$$
$$=\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}-z\right)+2\sqrt{2}\left(z+3.\frac{z^3}{3'}+57.\frac{z^5}{5'}+2763.\frac{z^7}{7'}+330737.\frac{z^9}{9'}+\text{etc.}\right).$$

Ähnliche und zum Theil noch einfachere Formeln findet man, wenn $k=\frac{\pi}{6}$ oder $k=\frac{\pi}{3}$ gesetzt wird.

Zusatz. Setzt man $k\sqrt{-1}$ für k und $z\sqrt{-1}$ für z, so gelangt man noch zu einer Reihe für $\frac{1}{\mathfrak{Cos}\,(k+z)}$. Setzt man nemlich:

$$\overset{2r}{U} = S(-1)^\beta (2\alpha)' \overset{\beta}{\underset{(\alpha)}{C}}\left(\frac{1}{\mathfrak{Cos}\,k}\right)^{2\alpha+1} \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r),$$
$$\overset{2r+1}{U} = \left(S(-1)^\beta (2\alpha+1)' \overset{\beta}{\underset{(\alpha)}{C}}\left(\frac{1}{\mathfrak{Cos}\,k}\right)^{2\alpha+1}\right).\mathfrak{Sin}\,k \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r),$$

so hat man

$$\frac{1}{\mathfrak{Cos}\,(k+z)} = U - \overset{1}{U}.\frac{z^1}{1'} - \overset{2}{U}.\frac{z^2}{2'} + \overset{3}{U}.\frac{z^3}{3'} + \overset{4}{U}.\frac{z^4}{4'} - \overset{5}{U}.\frac{z^5}{5'} - \text{etc.}$$

und

$$l(k+z) = lk + Uz - \overset{1}{U}.\frac{z^2}{2'} - \overset{2}{U}.\frac{z^3}{3'} + \overset{3}{U}.\frac{z^4}{4'} + \overset{4}{U}.\frac{z^5}{5'} + \overset{5}{U}.\frac{z^6}{6'} - \text{etc.}$$

In beiden Reihen folgen auf zwei Glieder mit den Vorzeichen Minus jedesmal zwei Glieder mit den Vorzeichen Plus und umgekehrt.

§. 70.

Noch reicher an Folgerungen ist die Entwickelung von $\tang(k+v)$ in eine nach Potenzen von z fortgehende Reihe. Setzt man nemlich:

$$\overset{0}{z} = \tang k,$$

und bezeichnet man die höheren Differentialverhältnisse, wie folgt: $\overset{1}{z}=\frac{\partial \overset{0}{z}}{\partial k}$ und allgemein $\overset{n}{z}=\frac{\partial^n \overset{0}{z}}{\partial k^n}$, so hat man zunächst: $\overset{1}{z}=\cos k^{-2}$, und man übersieht überhaupt bald, daſs der Ausdruck für $\overset{2r-1}{z}$ folgende Form haben könne:

$$\overset{2r-1}{z} = S(-1)^\beta\,\varphi(r,\beta).\cos k^{-2\alpha} \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r).$$

Differentiirt man ihn, so erhält man:

$$\overset{2r}{z} = S(-1)^\beta.\,2\alpha.\,\varphi(r,\beta).\cos k^{-(2\alpha+1)}.\sin k \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r).$$

Wird noch einmal differentiirt, so erhält man:

$$\overset{2r+1}{z} = S(-1)^{\beta}2\alpha(2\alpha+1).\varphi(r,\beta).\cos k^{-(2\alpha+2)} + S(-1)^{\beta+1}(2\alpha)^2.\varphi(r,\beta).\cos k^{-2\alpha}$$

mit der beiden Haupttheilen gemeinschaftlichen Bedingungsgleichung $\alpha+\beta = r$. Man kann aber diesen Ausdruck wieder unter die Form:

$$\overset{2r+1}{z} = S(-1)^{\beta}\varphi(r+1,\beta).\cos k^{-2\alpha} \qquad \text{cond. } (\alpha+\beta = r+1)$$

bringen und erhält also die Recursionsformel:

$$\varphi(r+1, r+1-m) = (2m-1)(2m-2).\varphi(r, r+1-m) + (2m)^2.\varphi(r, r-m).$$

Setzt man aber $(2m-1)'.2^{2r-2m}.\varphi(r, r-m)$ für $\varphi(r, r-m)$, so geht die Recursionsformel dadurch über in:

$$\varphi(r+1, r+1-m) = \varphi(r, r+1-m) + m^2.\varphi(r, r-m)$$

und nach ihr können dann die unbekannten Vorzahlen im Ausdrucke:

$$\overset{2r-1}{z} = S(-1)^{\beta}.2^{2\beta}.(2\alpha-1)'.\varphi(r,\beta).\left(\frac{1}{\cos k}\right)^{2\alpha} \qquad \text{cond. } (\alpha+\beta = r)$$

berechnet werden. Aber man erkennt auch aus ihr, daſs der Coëfficient $\varphi(r, r-m)$ eine aus den Quadraten der ersten Zahlen der natürlichen Zahlenreihe bei unbedingter Wiederholbarkeit der Elemente gebildete Combinationsclasse ist. Nimmt man nemlich die Scale:

$$(m) = (1^2, 2^2, 3^2, \ldots . m^2),$$

welche aus m Elementen besteht, so erhellet auf ähnliche Art, wie im §. 67., daſs allgemein:

$$\varphi(r, r-m) = \overset{r-m}{\underset{(m)}{C}}$$

sei, und man hat also nun:

$$\left.\begin{aligned} \overset{2r-1}{z} &= S(-1)^{\beta}.2^{2\beta}.(2\alpha-1)'.\overset{\beta}{\underset{(\alpha)}{C}}.\left(\frac{1}{\cos k}\right)^{2\alpha} \\ \overset{2r}{z} &= \sin k.S(-1)^{\beta}.2^{2\beta}.(2\alpha)'.\overset{\beta}{\underset{(\alpha)}{C}}.\left(\frac{1}{\cos k}\right)^{2\alpha+1} \end{aligned}\right\} \text{cond. } (\alpha+\beta = r).$$

In beiden Ausdrücken darf aber auch noch sogleich $\alpha+1$ für α gesetzt werden, weil das Glied für $\beta = r$ oder $\alpha = 0$ selbst Null ist.

§. 71.

Gestützt auf diese beiden zur independenten Bestimmung dienenden Formeln hat man nun in Anwendung des Taylorschen Satzes:

$$\text{tang}(k+v) = \overset{0}{z} + \overset{1}{z}.\frac{v}{1} + \overset{2}{z}.\frac{v^2}{2'} + \overset{3}{z}.\frac{v^3}{3'} + \overset{4}{z}.\frac{v^4}{4'} + \overset{5}{z}.\frac{v^5}{5'} + \text{etc.}$$

Setzt man zunächst $k = 0$, so ist $\sin k = 0$ und $\cos k = 1$; es fallen also von den Gröſsen $\overset{0}{z}, \overset{1}{z}, \overset{2}{z}, \overset{3}{z}$, etc. alle diejenigen weg, welche eine

gerade Zeigezahl tragen, weil sie den Factor $\sin k$ enthalten. Setzt man weiter allgemein:
$$\overset{r-1}{w} = \overset{2r-1}{z} \text{ für } k = 0,$$
so findet man für $\operatorname{tang} v$ die nach Potenzen von v fortgehende Reihe:
$$\operatorname{tang} v = v + \overset{1}{w}.\frac{v^3}{3'} + \overset{2}{w}.\frac{v^5}{5'} + \overset{3}{w}.\frac{v^7}{7'} + \overset{4}{w}.\frac{v^9}{9'} + \text{etc.}$$
welche mit der im §. 44. für $\operatorname{tang} x$ gefundenen zusammenfällt; es haben auch die Coëfficienten $\overset{1}{w}$, $\overset{2}{w}$, $\overset{3}{w}$, $\overset{4}{w}$ etc. dieselbe Bedeutung, wie im §. 43. und §. 44. Jetzt haben wir aber für die independente Berechnung dieser Coëfficienten die allgemeine Formel:
$$\overset{r}{w} = S(-1)^{\beta}.\,4^{\beta}.\,(2\alpha+1)'.\overset{\beta}{\underset{(\alpha+1)}{C}} \qquad \text{cond. } (\alpha + \beta = r).$$
Da nun aber $(2\alpha+1)'$ immer durch 2^{α}, und in der Regel noch durch eine höhere Potenz von 2 theilbar ist, so ist also das allgemeine Glied durch $2^{2\beta+\alpha} = 2^{2r-\alpha}$ oder eine noch höhere Potenz von 2 theilbar; daher ist überhaupt $\overset{r}{w}$ immer theilbar durch 2^r, aber in der Regel selbst durch eine Potenz von 2, deren Exponent entweder $=2r$ oder doch nur wenig $<2r$ ist.

Die Berechnung der Werthe von $\overset{\beta}{\underset{(\alpha+1)}{C}}$ für eine gegebene Summe $(1+\alpha+\beta = r+1)$ gelingt sehr einfach, indem man die Quadrate der ersten ganzen Zahlen bis zur Zahl r^2 in eine Horizontalreihe nach fallender Gröſse, etwa von der Linken zur Rechten stellt, und ihre allmäligen Summen von der Rechten zur Linken nimmt; diese sind dann schon Combinationsclassen des ersten Grades; unter sie werden von der Rechten zur Linken die Quadratzahlen Glied unter Glied gestellt; die über einander stehenden Zahlen werden multiplicirt, und die Producte wieder allmälig von der Rechten zur Linken addirt; die Summen sind die Combinationsclassen des zweiten Grades; so fährt man überhaupt fort nach folgendem Rechnungs-Schema:

. . . . . .	25	16	9	4	1	
Combinations-Classen 1sten Grades	55)	30)	14)	5)	1)	Summen.
		16	9	4	1	Elemente.
		480	126	20	1	Producte.
Classen 2ten Grades . .		627)	147)	21)	1)	Summen.
			9	4	1	Elemente.
			1323	84	1	Producte.
Classen 3ten Grades			1408)	85)	1)	Summen.
				4	1	Elemente.
				340	1	Producte.
Classen 4ten Grades				431)	1)	Summen.
					1	Element.
Classe 5ten Grades					1	

Hiernach sind die folgenden Zahlen berechnet worden:

$\overset{\beta}{\underset{(\alpha+1)}{C}}$	$\alpha+\beta+1=11$ $r=10$	$\alpha+\beta+1=10$ $r=9$	$\alpha+\beta+1=9$ $r=8$	$\alpha+\beta+1=8$ $r=7$	$\alpha+\beta+1=7$ $r=6$	$\alpha+\beta+1=6$ $r=5$	$\alpha+\beta+1=5$ $r=4$	$\alpha+\beta+1=4$ $r=3$	$\alpha+\beta+1=3$ $r=2$	$\alpha+\beta+1=2$ $r=1$	$r=0$
$\beta=0$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\beta=1$	385	285	204	140	91	55	30	14	5	1	
$\beta=2$	48279	25194	12138	5278	2002	627	147	21	1		
$\beta=3$	2458676	846260	251498	61490	11440	1408	85	1			
$\beta=4$	52253971	10787231	1733303	196053	13013	341	1				
$\beta=5$	434928221	46587905	3255330	118482	1365	1					
$\beta=6$	1217854704	53157079	1071799	5461	1						
$\beta=7$	860181300	9668036	21845	1							
$\beta=8$	87099705	87381	1								
$\beta=9$	349525	1									
$\beta=10$	1										

So hat man z. B. für $r=3$ die folgenden Zahlen:

$$\overset{3}{w} = 4^0 . 7' . 1 - 4^1 . 5' . 14 + 4^2 . 3' . 21 - 4^3 . 1' . 1 = 5040 - 6720 + 2016 - 64$$

$$\text{Summe} = +7056 - 6784 = +272.$$

Also findet man $\overset{3}{w} = 272$, wie im §. 43.

Zusatz. Das so eben gezeigte mechanische Rechnungsverfahren kann auch bei der Ermittelung der Werthe der Combinationsclassen, welche in den Formeln des §. 68. und §. 69. vorkommen, und welche aus den Elementen einer anderen Scale gebildet werden müssen, angewandt werden.

§. 72.

Der besondere Fall, wo $k=\frac{\pi}{4}$, verdient ebenfalls eine besondere Beachtung. Setzt man nun noch $\frac{1}{2}x$ für v, so erhält man:

$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = S\overset{\alpha}{u} . \frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)'} + S\overset{\alpha}{w} . \frac{x^{2\alpha+1}}{(2\alpha+1)'}$$

gesetzt, allgemein:

$$\overset{r}{u} = (\tfrac{1}{2})^{2r} . \overset{2r}{z} \quad \text{für} \quad k=\frac{\pi}{4} \quad \text{und}$$

$$\overset{r}{w} = (\tfrac{1}{2})^{2r+1} . \overset{2r+1}{z} \quad \text{für} \quad k=\frac{\pi}{4}.$$

Da aber $\cos\frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$ ist, so hat man auf der Stelle:

$$\overset{r}{u} = S(-1)^{\beta}\frac{(2\alpha)'}{2^{\alpha}} . \overset{\beta}{\underset{(\alpha)}{C}} \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r),$$

$$\overset{r}{w} = S(-1)^{\beta}\frac{(2\alpha+1)'}{2^{\alpha}} . \overset{\beta}{\underset{(\alpha+1)}{C}} \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r).$$

Da immer $(2\alpha)'$ und also auch $(2\alpha+1)'$ durch 2^α theilbar ist, so sind also die Coëfficienten $\frac{(2\alpha)'}{2^\alpha}$ und $\frac{(2\alpha+1)'}{2^\alpha}$, welche in diesen Ausdrücken vorkommen, ganze Zahlen.

Um nun noch zu zeigen, dafs die Coëfficienten $\overset{r}{u}$ und $\overset{r}{w}$ mit den im §. 42., §. 43. und an noch späteren Stellen eben so bezeichneten dieselben sind, dienen die beiden Formeln:

$$\tang \tfrac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+\tang \tfrac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \frac{2}{\cos x} \quad \text{und}$$

$$\tang \tfrac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-\tang \tfrac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = 2\tang x,$$

durch deren Anwendung man findet:

$$\mathfrak{Cos}\,\mathfrak{L}x = \frac{1}{\cos x} = S\overset{\alpha}{u}.\frac{x^{2\alpha}}{(2\alpha)'} \quad \text{und} \quad \mathfrak{Sin}\,\mathfrak{L}x = \tang x = S\overset{\alpha}{w}.\frac{x^{2\alpha+1}}{(2\alpha+1)'}.$$

Es sind also sowohl zur independenten Berechnung der Coëfficienten $\overset{1}{u}$, $\overset{2}{u}$, $\overset{3}{u}$, etc., als auch der Coëfficienten $\overset{1}{w}$, $\overset{2}{w}$, $\overset{3}{w}$, etc. zwei allgemeine Formeln angegeben worden, welche, wie man sieht, ziemlich einfach sind.

Vierzehnter Abschnitt.

Geometrische Constructionen für die Beziehungen zwischen den Potenzial-Functionen, ihren Arcus und den vermittelnden Functionen.

Die gleichseitige Hyperbel.

§. 73.

Wie die Beziehungen zwischen den cyklischen Functionen und ihren Arcus am Kreise nachgewiesen werden, ist so allgemein bekannt, dafs es unpassend wäre, hier davon zu handeln; nicht ganz so bekannt ist die geometrische Nachweisung der Beziehungen zwischen den hyperbolischen Functionen an der gleichseitigen Hyperbel, von welcher diese Functionen den Namen hyperbolische erhalten.

Es sei (Fig. 2.) die Gerade $AB = a$ die Halbaxe der gleichseitigen Hyperbel BM, und es seien die Coordinaten des Punctes M dieser Curve $AP = x$ und $PM = y$, so ist bekanntlich die Gleichung an die Curve:

$$y = \sqrt{(x^2 - a^2)}.$$

Wird nun die Fläche des Sectors $ABM = \sigma$ gesetzt, so hat man:

$$\sigma = \triangle APM - \text{Fläche } BPM = \frac{xy}{2} - \int y\,\partial x,$$

oder auch:

$$\partial\sigma = \frac{x\,\partial y - y\,\partial x}{2}.$$

Wird aber die Gleichung an die Curve differentiirt, so hat man $y\,\partial y = x\,\partial x$, also $\partial y = \frac{x}{y}\,\partial x$. Daher findet man:

$$\partial\sigma = \frac{a^2}{2}\cdot\frac{\partial x}{y}, \quad \text{also auch} \quad \sigma = \frac{a^2}{2}\int\frac{\partial x}{\sqrt{(x^2 - a^2)}}.$$

Setzt man nun $k = \text{Arc}\left(\text{Cos} = \frac{x}{a}\right)$, so hat man umgekehrt:

$$1. \quad \text{Cos}\, k = \frac{x}{a}.$$

und man findet

$$\partial k = \frac{\partial\left(\frac{x}{a}\right)}{\sqrt{\left(\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1\right)}} = \frac{\partial x}{\sqrt{(x^2 - a^2)}} \quad \text{(nach §. 18.).}$$

Es ist demnach $\partial\sigma = \frac{a^2}{2}\cdot\partial k$ und also $\sigma = \frac{a^2}{2}\cdot k + \text{const.}$ Da nun für $x = a$ die Fläche $\sigma = 0$ werden muſs, und $\text{Cos}\, k = 1$, also $k = 0$ wird, so hat man const. $= 0$, und es ist demnach:

$$2. \quad \sigma = \frac{a^2}{2}\cdot k$$

Construirt man also mit dem Halbmesser a einen Kreissector, dessen Inhalt so groſs ist als der Inhalt des hyperbolischen Sectors σ, so ist der Quotient, welchen man erhält, wenn man den Bogen des Kreissectors durch seinen Radius a dividirt, der unbenannten Zahl k gleich, oder in anderen Worten: die unbenannte Zahl k ist dem Bogen des Kreissectors gleich, wenn der Radius a zur Einheit genommen wird.

Der Arcus k wird also aus dem bekannten Inhalte des hyperbolischen Sectors eben so gefunden, wie wenn dieser Sector ein cyklischer wäre; denn wenn er ein cyklischer wäre von der Gröſse σ, so hätte man ebenfalls $\sigma = \frac{a^2}{2}\cdot k$, wenn a der Halbmesser ist.

Aus der Gleichung $\text{Cos}\, k = \frac{x}{a} = \frac{AP}{AB}$ folgt nun aber leicht:

$$3. \quad \begin{cases} \text{Sin}\, k = \frac{y}{a} = \frac{PM}{AB} \quad \text{und} \\ \text{Tang}\, k = \frac{y}{x} = \frac{PM}{AP}. \end{cases}$$

§. 74.

Die so eben erhaltenen drei Gleichungen veranlassen nun folgende einfache Construction:

Man schneide von P aus nach dem Scheitel B hin von der Abscisse ein Stück $PD = AB = a$ ab und ziehe die Gerade MD, so entsteht ein rechtwinkliges Dreieck DPM, worin der Winkel an D mit φ bezeichnet werden mag.

Da $PM = y$ und $PD = a$ ist, so findet man

$$MD = x, = AP.$$

Daher hat man

$$\cos\varphi = \frac{a}{x}, \quad \sin\varphi = \frac{y}{x} \quad \text{und} \quad \operatorname{tang}\varphi = \frac{y}{a}.$$

Jede dieser Gleichungen führt zusammengehalten mit den Gleichungen (3.) des §. 73. zu einer den Zusammenhang zwischen den Arcus k und φ ausdrückenden neuen Gleichung, nemlich:

$$\varphi = lk, \text{ oder umgekehrt: } k = \mathfrak{L}\varphi.$$

Wird der im hyperbolischen Sector befindliche Winkel $BAM = \psi$ gesetzt, so hat man $\operatorname{tang}\psi = \frac{y}{x}$, und da die trigonometrische Tangente des Winkels, welchen die Berührungslinie der Curve für den Punct M mit der Abscissenlinie bildet $= \frac{\partial y}{\partial x}$ und also $= \frac{x}{y}$ ist, so folgt, dafs dieser Winkel den Winkel ψ' zu einem rechten Winkel ergänzt. Hierauf kann eine bequeme Construction der Tangente gegründet werden.

Aus den beiden Gleichungen $\sin\varphi = \frac{y}{x}$ und $\operatorname{tang}\psi = \frac{y}{x}$ folgt ferner:

$$\sin\varphi = \operatorname{tang}\psi = \mathfrak{Tang}\,k.$$

Also ist $\psi = \frac{1}{2}l(2k)$ oder $k = \frac{1}{2}\mathfrak{L}(2\psi)$, also auch $\mathfrak{L}\varphi = \frac{1}{2}\mathfrak{L}(2\psi)$ und also $\varphi = l(\frac{1}{2}\mathfrak{L}(2\psi))$, oder umgekehrt $\psi = \frac{1}{2}l(2\mathfrak{L}\varphi)$, auf ähnliche Art wie im Zusatze zu §. 40. Eine ausführlichere Behandlung der gleichseitigen Hyperbel kann hier offenbar der Zweck nicht sein.

Die Kettenlinie.

§. 75.

Es seien (Fig. 3.) die Geraden $AP = x$ und $PM = y$ die Coordinaten (für den Anfangspunct A) eines Punctes M einer Curve, deren Gleichung ist:

$$y = a \,.\, \mathfrak{Cos}\,\frac{x}{a}.$$

Die Gröfse a heifse der Parameter der Curve. Man hat für $x=0$ offenbar $y=a$, und es ist also $AV=a$ oder der Parameter. Der Punct V heifse der Scheitel der Curve. Setzt man nemlich $-x$ für x, so bleibt y unverändert, und es theilt also der Punct V die Curve in zwei congruente Arme; die Gerade AW ist demnach eine Axe der Curve. Wenn x gröfser wird, so wird auch y gröfser und es ist y immer positiv. Daher liegt die Curve ganz auf einer Seite der Abscissenlinie PAp und entfernt sich immer mehr von ihr. Später wird gezeigt werden, dafs die Curve die sonst sogenannte Kettenlinie ist.

Differentiirt man die Gleichung an die Curve, so erhält man $\frac{\partial y}{\partial x}=\mathfrak{Sin}\,\frac{x}{a}$. Wird aber in M eine Tangente MT an die Curve gelegt, und der Winkel, welchen MT mit einer zur Abscissenlinie parallelen Mm bildet, $=\varphi$ gesetzt, so hat man auch $\operatorname{tang}\varphi=\frac{\partial y}{\partial x}$, und es ist also:

$$\operatorname{tang}\varphi = \mathfrak{Sin}\,\frac{x}{a}.$$

Setzt man also die unbenannte Zahl $\frac{x}{a}=k$, so hat man $\operatorname{tang}\varphi=\mathfrak{Sin}\,k$, und also

$$\varphi=lk,\ \text{oder umgekehrt:}\ k=\mathfrak{L}\varphi\ \text{und}\ x=a.k.$$

Durch diese drei Gleichungen sind die Beziehungen zwischen φ, k und x ausgedrückt. Die Gleichung an die Curve ist auch $y=a.\mathfrak{Cos}\,k$, und also auch:

$$y = \frac{a}{\cos\varphi}.$$

Wird der Bogen $VM=s$ gesetzt, so hat man $\partial s=\sqrt{(\partial x^2+\partial y^2)}$, und man findet $\partial s=\partial x\,\mathfrak{Cos}\,\frac{x}{a}$; wird die Gleichung integrirt, so hat man:

$$s = a.\mathfrak{Sin}\,\frac{x}{a} = a\,\mathfrak{Sin}\,k = a.\operatorname{tang}\varphi,$$

weil das Integral für $x=0$ verschwinden mufs. Wird diese Gleichung mit der zwischen x und y verbunden, so findet man:

$$y^2 = a^2 + s^2.$$

Es ist also immer $y>s$ und es nähern sich diese beiden Gröfsen ins Unendliche dem Verhältnisse der Gleichheit. Wird die Gleichung $s.\cot\varphi=a$ mit der Gleichung $y\cos\varphi=a$ verbunden, so hat man noch:

$$y.\sin\varphi = s.$$

§. 75.

Wird vom Fuſspuncte P der Ordinate PM auf die Tangente MT das Loth PS gefällt, so entsteht das rechtwinklige Dreieck MPS, worin der Winkel $MPS = \varphi$ ist.

Die beiden Katheten dieses Dreiecks findet man leicht:

$MS = s =$ Bogen VM und

$PS = a =$ dem Parameter AV, und also constant.

Die Hypothenuse PM ist $= y$ und also $y^2 = a^2 + s^2$, wie vorhin.

Stellt also $KSPL$ ein Lineal in der Form eines Rechtecks, dessen Breite $PS = KL = a$ ist, vor, so kann man die eine Seite dieses Lineals, das mit dem Puncte S sich anfänglich in V und mit dem Puncte P dann in A befindet, an der convexen Seite der Curve drehen oder abdrücken, und die freigewordene Seite SM erscheint dann als von dem Bogen VM abgewickelt, mit dem sie gleich lang ist; die andere Ecke P des Lineals wird durch eine solche Bewegung genöthigt, eine gerade Linie AP zu beschreiben. Es scheint, als ob diese auf die früheren einfachen Formeln gegründete Vorstellungsart der Abwickelung der Kettenlinie, wobei eine gerade Linie zu beschreiben der Punct P veranlaſst wird, bisher nicht sei gekannt worden. Vielleicht lieſse sich hieraus die Construction eines Instruments herleiten, mittelst dessen man umgekehrt statt der geraden Linie die Kettenlinie selbst beschreiben könnte, so wie man andere Curven z. B. die Kegelschnitte beschreibt. Denn obgleich es interessant sein mag, zu wissen wie man sich der Kettenlinie als einer Leitlinie bedienen könne, um eine gerade Linie zu beschreiben, so ist doch eine solche Art der Beschreibung unnütz.

§. 76.

Wird die Fläche $AVMP = f$ gesetzt, so ist $\partial f = y \partial x = a \partial x . \operatorname{Cos} \frac{x}{a}$, und also

$$f = a^2 . \operatorname{Sin} \frac{x}{a} = a s.$$

Daher ist die Fläche $f = VA$. Bogen $VM = PS . SM =$ dem Rechtecke $PSMR$.

Bezeichnet ϱ den Krümmungs-Halbmesser, so ist $\varrho = - \frac{\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^3}{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$.

Aber $\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{1}{\cos \varphi}$ und $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{a \cos \varphi}$, also hat man, wenn man nur die ab-

solute Gröfse des Krümmungs-Halbmessers mit ϱ bezeichnet:

$$\varrho = \frac{a}{\cos\varphi^2}.$$

Es ist sonst ϱ negativ, welches bekanntlich anzeigt, dafs die Curve gegen die Abscissenlinie convex ist. Man findet aber auch

$$\varrho = \frac{y^2}{a} = a + \frac{s^2}{a}.$$

Für den Punct V ist also der Krümmungs-Halbmesser $= a =$ dem Parameter AV. Wird die Normale MR bis zum Einschnitte N in die Linie AN verlängert, so ist bekanntlich:

$$PM^2 = MR.MN, \text{ oder } y^2 = a.MN \text{ und also } MN = \frac{y^2}{a},$$

oder einfacher:

$$\varrho = MN.$$

Wird also MN über M hinaus verlängert, und die Verlängerung $MO = MN$ genommen, so ist MO der Krümmungs-Halbmesser auch der Lage nach, und es ist O der Mittelpunct des Krümmungskreises; seine Coordinaten sind AQ und QO, und man findet leicht:

$$AQ = PN - AP \text{ und } QO = 2.PM.$$

Man mufs, wenn man auf die Einfachheit der diese Curve betreffenden Beziehungen sieht, gestehen, dafs sie zu den interessantesten Curven gehört, welche die analytische Geometrie bisher als solche ausgezeichnet hat.

§. 77.

Nach diesen rein geometrischen Betrachtungen der mit der Gleichung $y = a.\mathfrak{Cos}\,\frac{x}{a}$ oder auch $y = a\frac{\left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}\right)}{2}$ zusammengehörenden Curve fehlt noch der Beweis, dafs diese Curve die Kettenlinie sei, welche Benennung sie ihrer statischen Eigenschaft verdankt.

Ein gleichmäfsig dicker und schwerer Faden, welcher vollkommen biegsam ist, formt sich nemlich, wenn seine beiden Enden festgehalten werden, zu einer solchen Curve jedesmal, nur dafs ihr Parameter nicht immer derselbe ist. Diejenigen, welche über die Kettenlinie geschrieben haben, scheinen es nicht gekannt zu haben, dafs man die Gleichung an dieselbe unter die einfache Form $y = a.\mathfrak{Cos}\,\frac{x}{a}$ bringen könne, wenigstens ist in keinem der statischen Lehrbücher, welche dem Verfasser zu Gesichte kamen, die Gleichung an die Kettenlinie unter diese einfache Form

gebracht worden. Umgekehrt hat man die zu dieser Gleichung gehörige Curve untersucht, ohne dabei anzugeben, dafs diese Curve die Kettenlinie sei. Man findet z. B. im zweiten Theile des *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral* (*No.* 684. *pag.* 459.) eine, wenn auch nur gedrängte Darstellung der Eigenschaften dieser Curve, ohne die Angabe, dafs sie die Kettenlinie sei; dafür ist die historische Bemerkung hinzugefügt worden, dafs dieselbe Curve von Herrn Schubert (*Nova acta Acad. Petropol. T. IX. pag.* 178.) untersucht worden sei. Aber die Ansicht dieser Abhandlung stand mir nicht zu Gebote. Sollte aber auch in dieser Abhandlung die fragliche Behauptung ausgesprochen und nachgewiesen worden sein, so würde doch ein solcher Beweis nicht in Vieler Händen sein. Wir glauben daher auf ein allgemeiner verbreitetes Werk verweisen zu dürfen, welches jüngst auch ins Deutsche übersetzt worden ist: **Lehrbuch der Mechanik von S. D. Poisson, aus dem Franz. übers. von Dr. J. C. Eduard Schmidt, Stuttgart und Tübingen bei Cotta 1825.**

Im ersten Theile dieser Übersetzung (No. 142. pag. 155. u. ff.) ist für die Kettenlinie als Differential-Gleichung angegeben worden:

$$A.\sin c.\partial x - A.\cos c.\partial y = h.s.\partial x.$$

Beziehen wir diese Gleichung auf unsere Fig. 3., so ist $m'B = x$, $BC = y$ und Bogen $m'C = s$. Wir hingegen wollen $AD = x$, $DC = y$ und Bogen $VC = \sigma$ setzen. Setzen wir dann noch die constante Länge des Bogens $Vm' = l$, so ist $s = l - \sigma$. Wollen wir diese Abänderung in die Gleichung einführen, so müssen wir aufserdem noch $-\partial x$ für ∂x und $-\partial y$ für ∂y setzen, wodurch wir erhalten:

$$-A\sin c.\partial x + A\cos c.\partial y = -h(l-\sigma)\partial x,$$

oder auch

$$\frac{hl - A\sin c}{h} + \frac{A\cos c}{h}.\frac{\partial y}{\partial x} = \sigma.$$

Setzen wir weiter zur Abkürzung:

$$\alpha = \frac{A\cos c}{h} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{hl - A\sin c}{h},$$

so haben wir die einfachere Gleichung $\beta + \alpha.\frac{\partial y}{\partial x} = \sigma$, welche noch einmal differentiirt giebt:

$$\alpha.\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}.$$

Um nun zu einer Gleichung blofs zwischen x und y zu gelangen, setzen wir $v = \frac{\partial y}{\partial x}$, so ist $\partial s = \sqrt{(\partial x^2 + \partial y^2)} = \partial x\sqrt{(1+v^2)}$, und also

$$\partial x = \alpha.\frac{\partial v}{\sqrt{(1+v^2)}}.$$

Die Integration nach §. 18. giebt auf der Stelle:

$$\alpha . \mathfrak{Arc}(\mathfrak{Sin} = v) = x + \text{const.},$$

oder umgekehrt:

$$\mathfrak{Sin}\left(\frac{x + \text{const.}}{\alpha}\right) = v = \frac{\partial y}{\partial x}.$$

Da nun für $\frac{\partial y}{\partial x} = 0$, d. h. im Puncte V auch $x = 0$ sein muſs, so hat man const. $= 0$ und also:

$$\partial y = \alpha . \frac{\partial x}{\alpha} . \mathfrak{Sin}\frac{x}{\alpha} \quad \text{oder} \quad y = \alpha\,\mathfrak{Cos}\frac{x}{\alpha} + \text{const.}$$

Für $x = 0$ muſs man $y = AV$ erhalten, und es ist also $AV = \alpha + \text{const.}$, weswegen:

$$y = \alpha\,\mathfrak{Cos}\frac{x}{\alpha} + AV - \alpha.$$

Bei der zu Anfang der Rechnung vorgenommenen Coordinatenveränderung wurde die Länge von AV unbestimmt gelassen; jetzt können wir AV so bestimmen, daſs die Gleichung am einfachsten wird, welches der Fall ist, wenn $AV = \alpha$ genommen wird. Die Gleichung an die Kettenlinie ist dann, wie behauptet wurde:

$$y = \alpha . \mathfrak{Cos}\frac{x}{\alpha},$$

und die Gröſse α ist ihr Parameter, welcher früher mit a bezeichnet wurde.

Zusatz. Herr **Poisson** gelangt durch eine ziemlich weitläufige Rechnung zu der Endgleichung:

$$y = \frac{A}{h}[1 - \tfrac{1}{2}(1 - \sin c) . e^{\vartheta x} - \tfrac{1}{2}(1 + \sin c) . e^{-\vartheta x}],$$

worin $\vartheta = \frac{h}{A \cos c}$ ist, und welche man nicht ohne Mühe in die unsrige einfachere umrechnen wird.

§. 78.

Zum Ausdrucke der Spannung T an der Stelle C der Curve giebt **Poisson** ferner die Formel:

$$T = \sqrt{(A^2 - 2Ahs . \sin c + h^2 s^2)}.$$

Setzen wir in derselben für s den Werth $l - \sigma$, so erhält man leicht:

$$T^2 = A^2 + h^2 l^2 - 2Ah \sin c + 2h(A \sin c - hl) . \sigma + h^2 s^2.$$

Es ist aber $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{A^2 - 2Ahl \sin c + h^2 l^2}{h^2}$, und $A \sin c - hl = -h\beta$; also hat man

$$T^2 = h(\alpha^2 + \beta^2 - 2\beta\sigma + \sigma^2) = h . [(\sigma - \beta)^2 + \alpha^2].$$

Da nun nach §. 77. ferner $\sigma - \beta = \alpha . \mathfrak{Sin}\frac{x}{\alpha}$ ist, so finden wir

$$T = h . \alpha . \mathfrak{Cos}\frac{x}{\alpha} \quad \text{oder} \quad T = h . DC.$$

M

Wird das Gewicht des Bogens $VC = p$ gesetzt, so hat man $p = h . \sigma$, und also $h = p$ für $\sigma = 1$.

Der Ausdruck $T = h . DC$, auf welchen die Formel des Herrn Poisson von uns ist zusammengezogen worden, giebt nun zu erkennen, dafs die Spannungen an den verschiedenen Stellen der Curve den Perpendikeln proportional sind, welche man von ihnen auf die Abscissenlinie Pp fällt. Auch aus diesem Grunde ist die Linie Pp in Beziehung auf die Kettenlinie eine Linie von bemerkenswerther Lage.

§. 79.

Für die Brückenbaukunst ist die Frage von einiger Wichtigkeit, wie eine Kettenlinie construirt werden könne, welche durch zwei gegebene Puncte geht, die vom Scheitel der Curve einen gleichen gegebenen Abstand haben, oder was meist auf dasselbe hinausläuft, wie eine Brücke, welche die nach statischen Lehren vollkommenste Form haben soll, construirt werden könne, wenn die Breite des Flusses und die Höhe des Gewölbes gegeben sind.

Es sei die Breite des Flusses $Mm = 2b$ und die Höhe des Gewölbes $VW = h$.

Wäre der Parameter a der Curve oder der Winkel $mMT = \varphi$ bekannt, so wäre die Aufgabe der Construction so gut als gelöset; diese beiden Gröfsen müssen also vor allen gefunden werden, und dazu dient die Gleichung:

$$a + h = a . \mathfrak{Cos} \frac{b}{a}.$$

Setzen wir wieder $\frac{b}{a} = k$ und den Quotienten $\frac{b}{h} = w$, so ist w bekannt, und die Division giebt $\frac{h}{a} = \frac{k}{w}$, also $h = \frac{ak}{w}$; die Gleichung geht hierdurch über in:

$$a + \frac{ak}{w} = a . \mathfrak{Cos}\, k, \text{ oder einfacher: } 1 + \frac{k}{w} = \mathfrak{Cos}\, k.$$

Man hat also auch $\frac{k}{w} = \mathfrak{Cos}\, k - 1 = 2 \mathfrak{Sin} \tfrac{1}{2} k^2$, und endlich:

$$1. \quad w = \frac{k}{2 . \mathfrak{Sin} \frac{1}{2} k^2}.$$

Aus dieser Formel mufs der Werth von k gefunden werden, welches möglich sein mufs, weil $w = \frac{b}{h}$ bekannt ist. Wenn k gefunden ist, so hat man auf der Stelle:

$$2. \quad \varphi = lk \text{ und } a = \frac{b}{k}.$$

Es hält nicht schwer, k in eine nach Potenzen von w fortgehende Reihe zu entwickeln, aber die Rechnung gelingt ohnedies in der Regel ungleich schneller auf andere Art. Man thut aber wohl, schon jetzt cyklische Functionen statt der hyperbolischen in die Formel einzuführen. Setzt man nemlich $\mathfrak{L}\varphi$ für k, so ist

$$\mathfrak{Cos}\,k = \frac{1}{\cos\varphi} \quad \text{und} \quad \mathfrak{Cos}\,k - 1 = \frac{1-\cos\varphi}{\cos\varphi} = 2\,\mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{2}k^2.$$

Man hat also auch:

$$3. \quad w = \frac{\cos\varphi}{2\sin\frac{1}{2}\varphi^2}\cdot\mathfrak{L}\varphi,$$

und aus dieser Gleichung soll eigentlich unmittelbar der Winkel φ gefunden werden. Dieses Geschäft wird sehr erleichtert durch eine kleine Hülfstabelle, worin für die aufeinander folgenden, um einen Grad zunehmenden Werthe des Winkels φ die zugehörigen Werthe von w oder von $\log w$, wenn auch nur in fünf Decimalstellen angegeben sind, weil man dadurch in den Stand gesetzt wird, rückwärts aus der bekannten Gröfse von w den zugehörigen Werth von φ bis auf einen Grad genau und auch noch genauer zu bestimmen. Ist der Winkel φ bis dahin bekannt, so wird man ihn bald durch eine oder ein paar Proberechnungen selbst bis auf eine Minute genau finden. Trigonometrische Tafeln mit 5 Decimalziffern reichen zu diesen Proberechnungen hin.

§. 80.

Hat man den Winkel φ schon bis auf eine Minute genau gefunden, so sei $\varphi + \delta''$ der verbesserte Werth von φ, und man hat genau:

$$\log w = \log\cos(\varphi+\delta'') + \log\mathfrak{L}(\varphi+\delta'') - 2\log\sin(\tfrac{1}{2}\varphi + \tfrac{1}{2}\delta'') - \log 2.$$

Ferner sei

$$\log \overset{\prime}{w} = \log\cos\varphi + \log\mathfrak{L}\varphi - 2\log\sin\tfrac{1}{2}\varphi - \log 2.$$

Setzt man nun:

$$1. \quad \log w - \log\overset{\prime}{w} = t,$$

so hat man offenbar:

$$t = [\log\cos(\varphi+\delta'') - \log\cos\varphi] + [\log\mathfrak{L}(\varphi+\delta'') - \log\mathfrak{L}\varphi]$$
$$- 2[\log\sin(\tfrac{1}{2}\varphi + \tfrac{1}{2}\delta'') - \log\sin\tfrac{1}{2}\varphi].$$

Setzt man nun weiter:

$$\log\cos(\varphi+1'') = \log\cos\varphi - \Delta\log\cos\varphi,$$
$$\log\mathfrak{L}(\varphi+1'') = \log\mathfrak{L}\varphi + \Delta\log\mathfrak{L}\varphi,$$
$$\log\sin(\tfrac{1}{2}\varphi+1'') = \log\sin\tfrac{1}{2}\varphi + \Delta\log\sin\tfrac{1}{2}\varphi,$$

so ist:

$$\log \cos(\varphi + \delta'') - \log \cos\varphi = -\delta . \triangle \log \cos \varphi,$$
$$\log \mathfrak{L}\ (\varphi + \delta'') - \log \mathfrak{L}\varphi = \delta . \triangle \log \mathfrak{L}\varphi,$$
$$\log \sin(\tfrac{1}{2}\varphi + \tfrac{1}{2}\delta'') - \log \sin \tfrac{1}{2}\varphi = \frac{\delta}{2} . \triangle \log \sin \tfrac{1}{2}\varphi,$$

und man findet nun leicht:

$$2. \quad \delta = \frac{t}{\triangle \log \mathfrak{L}\varphi - \triangle \log \cos\varphi - \triangle \log \sin \frac{1}{2}\varphi}.$$

Die Differenzen $\triangle \log \cos \varphi$ und $\triangle \log \sin \frac{1}{2}\varphi$ sind in den trigonometrischen Tafeln selbst angemerkt, hingegen ist die Differenz $\triangle \log \mathfrak{L}\varphi$ noch zu ermitteln, und dazu dient die Formel:

$$\triangle \log \mathfrak{L}\varphi = \frac{\log \mathfrak{L}(\varphi + 1') - \log \mathfrak{L}\varphi}{60},$$

wenn man die alte Winkel-Eintheilung gebraucht; bei Anwendung der neuen Winkel-Eintheilung mufs diese Formel statt des Nenners 60 den Nenner 100 erhalten. Will man die Tabelle für die Werthe von $\mathfrak{L}k$ nicht gebrauchen, so findet man auch:

$$\triangle \log \mathfrak{L}\varphi = \frac{\log \log \text{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\varphi + \frac{1}{2} . 1'\right) - \log \log \text{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\varphi\right)}{60 \text{ oder } 100},$$

und alle in dieser Formel vorkommende Logarithmen sind briggische.

§. 81.

Um die so eben beschriebene Rechnungsweise durch ein Beispiel zu erläutern, sei $b = 100$ und $h = 79$. Ferner habe man den Winkel φ schon bis auf eine Sexagesimal-Minute gefunden: $\varphi = 61^\circ 10'$, also $\frac{\varphi}{2} = 30^\circ 35'$; $45^\circ + \frac{\varphi}{2} = 75^\circ 35'$. Daraus findet man nach der Formel:

$$\log \overset{\text{I}}{w} = \log \cos \varphi - 2 \log \sin \tfrac{1}{2}\varphi + \log \log \text{tang}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) + 0{,}0611857,$$

$\log \text{tang}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) = 0{,}589\,9546$.

Also

$\log \log \text{tang}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)$	$= 0{,}770\,8186 - 1$
Dazu $\log \cos \varphi$ . .	$= 9{,}683\,2843 - 10$
Summe	$9{,}454\,1029 - 10$
$2 \log \sin \frac{1}{2}\varphi$ . . .	$9{,}413\,0788 - 10$
Rest	$0{,}041\,0241$
Dazu	$0{,}061\,1857$
$\log \overset{\text{I}}{w}$	$= 0{,}102\,2098$
$\log b =$	$2{,}000\,0000$
$\log h =$	$1{,}897\,6271$
$\log w =$	$0{,}102\,3729$
$\log \overset{\text{I}}{w} =$	$0{,}102\,2098$
$t =$ . . .	1631

$\log \text{tang}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} + 30''\right)$	$= 0{,}590\,2166$
$\log \log \text{tang}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} + 30''\right)$	$= 0{,}771\,0114 - 1$
$\log \log \text{tang}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)$	$= 0{,}770\,8186 - 1$
Rest	1928

Also $\triangle \log \mathfrak{L}\varphi = \frac{1928}{60} = 32{,}13$

$- \triangle \log \cos \varphi =$	$-38{,}2$
$- \triangle \log \sin \frac{1}{2}\varphi =$	$-35{,}7$
$\triangle \log \mathfrak{L}\varphi =$	$+32{,}13$
	$32{,}13 - 73{,}9 = -41{,}77$

$$\text{Also } \delta = \frac{1631}{-41{,}77} = \quad -39'' \ldots\ldots$$
$$\varphi = \quad 61^\circ 10' \; 0''$$

Der verbesserte Werth von φ ist $= 61^\circ\ 9' 21''$.
Genauer noch findet man den unbekannten Winkel durch die folgende zweite Correction.

Nun ist

$\varphi = 61^\circ 9' 20''$ (gesetzt), $\frac{\varphi}{2} = 30^\circ 34' 40''$ und $45^\circ + \frac{\varphi}{2} = 75^\circ 34' 40''$

$\log \operatorname{tang}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) = 0{,}589\,7800$

$\log\log \operatorname{tang}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) = 9{,}770\,6900 - 10$

Dazu $\log \cos\varphi$ . .	$= 9{,}683\,4373 - 10$
und	$0{,}061\,1857$
Summe	$9{,}515\,3130 - 10$
$2 \log \sin \frac{1}{2}\varphi$ . . .	$9{,}412\,9364 - 10$
$\log \overset{1}{w}$	$0{,}102\,3766$
$\log w$	$0{,}102\,3729$
$t =$	-37

$\log \operatorname{tang}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} + 5''\right) = 0{,}589\,8236{,}5$

$\log\log \operatorname{tang}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} + 5''\right) = 9{,}770\,7222 - 10$

$\log\log \operatorname{tang}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)$	$= 9{,}770\,6900 - 10$
Rest	322
Also $\triangle \log \mathfrak{L}\varphi$	$= 32{,}2$
$-\triangle \log \cos\varphi =$	$-38{,}3$
$-\triangle \log \sin\frac{1}{2}\varphi =$	$-35{,}6$
Summe . . .	$= 32{,}2 - 73{,}9 = -41{,}7$

$$\text{und } \delta = \frac{-37}{-41{,}7} = 0'',887.$$

Daher hat man $\varphi = 61^\circ 9' 20'',89$, und dieser Werth ist denn sehr genau. Will man ihn nun noch genauer haben, so muſs man trigonometrische Tafeln mit mehr als sieben Decimalziffern in Anwendung bringen.

Zusatz. Die Formel $w = \frac{k}{2(\mathfrak{Sin}\frac{1}{2}k)^2}$ kann auch auf folgende Art benutzt werden. Setzt man $\mathfrak{Sin}\frac{1}{2}k = \operatorname{tang} l\frac{1}{2}k$ und $k = \mathfrak{L}\varphi$, so hat man nemlich $w = \frac{\mathfrak{L}\varphi}{2(\operatorname{tang} l\frac{1}{2}\mathfrak{L}\varphi)^2}$ und also $\log w = \log \mathfrak{L}\varphi - 2\log\operatorname{tang}(l\frac{1}{2}\mathfrak{L}\varphi) - \log 2$.

§. 82.

Nachdem nun der Winkel φ genau genug gefunden ist, kann man den Parameter a auf doppelte Art finden nach den Formeln:

$$a = \frac{h}{2} \cdot \frac{\cos\varphi}{\sin\frac{1}{2}\varphi^2} \quad \text{und} \quad \frac{1}{a} = \frac{1}{b} \cdot \mathfrak{L}\varphi.$$

Dann hat man $a + h = y = PM$. Die Länge des Bogens $VM = s$ wird berechnet nach den Formeln:

$$s = y \cdot \sin\varphi \quad \text{und} \quad s = a \cdot \operatorname{tang}\varphi.$$

Hierauf findet man die Länge des Krümmungshalbmessers ϱ für den Punct M nach den Formeln: $\varrho = \frac{y^2}{a}$ und $\varrho = \frac{a}{\cos\varphi^2}$.

Dann kennt man aber die Hauptbestimmungen der Construction der Curve. Wird das im §. 81. vorkommende Beispiel durchgeführt, so hat man:

$$\varphi = 61^\circ\, 9'\, 20'',89; \quad \frac{\varphi}{2} = 30^\circ\, 34'\, 40'',44; \quad 45^\circ + \frac{\varphi}{2} = 75^\circ\, 34'\, 40'',44.$$

$$\begin{array}{rl} \log h = & 1,897\,6271 \\ \log \cos\varphi = & 9,683\,4339 \\ \hline & 1,581\,0610 \\ & -9,713\,9696 \\ \hline \log a = & 1,867\,0914 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} \log \sin \tfrac{1}{2}\varphi = & 9,706\,4698 - 10 \\ \text{Also: } \log \sin \tfrac{1}{2}\varphi^2 = & 9,412\,9396 - 10 \\ \log 2 = & 0,301\,0300 \\ \hline \text{Summe} \ldots\ldots & 9,713\,9696 - 10 \end{array}$$

Um $\log a$ auf die zweite Art zu berechnen, hat man $\mathfrak{L}\varphi = \frac{1}{\mu} \log \operatorname{tang}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)$. Aber

$$\begin{array}{rrl} & \log \operatorname{tang}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) = & 0,589\,7838 \\ \text{Also} & \log \log \operatorname{tang}\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) = & 9,770\,6928 - 10 \\ & \log \frac{1}{\mu} = & 0,362\,2157 \\ \hline & \log \mathfrak{L}\varphi = & 0,132\,9085 \\ & \log b = & 2,000\,0000 \\ \hline \text{Also} & \log a = & 1,867\,0915 \ \text{(wie vorhin).} \end{array}$$

Daher hat man:

$$\begin{array}{rl} a = & 73,6362 \\ h = & 79,0000 \\ \hline y = & 152,6362 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} \log y = & 2,183\,6576 \\ \log \sin\varphi = & 9,942\,4717 \\ \hline \log s = & 2,126\,1293 \\ \text{und } s = & 133,6993 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} \log a = & 1,867\,0915 \\ \log \cos\varphi^2 = & 9,366\,8678 - 10 \\ \hline \log \varrho = & 2,500\,2237 \\ \varrho = & 316,3907 \end{array}$$

Man findet auch $\log s$ und $\log \varrho$, wie folgt:

$$\begin{array}{rl} \log a = & 1,867\,0914 \\ \log \operatorname{tang}\varphi = & 0,259\,0379 \\ \hline \log s = & 2,126\,1293 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} \log y^2 = & 4,367\,3152 \\ \log a = & 1,867\,0915 \\ \hline \log \varrho = & 2,500\,2237 \end{array}$$

Will man die Construction der Curve vollenden, so wird man zwischen den Grenzen $\varphi = 0$ und $\varphi = 61^\circ\, 9'\, 20'',89$ für gleiche Zunahmen des Winkels φ, welche nicht sehr klein zu sein brauchen, die zugehörigen Werthe der Größen x, y, s, ϱ nach den Formeln des §. 74. und §. 76. berechnen. Sind auf diese Weise mehrere einzelne Puncte der Curve festgelegt, so wird man durch sie eine approximirende Curve legen, welches nun um so leichter ist, weil man die Größen der Krümmungshalbmesser und die Lage der Mittelpuncte der Krümmungskreise kennt. Mit einem

solchen Halbmesser braucht man nur aus dem zugehörigen Mittelpuncte allemal zwischen den willkürlich gewählten Grenzen der Theile der Curve einen Kreisbogen zu beschreiben, so wird dieser, sinnlich betrachtet, mit dem entsprechenden Theile der Curve einerlei sein, oder doch der Unterschied sehr gering, und zwar desto geringer sein, je gröfser die Anzahl der festgelegten Puncte der Curve ist, und so wird sich überhaupt die aus Kreisbogen zusammengesetzte Linie von der Kettenlinie hinlänglich wenig unterscheiden.

Zusatz. Einfacher wird die im §. 79. vorgelegte Aufgabe, wenn die Breite $Mm = 2b$ und als Höhe die Linie $AW = h$ gegeben sind. Man hat dann zur Bestimmung von φ die Gleichung:

$$\frac{b}{h} = \cos\varphi . \mathfrak{L}\varphi,$$

und wie vorhin:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{b} . \mathfrak{L}\varphi, \quad \text{oder auch} \quad a = h . \cos\varphi.$$

Die Longitudinale.

§. 82.

Wenn zwei Zahlen φ und k in solcher Beziehung zu einander stehen, dafs $\varphi = lk$ oder umgekehrt $k = \mathfrak{L}\varphi$ ist, so ist bekanntlich immer $k > \varphi$. Werden daher die Abscisse x und der zugehörige Bogen s mit einer constanten Länge a verglichen, welche der Parmeter heifsen mag, so ist auch $\frac{s}{a} > \frac{x}{a}$, wenn für $x = 0$ auch $s = 0$ sein soll. Man kann daher $\frac{s}{a} = k$ und $\frac{x}{a} = \varphi$ setzen, d. h. als Gleichung an die Curve aufstellen:

$$\frac{s}{a} = \mathfrak{L}\frac{x}{a} \quad \text{oder umgekehrt} \quad \frac{x}{a} = l\frac{s}{a}.$$

Die Curve mag die Longitudinale genannt werden. Die aufgestellte Gleichung hat noch nicht die zur genaueren Kenntnifs der Curve erforderliche Gestalt, und es mufs aus ihr endlich eine Gleichung hergeleitet werden, welche den Zusammenhang unter zwei rechtwinkligen Coordinaten eines unbestimmten Punctes der Curve ausdrückt. Man differentiire diese Gleichung, und man erhält $\partial x = \frac{\partial s}{\mathfrak{Cos}\frac{x}{a}}$. Sind nun x und y die beiden Coordinaten eines Punctes der Curve, so ist bekanntlich auch $\partial s^2 = \partial x^2 + \partial y^2$, und man findet

$$\partial y = \partial x . \mathfrak{Sin}\frac{s}{a}.$$

Da aber $\mathfrak{Sin}\frac{s}{a} = \text{tang}\, l\frac{s}{a} = \text{tang}\frac{x}{a}$ ist, so hat man:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \text{tang}\frac{x}{a}.$$

Nun ist aber $\frac{\partial y}{\partial x}$ auch gleich der trigonometrischen Tangente des Winkels, welchen die Berührungslinie des Punctes M der Curve, dessen Coordinaten x und y sind, mit der Abscissenlinie bildet, und welcher durch ψ bezeichnet sein mag; also hat man:

$$\text{tang}\,\psi = \text{tang}\frac{x}{a} = \text{tang}\,\varphi,$$

oder einfacher $\psi = \frac{x}{a} = \varphi$. **Schneidet man also auf der Peripherie eines Kreises, der mit dem Radius a beschrieben ist, einen Bogen ab, dessen Länge der Abscisse gleicht, so ist der diesem Bogen zugehörige Winkel am Mittelpuncte des Kreises dem Winkel ψ jedesmal gleich; daher sind auch die Werthe der auf einander folgenden Abscissen den zugehörigen Werthen des Winkels ψ proportional.**

§. 83.

Und nun ist es leicht, von der Differentialgleichung $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{x}{a}$ zur Gleichung an die Curve selbst aufzusteigen. Integrirt man nemlich so, daſs mit $x = 0$ auch $y = 0$ wird, so findet man:

$$y = a \,.\, \log\frac{1}{\cos\frac{x}{a}} \quad \text{oder} \quad e^{-\frac{y}{a}} = \cos\frac{x}{a} = \cos\varphi.$$

Diese Gleichung giebt nun zu erkennen, daſs zu gleich groſsen, aber entgegengesetzten Abscissen x auch gleich groſse, aber einstimmige Werthe der Ordinate y gehören.

Es stelle (Fig. 4.) die Linie CAD die Longitudinale vor, $AP = x$ und $PM = y$ seien die beiden Coordinaten des Punctes M der Curve, so ist AP zugleich eine Tangente der Curve für ihren Scheitel A; eine Tangente derselben für den Berührungspunct M sei MT, so ist der Winkel $MTP = \psi = \varphi = \frac{x}{a}$.

Da ferner $\log\frac{1}{\cos\varphi}$ unmöglich ist, wenn $\varphi > \frac{\pi}{2}$, so kann die Abscisse x nie gröſser genommen werden, als die Länge eines Quadranten vom Kreise beträgt, dessen Radius der Parameter der Curve a ist. Wird

die Abscisse so groſs genommen, als ein solcher Quadrant, und ist etwa $AV = AW = \frac{\pi}{2} \cdot a$, so ist die Ordinate y zwar nicht unmöglich, aber unendlich groſs. Werden also in den Puncten V und W zwei Perpendikel VN und WO auf der Abscissenlinie errichtet, so sind sie Asymptoten der Curve, die also mit ihren beiden congruenten Armen AD und AC ganz zwischen den Parallelen VN und WO enthalten bleibt und sich ihnen ins Unendliche nähert. Schon daraus darf geschlossen werden, daſs die Krümmung der Curve im Scheitel A am gröſsten ist und daſs dieselbe allmälig geringer wird, je weiter man sich auf einem der Arme vom Scheitel A entfernt. Noch deutlicher tritt diese Kenntniſs hervor aus der Betrachtung des Ausdrucks für den Krümmungshalbmesser selbst, welcher für den Punct M mit ϱ bezeichnet werde. Man findet leicht:

$$\varrho = \frac{a}{\cos\varphi}.$$

Der Krümmungshalbmesser für den Scheitel A ist also gleich dem Parameter a.

Die Gleichung $y = a \log \frac{1}{\cos\frac{x}{a}}$ führt endlich auch leicht zum Ausdrucke des Zusammenhanges zwischen y und s. Denn man hat

$$y = a \log \frac{1}{\cos\varphi} = a \log \mathfrak{Cos}\, k,$$

und da $k = \frac{s}{a}$ ist, so hat man auf der Stelle:

$$y = a \log \mathfrak{Cos} \frac{s}{a}.$$

Zusatz. Wollte man aus zwei gegebenen Coordinaten x und y die Longitudinale construiren, so müſste man zuerst die Gröſse des Winkels φ aus der Gleichung

$$\frac{x}{y} = \frac{\varphi}{-\log\cos\varphi}$$

zu ermitteln suchen, und hätte dann

$$a = \frac{x}{\varphi} = \frac{y}{-\log\cos\varphi}.$$

§. 84.

Will man die Ausdrücke für die Gröſsen x, y und s in Reihen entwickeln, so daſs eine solche Reihe auch nach Potenzen einer dieser Gröſsen fortschreitet, so fallen die meisten dieser Entwickelungen nicht schwer, weil früher umständlich behandelte Reihen dabei sogleich in An-

wendung kommen. Will man aber die Gröſsen x und s in Reihen entwickeln, welche nach Potenzen von y fortschreiten, so kann bei diesen beiden Aufgaben keine der früher behandelten Reihen in Anwendung kommen.

Sieht man auf Fig. 4., worin MQ auf AQ senkrecht oder zu AP parallel ist, und also $AQMP$ ein Rechteck vorstellt, so macht es eine Verwechselung der Coordinaten nothwendig, MQ oder AP als Function von AQ oder PM zu betrachten, und da kann die Aufgabe, MQ in eine nach Potenzen von AQ fortgehende Reihe zu entwickeln, allerdings nicht zwecklos vorgelegt werden. Setzen wir daher nun $AQ = x$, $QM = y$, und, wie vorhin, den Bogen $AM = s$, so haben wir:

$$y = a.\mathrm{arc}\left(\cos = e^{-\frac{x}{a}}\right) \text{ und } s = a.\mathfrak{Arc}\left(\mathfrak{Cos} = e^{\frac{x}{a}}\right).$$

Erwägt man nun, daſs die Entwickelung eines $\mathfrak{Arcus}$, dessen $\mathfrak{Cosinus}$ gegeben ist, in eine Reihe, welche nach Potenzen des $\mathfrak{Cosinus}$ fortschreitet, gar nicht gefunden werden kann, so begreift man, warum die beiden verlangten Entwickelungen einige Schwierigkeit haben, und es die Mühe belohnt, hier davon zu handeln. Da die beiden Aufgaben, analytisch genommen, fast dieselben sind, so reicht es hin, die erste Aufgabe vollständig aufzulösen, weil man die gefundenen Resultate leicht übertragen oder für die zweite Aufgabe benutzen kann. Setzen wir zur Abkürzung $\overset{1}{y} = \frac{\partial y}{\partial x}$ und differentiirt man die erste Gleichung, so erhält man:

$$\overset{1}{y} = \left(e^{\frac{2x}{a}} - 1\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Die Aufgabe der Entwickelung ist also auf die in der That ein wenig einfachere der Function $\left(e^{\frac{2x}{a}} - 1\right)^{-\frac{1}{2}}$ zurückgeführt worden.

§. 85.

Mit der Entwickelung der Potenz $(e^x - 1)^{-1}$ in eine nach Potenzen von x fortgehende Reihe haben sich die Analysten viel beschäftigt, und es kommen bei ihr die sogenannten Bernoullischen Zahlen in Anwendung. Der vielfache Gebrauch dieser Entwickelung, z. B. bei der Herleitung des summatorischen Gliedes einer Reihe aus dem allgemeinen Gliede derselben, rechtfertigt diese Aufmerksamkeit auf sie. Noch gröſsere Schwierigkeit hat aber die Entwickelung einer Potenz von $e^x - 1$, wenn ihr Exponent eine gebrochene Zahl ist, wie im vorliegenden Falle. Überhaupt hängt die Entwickelung der Potenzen von $e^x - 1$ in eine nach Potenzen von x fortgehende Reihe ab von der Kenntniſs der Vorzahlen, welche in

den Entwickelungen der (numerischen) Facultäten nach Potenzen ihres Grundfactors vorkommen. Wird nemlich in Anwendung der Bezeichnung der Facultäten nach **Vandermonde** allgemein gesetzt:

$$[a, d]^{+n} = a(a-d)(a-2d):\ldots(a-nd+d),$$

$$[a, d]^{-n} = \frac{1}{(a+d)(a+2d)(a+3d)\ldots.(a+nd)},$$

so ist immer, der Exponent n mag eine positive oder negative ganze Zahl sein:

$$[a, d]^{n} = S(-1)^{a}.\,{}^{n}\!\overset{a}{f}.\,a^{n-a}.\,d^{a},$$

und die in dieser Reihe vorkommenden Vorzahlen oder die sogenannten Facultäten-Coëfficienten:

$${}^{n}\!\overset{0}{f},\ {}^{n}\!\overset{1}{f},\ {}^{n}\!\overset{2}{f},\ {}^{n}\!\overset{3}{f} \text{ etc.}$$

sind gewisse Functionen des Exponenten n, welche ein durch die leicht herzuleitende Formel:

$${}^{n+1}\!\overset{r}{f} = {}^{n}\!\overset{r}{f} + n.\,{}^{n}\!\overset{r-1}{f}$$

ausgedrücktes allgemeines Gesetz ihrer Bildung befolgen. Wird der Begriff der Facultäten erweitert, auf ähnliche Art wie der Begriff der Potenzen, so sind auch solche Facultäten $[a, d]^{n}$ zulässig, deren Exponent n ein positiver oder auch negativer Bruch ist. Dann müssen aber für die Facultäten-Coëfficienten Ausdrücke angegeben werden, welche gebraucht werden können ohne Rücksicht darauf, was für eine Zahl der Exponent n der zugehörigen Facultät sei. Solche Ausdrücke sind die folgenden:

$${}^{n}\!\overset{0}{f} = 1,$$

$${}^{n}\!\overset{1}{f} = \frac{n(n-1)}{2} = [n-1]^{1}_{1^{1}}.\,\tfrac{1}{2}n,$$

$${}^{n}\!\overset{2}{f} = [n-1]^{2}_{2^{1}}.\,(\tfrac{1}{4}n^{2} - \tfrac{1}{12}n),$$

$${}^{n}\!\overset{3}{f} = [n-1]^{3}_{3^{1}}.\,(\tfrac{1}{8}n^{3} - \tfrac{1}{8}n^{2}),$$

$${}^{n}\!\overset{4}{f} = [n-1]^{4}_{4^{1}}.\,(\tfrac{1}{16}n^{4} - \tfrac{1}{8}n^{3} + \tfrac{1}{48}n^{2} + \tfrac{1}{120}n),$$

$${}^{n}\!\overset{5}{f} = [n-1]^{5}_{5^{1}}.\,(\tfrac{1}{32}n^{5} - \tfrac{5}{48}n^{4} + \tfrac{5}{96}n^{3} + \tfrac{1}{48}n^{2}),$$

$${}^{n}\!\overset{6}{f} = [n-1]^{6}_{6^{1}}.\,(\tfrac{1}{64}n^{6} - \tfrac{5}{64}n^{5} + \tfrac{5}{64}n^{4} + \tfrac{13}{576}n^{3} - \tfrac{1}{96}n^{2} - \tfrac{1}{252}n),$$

$${}^{n}\!\overset{7}{f} = [n-1]^{7}_{7^{1}}.\,(\tfrac{1}{128}n^{7} - \tfrac{7}{128}n^{6} + \tfrac{35}{384}n^{5} + \tfrac{7}{1152}n^{4} - \tfrac{7}{192}n^{3} - \tfrac{1}{72}n^{2}),$$

$${}^{n}\overset{8}{f}=[n-1]^{8}_{\overline{8'}}\cdot\left(\tfrac{1}{256}n^8-\tfrac{7}{192}n^7+\tfrac{35}{384}n^6-\tfrac{7}{288}n^5-\tfrac{469}{6912}n^4-\tfrac{1}{64}n^3+\tfrac{101}{8640}n^2+\tfrac{1}{240}n\right),$$

$${}^{n}\overset{9}{f}=[n-1]^{9}_{\overline{9'}}\cdot\left(\tfrac{1}{512}n^9-\tfrac{3}{128}n^8+\tfrac{21}{256}n^7-\tfrac{7}{120}n^6-\tfrac{133}{1536}n^5+\tfrac{5}{384}n^4+\tfrac{101}{1920}n^3+\tfrac{3}{160}n^2\right),$$

$${}^{n}\overset{10}{f}=[n-1]^{10}_{\overline{10'}}\cdot\left(\tfrac{1}{1024}n^{10}-\tfrac{15}{1024}n^9+\tfrac{35}{512}n^8-\tfrac{133}{1536}n^7-\tfrac{245}{3072}n^6+\tfrac{745}{9216}n^5\right.$$
$$\left.+\tfrac{67}{576}n^4+\tfrac{47}{2304}n^3-\tfrac{13}{576}n^2-\tfrac{n}{132}\right),$$

$${}^{n}\overset{11}{f}=[n-1]^{11}_{\overline{11'}}\cdot\left(\tfrac{1}{2048}n^{11}-\tfrac{55}{6144}n^{10}+\tfrac{55}{1024}n^9-\tfrac{319}{3072}n^8-\tfrac{847}{18432}n^7+\tfrac{3179}{18432}n^6\right.$$
$$\left.+\tfrac{121}{768}n^5-\tfrac{275}{4608}n^4-\tfrac{143}{1152}n^3-\tfrac{n^2}{24}\right)$$

u. s. w.

Die Berechnung dieser Werthe hat keine Schwierigkeit, wenn sie in gehöriger Weise unternommen wird, und gründet sich auf eine Formel, welche im Anhange hergeleitet wird. Die Möglichkeit der Berechnung dieser Zahlen für jeden Werth von n vorausgesetzt, hat man immer:

$$(e^x-1)^n = S\,[n]^{-a}\cdot{}^{-n}\overset{a}{f}\cdot x^{n+a},$$

und man wird in dieser Formel nun $\frac{2x}{a}$ für x und $-\frac{1}{2}$ für n setzen, wodurch man erhält:

$$\overset{1}{y} = \left(S\,2^a\,[-\tfrac{1}{2}]^{-a}\cdot{}^{\frac{1}{2}}\overset{a}{f}\cdot\frac{x^{a-\frac{1}{2}}}{a^a}\right)\cdot\sqrt{\frac{a}{2}}.$$

Wird die Reihe mit ∂x multiplicirt und darauf integrirt, so erhält man:

$$y = \left[1-\frac{\overset{1}{k}}{3'}\cdot\frac{x}{a}+\frac{\overset{2}{k}}{5'}\cdot\left(\frac{x}{a}\right)^2-\frac{\overset{3}{k}}{7'}\cdot\left(\frac{x}{a}\right)^3+\frac{\overset{4}{k}}{9'}\cdot\left(\frac{x}{a}\right)^4-\text{etc.}\right]\cdot\sqrt{(2ax)},$$

und findet:

$$\overset{r}{k} = (-1)^r\cdot 2^r(2r)'\cdot[-\tfrac{1}{2}]^{-r}\cdot{}^{\frac{1}{2}}\overset{r}{f},$$

eine Formel, nach welcher die unbekannten Vorzahlen $\overset{1}{k}$, $\overset{2}{k}$, $\overset{3}{k}$, etc. berechnet werden können.

Zusatz. Wenn die Differenz d unter den benachbarten Factoren einer Facultät $=+1$ ist, so kann sie der Kürze wegen in der Bezeichnung wegbleiben, und schon daran erkannt werden. Hiernach ist $[a,1]^n=[a]^n$.

§. 86.

Man kann noch eine andere Formel zur independenten Berechnung der Coëfficienten $\overset{1}{k}$, $\overset{2}{k}$, $\overset{3}{k}$, etc. herleiten. Da nemlich die Werthe der Function ${}^{n}\overset{r}{f}$, wenn n eine positive oder negative ganze Zahl ist, sich in Anwendung der Formel

$${}^{n+1}\overset{r}{f} = {}^{n}\overset{r}{f}+n\cdot{}^{n}\overset{r-1}{f}$$

sehr einfach berechnen lassen und also als bekannt vorausgesetzt werden dürfen, so kann man die Werthe der Function ${}^{n}\overset{r}{f}$, im Falle n keine ganze

Zahl ist, aus den vorhin genannten Werthen berechnen, und dazu dient die Formel:

$$\overset{r}{{}^{n}f} = \frac{(n^2-1^2)(n^2-2^2)(n^2-3^2)\ldots\ldots(n^2-r^2)}{(2r)'}\left(S(-1)^{\beta}\,\underset{\beta'}{[2r]}^{\beta}.\overset{r}{{}^{-\alpha}f}.\frac{n}{n+\alpha}\right) \text{(cond. } \alpha+\beta=r),$$

welche ebenfalls im Anhange wird hergeleitet werden. In Benutzung dieser Formel findet man:

$$\overset{r}{k} = S(-1)^{\beta}\,\underset{\beta'}{[2r]}^{\beta}.\overset{r}{{}^{-\alpha}f}.\underset{2\alpha+1}{[3,-2]}^{r} \qquad \text{(cond. } \alpha+\beta=r).$$

So hat man z. B. für $r=5$ die folgenden Zahlen:

$$\overset{5}{k} = 42525.\frac{3.5.7.9.11}{11} - 10.7770.\frac{3.5.7.9.11}{9} + 45.966.\frac{3.5.7.9.11}{7} - 120.\frac{3.5.7.9.11}{5}$$

$$+210.\frac{3.5.7.9.11}{3} = \begin{array}{r} 40186125 - 89743500 \\ 64552950 - 15717240 \\ 727650 - \qquad 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\overset{5}{k} = 105466725 - 105460740 = +5985.$$

§. 87.

Es bleibt nun für die Entwickelung von y in eine nach Potenzen von x fortgehende Reihe nichts mehr hinzuzufügen, als eine Recursionsformel herzuleiten, nach welcher man die Coëfficienten $\overset{1}{k}$, $\overset{2}{k}$, $\overset{3}{k}$ etc. noch bequemer berechnen wird. Zu dem Ende bemerke man, daſs, wenn die Potenz

$$(S\overset{\alpha}{a}x^{p+\alpha q})^n = S\overset{\alpha}{A}x^{np+\alpha q}$$

dem polynomischen Lehrsatze gemäſs gesetzt wird, unter den Coëfficienten der beiden Reihen die einfache Beziehung:

$$S(n\alpha-\beta)\overset{\beta}{A}.\overset{\alpha}{a} = 0 \qquad \text{(cond. } \alpha+\beta=r)$$

Statt findet. Von dieser werden wir hier Gebrauch machen. Setzen wir nemlich:

$$\overset{1}{y} = (e^{\frac{ax}{a}}-1)^{-\frac{1}{2}} = \left(S\frac{\left(\frac{2x}{a}\right)^{\alpha+1}}{(\alpha+1)'}\right)^{-\frac{1}{2}} = S\overset{\alpha}{A}\left(\frac{x}{a}\right)^{\alpha-\frac{1}{2}},$$

so haben wir

$$n = -\tfrac{1}{2};\quad \overset{\alpha}{a} = \frac{2^{\alpha+1}}{(\alpha+1)'} \text{ und } \overset{\beta}{A} = (-1)^{\beta}.\frac{\overset{\beta}{k}}{(2\beta)'}\sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

Werden diese Werthe in der allgemeinen Recursionsformel substituirt, so erhält man nach einer geringen Veränderung:

$$S(-1)^{\alpha}\,\underset{(\alpha+1)'}{[2r]}^{2\alpha}.2^{\alpha}.(2r-\alpha).\overset{\beta}{k} = 0 \qquad \text{(cond. } \alpha+\beta=r).$$

Wird das Glied $\overset{r}{k}$ auf die eine Seite des Gleichheitszeichens allein gebracht, so hat man:

$$\overset{r}{k} = [2r-1]^{1}_{2'}\,2.(2r-1).\overset{r-1}{k} - [2r-1]^{3}_{3'}.2^2.(2r-2)\overset{r-2}{k}\ldots$$

$$\ldots(-1)^{\alpha+1}[2r-1]^{2\alpha-1}_{(\alpha+1)'}.2^{\alpha}.(2r-\alpha).\overset{r-\alpha}{k}\ldots + (-1)^{r+1}[2r-1]^{2r-1}_{(r+1)'}.2^{r}.r.\overset{0}{k}.$$

Die ersten Specialfälle dieser allgemeinen Formel sind die folgenden:

$$\overset{1}{k} = \overset{0}{k} = 1,$$
$$\overset{2}{k} = 9\overset{1}{k} - 2^2.2.\overset{0}{k},$$
$$\overset{3}{k} = 25\overset{2}{k} - 10.2^2.4.\overset{1}{k} + 5.2^3.3.\overset{0}{k},$$

u. s. w.

Das Rechnen nach diesen Formeln ist so bequem, als es nur gewünscht werden kann, und man findet:

$$\overset{2}{k} = +1,$$
$$\overset{3}{k} = -15 = -3.5,$$
$$\overset{4}{k} = -63 = -7.9,$$
$$\overset{5}{k} = +5985 = +5.7.9.19,$$
$$\overset{6}{k} = -158895 = -3^3.5.11.107,$$

u. s. w.

Man hat demnach folgende Reihe:

$$y = \left[1 - \frac{1}{3'}.\frac{x}{a} + \frac{1}{5'}.\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \frac{15}{7'}.\left(\frac{x}{a}\right)^3 - \frac{63}{9'}.\left(\frac{x}{a}\right)^4 - \frac{5985}{11'}.\left(\frac{x}{a}\right)^5 - \frac{158895}{13'}.\left(\frac{x}{a}\right)^6\ldots\right]\sqrt{(2ax)},$$

oder wenn man die Vorzahlen möglichst vereinfacht:

$$y = \left[1 - \frac{1}{6}.\frac{x}{a} + \frac{1}{120}\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \frac{1}{336}.\left(\frac{x}{a}\right)^3 - \frac{1}{5760}\left(\frac{x}{a}\right)^4 - \frac{19}{126720}\left(\frac{x}{a}\right)^5 - \frac{107}{26880}.\left(\frac{x}{a}\right)^6\ldots\right]\sqrt{(2ax)}.$$

Diese Reihen können, wie schon gesagt, benutzt werden, um der Gleichung:

$$e^{\frac{x}{a}} = \mathfrak{Cos}\,\frac{s}{a}$$

gemäfs, auch den Bogen s in eine nach Potenzen von x fortgehende Reihe zu entwickeln. Man kann nemlich diese Gleichung auch also schreiben:

$$e^{-\left(\frac{-x}{a}\right)} = \cos\left(\frac{s\sqrt{-1}}{a}\right),$$

und so sieht man, dafs man in den erhaltenen Reihen nur $-\frac{x}{a}$ für $\frac{x}{a}$ und $s\sqrt{-1}$ für y zu setzen hat. So erhält man denn auf der Stelle noch:

$$s = \left[1 + \frac{1}{3^,}.\left(\frac{x}{a}\right)^1 + \frac{1}{5^,}.\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \frac{15}{7^,}.\left(\frac{x}{a}\right)^3 - \frac{63}{9^,}.\left(\frac{x}{a}\right)^4 + \frac{5985}{11^,}.\left(\frac{x}{a}\right)^5 - \frac{158895}{13^,}.\left(\frac{x}{a}\right)^6 \ldots\right] \sqrt{(2ax)}.$$

Das erste Glied in der für y gefundenen Reihe ist gegen die nachfolgenden desto beträchtlicher, je kleiner die Abscisse $AQ = x$ im Verhältnifs zum Parameter a der Curve ist. Für geringe Werthe von x hat man also näherungsweise $y = \sqrt{(2ax)}$, d. h. die Longitudinale hat in der Nähe ihres Scheitels nur eine geringe Abweichung von einer apollonischen Parabel, welche denselben Parameter mit ihr hat.

§. 88.

Die Beziehung zwischen den durch die Gleichung $k = \mathfrak{L}\varphi$ verbundenen Arcus kann noch auf mehre andere Arten geometrisch construirt werden.

Denkt man sich zwei von einem Puncte ausgehende Curven, welche auf denselben Anfangspunct der Coordinaten und auf dieselben Abscissen bezogen sind, so kann die eine ein Kreisbogen von der Länge $a\varphi$ sein, wenn a den Radius desselben bezeichnet, während die Länge der anderen gröfser als $a\varphi$ und namentlich $= ak = a\mathfrak{L}\varphi$ ist; die Gleichung an diese Curve mufs dann noch ermittelt werden.

Der Halbkreis ABC (Fig. 5.) und die Curve FBE haben den Punct B gemein, D sei der Anfangspunct und $DP = x$ sei die gemeinschaftliche Abscisse der zusammengehörigen Puncte M und N; die Ordinaten seien $PM = z$ und $PN = y$; es wird eine Gleichung zwischen x und y gesucht. Da der Bogen $BM = a\varphi$ ist, wenn der Halbmesser $DA = DB = DC = a$ und der Winkel $BDM = \varphi$ ist, so soll also der Bogen $BN = a.\mathfrak{L}\varphi$ sein. Wird er mit s bezeichnet, so hat man also:

$$s = a.\mathfrak{L}\varphi \quad \text{und} \quad \partial s = \sqrt{(\partial x^2 + \partial y^2)}.$$

Aufserdem hat man $x = a\sin\varphi$ und $z = a\cos\varphi$. Man findet $\partial s = \frac{a\,\partial\varphi}{\cos\varphi}$, und hat also die Gleichung:

$$\partial y^2 = \frac{a^2\,\partial\varphi^2}{\cos\varphi^2} - \partial x^2.$$

Da weiter $\partial x = a\cos\varphi\,\partial\varphi$, so hat man $\partial y = a\,\partial\varphi \sqrt{\left(\frac{1}{\cos\varphi^2} - \cos\varphi^2\right)}$, oder auch:

$$\partial y = a \operatorname{tang}\varphi\, \partial\varphi \sqrt{(1+\cos\varphi^2)},$$

wenn man ∂x eliminirt. Eliminirt man aber φ und $\partial\varphi$, so hat man:

$$\partial y = \frac{x\,\partial x}{a^2 - x^2}\sqrt{(2a^2 - x^2)}.$$

Setzt man also den Winkel, welchen die Berührungslinie NT der Curve BE im Puncte N mit der Abscissenlinie einschliefst, $=\psi$, so hat man

$$\operatorname{tang}\psi = \frac{x\sqrt{(2a^2-x^2)}}{a^2-x^2} = \operatorname{tang}\varphi . \sqrt{\left(1+\frac{1}{\cos\varphi^2}\right)} = \sqrt{\left(\frac{1}{\cos\varphi^4} - 1\right)}.$$

Vermöge dieser Gleichung läfst sich von den zwei Winkeln φ und ψ der eine aus dem anderen berechnen. Die Gleichung erscheint aber ungleich einfacher in der Gestalt:

$$\cos\varphi^2 = \cos\psi \quad \text{oder} \quad \sin\varphi = \sin\tfrac{1}{2}\psi . \sqrt{2},$$

und auf diese so einfache Formeln kann man eine leichte geometrische Construction gründen, wodurch man aus dem Winkel φ den Winkel ψ und umgekehrt findet.

Setzt man $\sqrt{(a^2-x^2)} = z = a\cos\varphi$, so hat man:

$$\partial y = -\frac{a\,\partial z}{z}\sqrt{\left(1+\frac{z^2}{a^2}\right)}.$$

Also

$$y = -\sqrt{(a^2+z^2)} + a . \mathfrak{Arc}\left(\mathfrak{Tang} = \frac{a}{\sqrt{(a^2+z^2)}}\right) + \text{const.}$$

Da nun für $z = a$ auch $y = a$ werden mufs so hat man:

$$a = -\sqrt{(2a^2)} + a . \mathfrak{Arc}\left(\mathfrak{Tang} = \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \text{const.},$$

und also:

$$y - a = a\sqrt{2} - \sqrt{(a^2+z^2)} - a\,\mathfrak{Arc}\left(\mathfrak{Tang} = \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + a\,\mathfrak{Arc}\left(\mathfrak{Tang} = \frac{a}{\sqrt{(a^2+z^2)}}\right).$$

Aber $\mathfrak{Arc}\left(\mathfrak{Tang} = \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}\right)$ und $z^2 = a^2 - x^2$, also hat man

$$y = a(1+\sqrt{2}) - \sqrt{(2a^2-x^2)} - a\,\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}\right) + a\,\mathfrak{Arc}\left(\mathfrak{Tang} = \frac{a}{\sqrt{(2a^2-x^2)}}\right).$$

Führt man statt x wieder φ ein, so hat man $\sqrt{(2a^2-x^2)} = a\sqrt{(2-\sin\varphi^2)}$ $= a\sqrt{(1+\cos\varphi^2)} = a\sqrt{(1+\cos\psi)} = a\cos\frac{\psi}{2}\sqrt{2}$, und also:

$$y = a\left[1+\sqrt{2} - \mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}\right) - \cos\frac{\psi}{2}\sqrt{2} + \mathfrak{Arc}\left(\mathfrak{Tang} = \frac{1}{\cos\frac{\psi}{2} . \sqrt{2}}\right)\right].$$

Man hat auch $y = a\left[1+\sqrt{2} - \mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}\right) - \mathfrak{Cot}\,k + k\right]$, und zur Bestimmung von k dient dann die Gleichung:

$$\mathfrak{Sin}\,k = \frac{1}{\cos\varphi}.$$

Der Ausdruck verliert noch ein Glied, wenn man $BQ = x$ und $QN = y$ setzt. Man hat dann:

$$y = a\left[\sqrt{2} - \mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sin k} + \mathfrak{L}k\right],$$

und der Winkel k wird berechnet nach der Gleichung:

$$\tang k = \frac{1}{\cos\varphi}.$$

Da nun aber

$$\sqrt{2} = 1{,}41421\ 35624 \text{ und}$$

$$\mathfrak{L}\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0{,}88137\ 35870$$

$$\text{also } \sqrt{2} - \mathfrak{L}\frac{\pi}{4} = 0{,}53283\ 99754 \text{ ist,}$$

so hat man

$$y = a \cdot 0{,}53283\ 99754 + a\left(\mathfrak{L}k - \frac{1}{\sin k}\right);$$

zur Bestimmung von k dient, wie vorhin, die Gleichung:

$$\tang k = \frac{1}{\cos\varphi}.$$

Obgleich nun, wie man sieht, die Gleichung an die Curve sich in vielerlei Formen darstellen läſst, so erlangt sie dennoch nie einen hohen Grad der Einfachheit; auch hat die Curve keine sehr interessante Eigenschaften; daher mag das über sie Gesagte hinreichen. Der Ausdruck für den Krümmungshalbmesser gewinnt aber noch eine ziemliche Einfachheit; man findet:

$$\varrho = -\frac{a^2\sqrt{(2a^2 - x^2)}}{a^2 - x^2} = -\frac{a\sqrt{(1 + \cos\varphi^2)}}{\cos\varphi^2} = -a\cos\frac{\psi}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\cos\psi},$$

oder auch $\varrho = -\frac{a \sin k}{\cos k^2}$, wenn $\tang k = \frac{1}{\cos\varphi}$ gesetzt wird.

Fünfzehnter Abschnitt.

Umformung gegebener Ausdrücke in die Form $\mathfrak{Cos}\, a + \mathfrak{Sin}\, a$; allgemeine Auflösung der cubischen Gleichungen.

§. 89.

Das Rechnen mit Ausdrücken von der Form $\mathfrak{Cos}\, a \pm \mathfrak{Sin}\, a$ ist besonders bequem, wenn Multiplication, Division, Potenziren und Wurzelausziehen die vorgeschriebenen Operationen sind, und es gründet sich auf die nachfolgenden vier allgemeinen Formeln:

$$(\mathfrak{Cos}\, a + \mathfrak{Sin}\, a)(\mathfrak{Cos}\, b + \mathfrak{Sin}\, b) = \mathfrak{Cos}(a + b) + \mathfrak{Sin}(a + b),$$

$$\frac{\mathfrak{Cos}\, a + \mathfrak{Sin}\, a}{\mathfrak{Cos}\, b + \mathfrak{Sin}\, b} = \mathfrak{Cos}(a-b) + \mathfrak{Sin}(a-b),$$
$$(\mathfrak{Cos}\, a + \mathfrak{Sin}\, a)^n = \mathfrak{Cos}\, na + \mathfrak{Sin}\, na,$$
$$\sqrt[n]{(\mathfrak{Cos}\, a + \mathfrak{Sin}\, a)} = \mathfrak{Cos}\frac{a}{n} + \mathfrak{Sin}\frac{a}{n},$$

Will man von den vier Rechnungsweisen Nutzen ziehen, so muſs man im Stande sein, jeden vorgelegten Ausdruck unter die Form $\mathfrak{Cos}\, k + \mathfrak{Sin}\, k$ zu bringen.

Ist etwa N eine mögliche Zahl, so setze man sogleich $e^k = N$, d. h. man suche den Exponenten k nach der Formel:

$$k = \log N,$$

und hat dann auf der Stelle

$$N = \mathfrak{Cos}\, k + \mathfrak{Sin}\, k,$$
$$\frac{1}{N} = \mathfrak{Cos}\, k - \mathfrak{Sin}\, k.$$

Man könnte auch, wenn auch nicht immer ganz so einfach, den Exponenten k finden nach der Formel:

$$N = \operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \tfrac{1}{2} l k\right),$$

nach welcher man zunächst die Gröſse lk und hieraus dann k findet, in Anwendung der Tabelle der Longitudinalzahlen. Wenn $\pm lk$ nicht zu wenig von $\frac{\pi}{2}$ verschieden ist, so wird man nach dieser Formel noch schneller zum Ziele gelangen.

Hat aber die Zahl N die Form:

$$N = P + Q.\sqrt{-1},$$

so setze man

$$P = e^k.\cos\varphi \quad \text{und} \quad Q = e^k.\sin\varphi,$$

und hieraus findet man auf der Stelle:

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{P}{Q}.$$

Ist der Winkel φ bereits gefunden, so findet man den Arcus oder Exponenten k nach der Formel:

$$k = \log\left(\frac{P}{\cos\varphi}\right) \quad \text{oder} \quad k = \log\frac{Q}{\sin\varphi}.$$

Wollte man k früher als φ berechnen, so hätte man nach folgender Formel zu rechnen:

$$k = \log\sqrt{(P^2 + Q^2)},$$

deren Gebrauch nur dann vorzuziehen ist, wenn die Quadrate P^2 und Q^2 sich bequem berechnen lassen. Sind aber die beiden Arcus k und φ ge-

funden, so hat man auf der Stelle:

$$N = \mathfrak{Cos}(k + \varphi\sqrt{-1}) + \mathfrak{Sin}(k + \varphi\sqrt{-1}),$$
$$\frac{1}{N} = \mathfrak{Cos}(k + \varphi\sqrt{-1}) - \mathfrak{Sin}(k + \varphi\sqrt{-1}).$$

Diese und ähnliche Sätze sind aber unter veränderter Beziehung allgemein bekannt, und es lohnt daher die Mühe nicht, dabei länger zu verweilen.

§. 90.

Wichtige Dienste leisten die Potenzialfunctionen, und namentlich die hyperbolischen bei der Auflösung der cubischen Gleichungen von der Form:

$$x^3 = bx + c,$$

unter welche bekanntlich alle unreine cubische Gleichungen gebracht werden können. Es seien die drei Wurzeln der Gleichung x, x', x'', und also $x + x' + x'' = 0$. Nimmt man für eine derselben die folgende Form an:

$$x = v.\mathfrak{Cos}\,\varphi,$$

um sie in der Gleichung $x^3 = bx + c$ zu substituiren, so erhält man $v^3.\mathfrak{Cos}\,\varphi^3 = bv\,\mathfrak{Cos}\,\varphi + c$, oder auch:

$$\mathfrak{Cos}\,\varphi^3 = \frac{b}{v^2}\mathfrak{Cos}\,\varphi + \frac{c}{v^3},$$

und da auch:

$$\mathfrak{Cos}\,\varphi^3 = \tfrac{3}{4}\,\mathfrak{Cos}\,\varphi + \tfrac{1}{4}\,\mathfrak{Cos}\,3\varphi$$

ist, so erhält man durch Identificirung die beiden Gleichungen:

$$\frac{b}{v^2} = \tfrac{3}{4} \quad \text{und} \quad \frac{c}{v^3} = \tfrac{1}{4}\,\mathfrak{Cos}\,3\varphi,$$

welche zur Findung der Werthe der beiden Gröſsen v und φ dienen; man hat nemlich:

$$v = \sqrt{(\tfrac{4}{3}b)} \quad \text{und} \quad \mathfrak{Cos}\,3\varphi = \frac{4c}{v^3} = \frac{\frac{1}{2}c}{\sqrt{(\frac{1}{3}b)^3}}.$$

Setzt man also $3\varphi = k$, d. h. $\varphi = \frac{k}{3}$, so hat man:

$$x = \sqrt{(\tfrac{4}{3}b)}.\mathfrak{Cos}\,\tfrac{1}{3}k,$$
$$x' = \sqrt{(\tfrac{4}{3}b)}.\mathfrak{Cos}(\tfrac{1}{3}k + \tfrac{2}{3}\pi\sqrt{-1}),$$
$$x'' = \sqrt{(\tfrac{4}{3}b)}.\mathfrak{Cos}(\tfrac{1}{3}k + \tfrac{4}{3}\pi\sqrt{-1}),$$

wenn man den Arcus k berechnet nach der Formel:

$$\mathfrak{Cos}\,k = \frac{\frac{1}{2}c}{\sqrt{(\frac{1}{3}b)^3}}.$$

Ist nemlich k ein nach dieser Formel bestimmter Arcus, so leisten derselben auch die Arcus $k \pm 2\pi\sqrt{-1}$; $k \pm 4\pi\sqrt{-1}$; $k \pm 6\pi\sqrt{-1}$, etc. ein Genüge. Man braucht aber nur die drei ersten Arcus k, $k + 2\pi\sqrt{-1}$ und $k + 4\pi\sqrt{-1}$, deren dritte Theile in den Formeln für x, x', x''

vorkommen, zu nehmen, weil die übrigen Arcus zu keinen neuen Werthen von x führen.

Der Ausdruck für die Wurzel x'' läſst sich aber noch einfacher darstellen, da $\frac{k}{3} + \frac{4}{3}\pi\sqrt{-1} = \frac{k}{3} - \frac{2}{3}\pi\sqrt{-1}$, und also $\mathfrak{Cos}\left(\frac{k}{3} + \frac{4}{3}\pi\sqrt{-1}\right) = \mathfrak{Cos}\left(\frac{k}{3} - \frac{2}{3}\pi\sqrt{-1}\right)$ ist.

Die drei aufgestellten Formeln enthalten nun die vollständige Auflösung der cubischen Gleichungen unter allen Umständen, d. h. für alle Werthe der Zahlen b und c.

§. 91.

Im Gebrauche der angegebenen Formeln müssen aber mehrere Fälle wohl unterschieden werden, welche aus den besonderen Beschaffenheiten und dem Verhältnisse der in der Gleichung:

$$x^3 = bx + c$$

vorkommenden gegebenen Gröſsen b und c erkannt werden.

1. Wenn b und c positiv sind und $\mathfrak{Cos}\,k = \frac{\frac{1}{2}c}{\sqrt{(\frac{1}{3}b)^3}} > 1$ ist.

In diesem Falle ist k möglich und es gelten die vorhin gefundenen Formeln unmittelbar. Will man sie aber entwickeln, dann ist

$$\mathfrak{Cos}(\tfrac{1}{3}k \pm \tfrac{2}{3}\pi\sqrt{-1}) = \mathfrak{Cos}\,\tfrac{1}{3}k \,.\, \cos\tfrac{2}{3}\pi \pm \mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{3}k \,.\, \sin\tfrac{2}{3}\pi\sqrt{-1},$$

oder auch, weil $\cos\frac{2}{3}\pi = -\frac{1}{2}$ und $\sin\frac{2}{3}\pi = +\frac{1}{2}\sqrt{3}$ ist:

$$\mathfrak{Cos}(\tfrac{1}{3}k \pm \tfrac{2}{3}\pi\sqrt{-1}) = -\tfrac{1}{2}\mathfrak{Cos}\,\tfrac{1}{3}k \pm \tfrac{1}{2}\mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{3}k \,.\sqrt{3}\,.\sqrt{-1}.$$

Man hat also:

$$x = \sqrt{(\tfrac{4}{3}b)} \,.\, \mathfrak{Cos}\,\tfrac{1}{3}k,$$

$$x' = -\sqrt{\left(\frac{b}{3}\right)} \,.\, \mathfrak{Cos}\,\tfrac{1}{3}k + \sqrt{b} \,.\, \mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{3}k \,.\sqrt{-1} = -\frac{x}{2} + \sqrt{b} \,.\, \mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{3}k \,.\sqrt{-1},$$

$$x'' = -\sqrt{\left(\frac{b}{3}\right)} \,.\, \mathfrak{Cos}\,\tfrac{1}{3}k - \sqrt{b} \,.\, \mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{3}k \,.\sqrt{-1} = -\frac{x}{2} - \sqrt{b} \,.\, \mathfrak{Sin}\,\tfrac{1}{3}k \,.\sqrt{-1},$$

und zur Bestimmung von k dient dann die Formel:

$$\mathfrak{Cos}\,k = \frac{\frac{1}{2}c}{\sqrt{(\frac{1}{3}b)^3}}.$$

Setzt man also $\mathfrak{L}k$ für k, so hat man auch die Formeln:

$$x = \frac{\sqrt{(\frac{4}{3}b)}}{\cos l\,(\frac{1}{3}\mathfrak{L}k)},$$

$$x' = -\frac{x}{2} + \sqrt{b} \,.\, \operatorname{tang} l\,(\tfrac{1}{3}\mathfrak{L}k) \quad \text{und} \quad \cos k = \frac{\sqrt{(\frac{1}{3}b)^3}}{\frac{1}{2}c},$$

$$x'' = -\frac{x}{2} - \sqrt{b} \,.\, \operatorname{tang} l\,(\tfrac{1}{3}\mathfrak{L}k).$$

2. Wenn b positiv, aber c negativ ist, und auch die absolute Größe $\mathrm{Cos}\,k = \frac{\frac{1}{2}c}{\sqrt{(\frac{1}{3}b)^3}} > 1$ gefunden wird.

Nun ist der Arcus k unmöglich, weil $\mathrm{Cos}\,k$ für ein mögliches k positiv ist. Setzt man daher nun sogleich $k + \pi\sqrt{-1}$ für k, so hat man, weil $\mathrm{Cos}(k+\pi\sqrt{-1}) = -\mathrm{Cos}\,k$ ist, für die drei Wurzeln die Ausdrücke:

$$x = \sqrt{(\tfrac{4}{3}b)}.\mathrm{Cos}\left(\tfrac{1}{3}k + \tfrac{\pi}{3}\sqrt{-1}\right),$$
$$x' = \sqrt{(\tfrac{4}{3}b)}.\mathrm{Cos}(\tfrac{1}{3}k + \pi\sqrt{-1}) = -\sqrt{(\tfrac{4}{3}b)}.\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{3}k,$$
$$x'' = \sqrt{(\tfrac{4}{3}b)}.\mathrm{Cos}\left(\tfrac{1}{3}k - \tfrac{\pi}{3}\sqrt{-1}\right),$$

wenn der Arcus k nach der Formel $\mathrm{Cos}\,k = \frac{-\frac{1}{2}c}{\sqrt{(\frac{1}{3}b)^3}}$ bestimmt wird.

Die Ausdrücke für x'' und x können noch entwickelt werden, da $\mathrm{Cos}\left(\frac{1}{3}k \pm \frac{\pi}{3}\sqrt{-1}\right) = \frac{1}{2}\mathrm{Cos}\,\frac{1}{3}k \pm \frac{1}{2}\mathrm{Sin}\,\frac{1}{3}k.\sqrt{-3}$ ist, so hat man also

$$x = \sqrt{\left(\frac{b}{3}\right)}.\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{3}k + \sqrt{b}.\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{3}k.\sqrt{-1} = -\frac{x'}{2} - \sqrt{b}.\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{3}k.\sqrt{-1},$$
$$x' = -\sqrt{\left(\frac{4b}{3}\right)}.\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{3}k,$$
$$x'' = \sqrt{\left(\frac{b}{3}\right)}.\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{3}k - \sqrt{b}.\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{3}k.\sqrt{-1} = -\frac{x'}{2} - \sqrt{b}.\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{3}k.\sqrt{-1},$$

und den Arcus k findet man nach der Formel

$$\mathrm{Cos}\,k = \frac{-\frac{1}{2}c}{\sqrt{(\frac{1}{3}b)^3}}.$$

Will man zu cyklischen Functionen übergehen, so sind die Ausdrücke:

$$x' = \frac{-\sqrt{\left(\frac{4b}{3}\right)}}{\cos l\,\frac{1}{3}\mathfrak{L}k},$$
$$x = -\frac{x'}{2} + \sqrt{b}.\mathrm{tang}\,l\,\tfrac{1}{3}\mathfrak{L}k.\sqrt{-1}, \qquad \text{für} \quad \cos k = \frac{\sqrt{(\frac{1}{3}b)^3}}{-\frac{1}{2}c}.$$
$$x'' = -\frac{x'}{2} - \sqrt{b}.\mathrm{tang}\,l\,\tfrac{1}{3}\mathfrak{L}k.\sqrt{-1},$$

3. Wenn b negativ ist, so setze man sogleich $k + \frac{1}{2}\pi\sqrt{-1}$ für k, denn es ist bekanntlich $\mathrm{Cos}(k+\frac{1}{2}\pi\sqrt{-1}) = \frac{\mathrm{Sin}\,k}{\sqrt{-1}}$, und man erhält dann:

$$x = \sqrt{(-\tfrac{4}{3}b)}.\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{3}k,$$
$$x' = -\frac{x}{2} + \sqrt{-b}.\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{3}k.\sqrt{-1}, \qquad \text{für} \quad \mathrm{Sin}\,k = \frac{\frac{1}{2}c}{\sqrt{\left(\frac{-b}{3}\right)^3}}.$$
$$x'' = -\frac{x}{2} - \sqrt{-b}.\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{3}k.\sqrt{-1},$$

Geht man zu cyklischen Functionen über, so hat man:

$$x = \sqrt{\left(\frac{-4b}{3}\right)} \,.\, \operatorname{tang} l\, \tfrac{1}{3}\, \mathfrak{L} k,$$

$$x' = -\frac{x}{2} + \frac{\sqrt{-b}}{\cos l\, \frac{1}{3}\, \mathfrak{L} k}\sqrt{-1}, \qquad \text{für} \quad \operatorname{tang} k = \frac{\frac{1}{2}c}{\sqrt{\left(\frac{-b}{3}\right)^3}}.$$

$$x'' = -\frac{x}{2} - \frac{\sqrt{-b}}{\cos l\, \frac{1}{3}\, \mathfrak{L} k}\sqrt{-1},$$

4. Wenn endlich zwar b positiv, aber $\mathfrak{Cos}\, k = \frac{\frac{1}{2}c}{\sqrt{\left(\frac{b}{3}\right)^3}} < \pm 1$ ist, dann setze man in sämmtlichen Formeln sogleich $k\sqrt{-1}$ für k, und man erhält:

$$x = 2\sqrt{(\tfrac{4}{3}b)} \,.\, \cos \tfrac{1}{3}k,$$

$$x' = \sqrt{(\tfrac{4}{3}b)} \,.\, \cos(\tfrac{1}{3}k + \tfrac{2}{3}\pi) = -\frac{x}{2} + \sqrt{b} \,.\, \sin \tfrac{1}{3}k,$$

$$x'' = \sqrt{(\tfrac{4}{3}b)} \,.\, \cos(\tfrac{1}{3}k - \tfrac{2}{3}\pi) = -\frac{x}{2} - \sqrt{b} \,.\, \sin \tfrac{1}{3}k,$$

und zur Bestimmung von k dient dann die Formel $\cos k = \frac{\frac{1}{2}c}{\sqrt{\left(\frac{b}{3}\right)^3}}$.

Diese letzten Formeln sind allgemein bekannt.

§. 92.

Um die auf die vorigen Formeln gegründete Rechnungsweise für den Fall des Gebrauches der Longitudinalzahlen zu veranschaulichen und um den Grad der Genauigkeit zu zeigen, welcher bei Anwendung der Tabelle für diese Zahlen erreicht wird, legen wir uns als Aufgabe die Auflösung der cubischen Gleichung:

$$x^3 = 20514x - 1988260$$

vor, die aus den Wurzeln: -178; $89 + 57\sqrt{-1}$ und $89 - 57\sqrt{-1}$ gebildet ist. Die durch die Auflösung gefundenen Wurzeln können dann mit diesen Wurzeln verglichen werden. Man hat also:

$$b = +20514 \quad \text{und} \quad c = -1988260.$$

Da nun b positiv und c negativ ist, so kommen von den Formeln des §. 91. entweder die des 2ten oder die des 4ten Falles in Anwendung. Die Rechnung wendet briggische Logarithmen an.

Man hat $\log \sqrt{b} = 2{,}156\,0251$

$\log \sqrt{3} = 0{,}238\,5606$

$\log \sqrt{\left(\frac{b}{3}\right)} = 1{,}917\,4645$; $\quad \log \sqrt{\left(\frac{b}{3}\right)^3} = 5{,}752\,3936$

$\log -\frac{1}{2}c = 5{,}997\,4432$

Unterschied $= 9{,}754\,9504 - 10.$

Da dieser Unterschied negativ ist, so gelten also die Formeln des 2ten Falles und nicht die des 4ten. Setzt man also:

$$\log \cos k = 9{,}754\ 9504 - 10,$$

so ist

$$k = 61^\circ\, 48'\, 24'',97 \text{ (der neuen Kreis-Eintheilung).}$$

Aber

$\mathfrak{L}(61^\circ 48') = 1{,}164\ 3790$; Diff. $1'' = 27{,}62$, also für $24'',97$ ist die Differenz:
$+ \quad 690 \qquad = 27{,}62 . 24{,}97.$

Daher ist $\mathfrak{L}k = 1{,}164\ 4480$; $\frac{1}{3}\mathfrak{L}k = 0{,}388\ 1493$ und
$l\frac{1}{3}\mathfrak{L}k = 24^\circ\, 11'\, 22'',71.$

$\log \sqrt{(\frac{4}{3}b)} = 2{,}218\ 4945$	$\log \sqrt{b} = 2{,}156\ 0251$
$\log \cos l\frac{1}{3}\mathfrak{L}k = 9{,}968\ 0745 - 10$	$\log \operatorname{tang} l\frac{1}{3}\mathfrak{L}k = 9{,}599\ 8497 - 10$
$\log(-x') = 2{,}250\ 4200$	Summe $= 1{,}755\ 8748$
und $\log 178 = 2{,}250\ 4200.$	und $\log 57 = 1{,}755\ 8748.$

Also

$$x' = -178,$$
$$x = +\ 89 + 57\sqrt{-1},$$
$$x'' = +\ 89 - 57\sqrt{-1}.$$

Noch ungleich kürzer würde die Rechnung gewesen sein, wenn man $\log(-\frac{1}{2}c) - \log \sqrt{\left(\frac{b}{3}\right)^3}$ nicht $= 0{,}2450496$, sondern $> 0{,}575441382$, oder gar $> 2{,}3047395642$ gefunden hätte, weil man im ersten Falle die Zahl $\frac{1}{3}\mathfrak{L}k$ nicht zu berechnen nöthig gehabt hätte in Anwendung der Tafeln der Längezahlen, und weil man im zweiten Falle diese Tafeln gar nicht zu gebrauchen nöthig gehabt hätte.

Wenn einmal die briggischen Logarithmen der hyperbolischen Cosinus, Sinus und Tangenten der Arcus k zwischen den Grenzen $k = 0$ und $k = 2$ ebenfalls berechnet sind, wie sie vom Verfasser bereits für die Arcus berechnet sind, welche > 2 sind, so wird der Gebrauch der Tafeln der Längezahlen zwar nicht nutzlos werden, aber in vielen Fällen zurücktreten, weil in ihnen keine Vermittelung zwischen den hyperbolischen und cyklischen Functionen dann mehr nöthig ist.

Zusatz. Man würde, wenn man $x = v . \mathfrak{Sin}\frac{k}{3}$, statt $x = v . \mathfrak{Cos}\frac{k}{3}$, gesetzt hätte, zu denselben Resultaten, wie im §. 91. gelangt sein. Die Cardanische Formel ist somit überflüssig geworden.

Sechszehnter Abschnitt.

Ausgedehnterer Gebrauch der Potenzial-Functionen in der Integralrechnung.

§. 93.

Schon längst sind die cyklischen oder auch Kreis-Functionen in der Integralrechnung angewandt worden, um vermittelst derselben und der ihnen zugehörigen Arcus Integrale auszudrücken, deren Werthe man sonst aus ungeschlossenen Reihen berechnen müſste.

Man pflegte jedoch bisher zu den Kreisfunctionen nur dann seine Zuflucht zu nehmen, wenn die Integrale in einer anderen Form imaginäre Ausdrücke enthielten, ein Umstand, welcher von den im vorgelegten Integrale vorkommenden beständigen Gröſsen in der Regel herrührt. Man kann sich aber bei solchen Integralen auch der hyperbolischen Functionen mit groſsem Vortheil bedienen, wenn die Theorie derselben als gehörig entwickelt vorausgesetzt werden darf und man im Stande ist, die Werthe dieser Functionen augenblicklich zu bestimmen, falls man eine solche numerische Angabe nöthig hat. Man gewinnt dabei zugleich den nicht gering anzuschlagenden Vortheil, daſs man das Integral eines vorgelegten Differentiales mit unbestimmten Constanten nur in einer Form aufzustellen braucht, alle übrigen oder die verwandten Formen desselben aber so nahe liegen, daſs man selbst ohne alles Rechnen von der einen zu anderen übergehen kann und in vielen Fällen nur statt der durch deutsche Charactere bezeichneten Potenzial-Functionen die gleichlautenden, mit lateinischen Buchstaben oder Vorsylben bezeichneten und umgekehrt zu nehmen hat.

Um diese Behauptungen zu rechtfertigen und den Sinn des Verfahrens zu höherer Deutlichkeit zu bringen, wählen wir noch einige einfachere Aufgaben der Integralrechnung, welche besonders geeignet sind, den gleichmäſsigen Gebrauch der sämmtlichen Potenzialfunctionen zu erläutern, wobei von selbst klar wird, daſs die bisherige Beschränkung auf die cyklischen Functionen ein nachtheiliger, die Einheit des Verfahrens ohne hinreichenden Grund störender und unnütze Weitläufigkeiten herbeiführender Gebrauch ist. Er wird unstreitig von selbst aufhören, sobald man mit hinlänglich ausgedehnten Tafeln ausgerüstet sein wird, welche zur Realisirung der Werthe der hyperbolischen Functionen dienen und welche da-

her von dem Verfasser angefertigt wurden in einem Umfange, der nicht Vieles mehr zu wünschen übrig lassen wird.

§. 94.

Wählen wir zuerst das Integral $y = \int \frac{A \partial x}{\sqrt{(a + 2bx + cx^2)}}$, welches bekanntlich sehr oft gebraucht wird. Man gebe ihm sogleich die Form:

$$y = A\sqrt{c}\int \frac{\partial x}{\sqrt{(ac + 2bcx + c^2x^2)}},$$

oder auch

$$y = A\sqrt{c}\int \frac{\partial x}{\sqrt{[(ac - b^2) + (b + cx)^2]}}.$$

Setzt man nun:

$$v = \frac{b + cx}{\sqrt{(ac - b^2)}},$$

so findet man leicht $y = \frac{A}{\sqrt{c}} \int \frac{\partial v}{\sqrt{(1 + v^2)}}$, und es ist also $y = \frac{A}{\sqrt{c}} . \text{Arc}(\text{Sin} = v)$, wenn wir in diesen Beispielen die dem Integrale noch beizugebende Constante unberücksichtigt lassen. Man giebt dem Ausdrucke ohne Weiteres die bequemere Form:

$$y = \frac{A.k}{\sqrt{c}} \quad \text{für} \quad \text{Sin}\,k = \frac{b + cx}{\sqrt{(ac - b^2)}}.$$

Diese Formel giebt nun das gesuchte Integral unter allen Umständen, d. h. für alle Werthe der Zahlen a, b, c und x an; von ihm kann man ohne Mühe zu den verwandten Formen übergehen.

§. 95.

Wenn c positiv und auch $ac - b^2$ positiv ist, dann wird man das Integral in der Form, in welcher es aufgestellt worden, anwenden oder etwa höchstens, $\mathfrak{L}k$ für k setzend, dasselbe verwandeln in:

$$y = \frac{A}{\sqrt{c}} . \mathfrak{L}k \quad \text{für} \quad \text{tang}\,k = \frac{b + cx}{\sqrt{(ac - b^2)}}.$$

Wenn c zwar positiv, aber $ac - b^2$ negativ ist, dann wird man die Form des Integrals verändern, indem man $k \pm \frac{\pi}{2}\sqrt{-1}$ für k setzt, wodurch man, wenn man im Ausdrucke für y die Constante $\pm \frac{\pi}{2}\sqrt{-1}$ fallen läſst, und bemerkt, daſs $\text{Sin}\left(k + \frac{\pi}{2}\sqrt{-1}\right) = -\text{Cos}\,k . \sqrt{-1} = \frac{\text{Cos}\,k}{\sqrt{-1}}$ ist, auf der Stelle erhält:

$$y = \frac{Ak}{\sqrt{c}} \quad \text{für} \quad \text{Cos}\,k = \frac{b + cx}{\sqrt{(b^2 - ac)}}, \text{ oder}$$

$$y = \frac{A}{\sqrt{c}} \mathfrak{L}k \quad \text{für} \quad \cos k = \frac{\sqrt{(b^2 - ac)}}{b + cx}.$$

Zu demselben Resultate würde man auch gelangen in Anwendung der Formel $\int \frac{\partial v}{\sqrt{(v^2-1)}} = \text{Arc}(\text{Cos} = v)$, da man das vorgelegte Integral auch unter diese Form bringen kann.

Wenn endlich c negativ ist, so wird man $\frac{k}{\sqrt{-1}}$ für k setzen und erhalten $y = \frac{Ak}{\sqrt{-c}}$, wo denn der Arcus k bestimmt wird nach der Formel:

$$\cos k = \frac{b+cx}{\sqrt{(b^2-ac)}} \quad \text{oder} \quad \sin k = \frac{b+cx}{\sqrt{(b^2-ac)}}.$$

Dafs hier der Arcus k nach zwei verschiedenen Formeln berechnet werden kann, beruhet auf dem Satze, dafs $\sin\left(k+\frac{\pi}{2}\right) = \cos k$ und die beiden Arcus sich um die Constante $\frac{\pi}{2}$ von einander unterscheiden.

Die beiden Formeln würden unmöglich sein, wenn $b^2 - ac$ negativ, oder $ac > b^2$ wäre. Dieser Fall kann aber nicht eintreten; denn da $\sqrt{(a+2bx+cx^2)}$ möglich, also $a+2bx+cx^2$ positiv und daher $c(a+2bx+cx^2)$ nun negativ ist, so ist $ac+2bcx+c^2x^2$ negativ, also auch $ac-b^2+(b+cx)^2$ negativ, und da $(b+cx)^2$ positiv ist, so ist um so mehr $ac-b^2$ negativ und also $b^2 > ac$.

Eben so kann man zeigen, dafs, wenn c positiv und $ac-b^2$ negativ ist, die Function $\text{Cos}\, k = \frac{b+cx}{\sqrt{(b^2-ac)}} > 1$ und also k möglich sei.

§. 96.

Eine einfache und unmittelbare Folgerung aus dem Vorhergehenden ist die Integration von:

$$y = \int \frac{\partial x}{\sqrt{((\alpha+\beta x)(\alpha'+\beta' x))}},$$

worin α, β, α' und β' constante Gröfsen sind. Vergleicht man das Product $(\alpha+\beta x)(\alpha'+\beta' x) = \alpha\alpha' + (\alpha\beta'+\beta\alpha')x + \beta\beta' x^2$ mit $a+2bx+cx^2$, so hat man

$$a = \alpha\alpha'; \quad b = \frac{\alpha\beta'+\beta\alpha'}{2}, \quad \text{und} \quad c = \beta\beta',$$

und also $b^2 - ac = \left(\frac{\alpha\beta'-\beta\alpha'}{2}\right)^2$ eine positive Gröfse. Daher hat man

$$y = \frac{k}{\sqrt{(\beta\beta')}} \quad \text{für} \quad \text{Cos}\, k = \pm \frac{\alpha\beta'+\beta\alpha'+2\beta\beta' x}{\alpha\beta'-\beta\alpha'}.$$

Das Vorzeichen $\pm$ kann so gewählt werden, dafs der Ausdruck für $\text{Cos}\, k$ positiv wird. Der Nenner ist aber positiv, wenn $\alpha\beta' > \beta\alpha'$ oder $\frac{\alpha}{\beta} > \frac{\alpha'}{\beta'}$.

Nehmen wir also an, daſs wirklich $\frac{\alpha}{\beta} > \frac{\alpha'}{\beta'}$ sei, so haben wir:

$$\text{Cos}\, k = \frac{\alpha\beta' + \beta\alpha' + 2\beta\beta' x}{\alpha\beta' - \beta\alpha'}.$$

Hieraus findet man aber zur Bestimmung des Arcus k die einfachere Formel:

$$\text{Tang}\,\tfrac{1}{2}k = \sqrt{\left(\frac{x+\frac{\alpha'}{\beta'}}{x+\frac{\alpha}{\beta}}\right)} \quad \text{und} \quad y = \frac{k}{\sqrt{(\beta\beta')}}.$$

Will man also zu cyklischen Functionen übergehen, so hat man:

$$y = \frac{\mathfrak{L}\, k}{\sqrt{(\beta\beta')}} \quad \text{für} \quad \tan \tfrac{1}{2}k = \sqrt{\left(\frac{x+\frac{\alpha'}{\beta'}}{x+\frac{\alpha}{\beta}}\right)}.$$

In einem verwandten Falle ist das Product $\beta\beta'$ negativ und man geht zu ihm über, indem man $\frac{k}{\sqrt{-1}}$ für k setzt, wodurch man auf der Stelle erhält:

$$y = \frac{k}{\sqrt{(-\beta\beta')}} \quad \text{und} \quad \tan \tfrac{1}{2}k = \sqrt{\left(-\frac{x+\frac{\alpha'}{\beta'}}{x+\frac{\alpha}{\beta}}\right)},$$

und diese Form des Integrals ist denn allgemein bekannt.

§. 97.

Die Integrale $\int \frac{\partial k}{1+e\,\text{Cos}\,k}$ und $\int \frac{\partial k}{(1+e\,\text{Cos}\,k)^2}$ gehören zu einem Geschlechte von Integralen, was bei Untersuchungen über die Kegelschnitte und die Bewegungen der himmlischen Körper in ihnen in Anwendung kommt. Man kann diese gebrochenen Functionen in ganze dadurch verwandeln, daſs man einen Arcus φ einführt, der von dem Arcus k so abhängt, wie es die folgende Gleichung ausdrückt:

$$(1+e\,\text{Cos}\,k).(1-e\,\text{Cos}\,\varphi) = 1-e^2.$$

Wird die Multiplication vollzogen, so erhält man:

$$1. \quad \text{Cos}\,k = \frac{\text{Cos}\,\varphi - e}{1-e\,\text{Cos}\,\varphi}.$$

Da $\text{Cos}\,k + 1 = 2\,\text{Cos}\,\frac{k^2}{2} = \frac{(1-e)(1+\text{Cos}\,\varphi)}{1-e\,\text{Cos}\,\varphi} = \frac{2(1-e).\text{Cos}\,\frac{\varphi^2}{2}}{1-e\,\text{Cos}\,\varphi}$ und

$\text{Cos}\,k - 1 = 2\,\text{Sin}\,\frac{k^2}{2} = \frac{(1+e)(\text{Cos}\,\varphi - 1)}{1-e\,\text{Cos}\,\varphi} = \frac{2(1+e).\text{Sin}\,\frac{\varphi^2}{2}}{1-e\,\text{Cos}\,\varphi}$ ist,

so hat man:

$$2.\quad \text{Cos}\,\frac{k}{2} = \text{Cos}\,\frac{\varphi}{2}\cdot\sqrt{\left(\frac{1-e}{1-e\,\text{Cos}\,\varphi}\right)},$$

$$3.\quad \text{Sin}\,\frac{k}{2} = \text{Sin}\,\frac{\varphi}{2}\cdot\sqrt{\left(\frac{1+e}{1-e\,\text{Cos}\,\varphi}\right)},$$

$$4.\quad \text{Sin}\,k = \text{Sin}\,\varphi\cdot\frac{\sqrt{(1-e^2)}}{1-e\,\text{Cos}\,\varphi}.$$

$$5.\quad \text{Tang}\,\frac{k}{2} = \text{Tang}\,\frac{\varphi}{2}\cdot\sqrt{\left(\frac{1+e}{1-e}\right)}.$$

Ist nun die unbestimmte willkürlich gewählte beständige Zahl e positiv und <1, so ist offenbar der Gleichung 5. gemäfs $\text{Tang}\,\frac{k}{2} > \text{Tang}\,\frac{\varphi}{2}$, und also der Arcus φ kleiner als der Arcus k.

Die Beziehungen zwischen φ und k können auch umgekehrt werden, und man hat dann

$$6.\quad \text{Cos}\,\varphi = \frac{\text{Cos}\,k+e}{1+e\,\text{Cos}\,k},$$

$$7.\quad \text{Sin}\,\varphi = \frac{\text{Sin}\,k.\sqrt{(1-e^2)}}{1+e\,\text{Cos}\,k},$$

$$8.\quad \text{Sin}\,\frac{\varphi}{2} = \text{Sin}\,\frac{k}{2}\cdot\sqrt{\left(\frac{1-e}{1+e\,\text{Cos}\,k}\right)},$$

$$9.\quad \text{Cos}\,\frac{\varphi}{2} = \text{Cos}\,\frac{k}{2}\cdot\sqrt{\left(\frac{1+e}{1+e\,\text{Cos}\,k}\right)},$$

$$10.\quad \text{Tang}\,\frac{\varphi}{2} = \text{Tang}\,\frac{k}{2}\cdot\sqrt{\left(\frac{1-e}{1+e}\right)}.$$

§. 98.

Differentiirt man die Gleichung

$$\log\text{Tang}\,\tfrac{1}{2}\varphi = \log\text{Tang}\,\tfrac{1}{2}k + \log\sqrt{\left(\frac{1-e}{1+e}\right)},$$

so erhält man zunächst:

$$\frac{\partial\,\text{Tang}\,\frac{1}{2}\varphi}{\text{Tang}\,\frac{1}{2}\varphi} = \frac{\partial\,\text{Tang}\,\frac{1}{2}k}{\text{Tang}\,\frac{1}{2}k},$$

und dann weiter:

$$\frac{\partial\varphi}{\text{Sin}\,\varphi} = \frac{\partial k}{\text{Sin}\,k}.$$

Hieraus zieht man weiter $\partial k = \frac{\sqrt{(1-e^2)}}{1-e\,\text{Cos}\,\varphi}.\partial\varphi$, und man hat also:

$$\frac{\partial k}{1+e\,\text{Cos}\,k} = \frac{\partial\varphi}{\sqrt{(1-e^2)}};\quad \frac{\partial k}{(1+e\,\text{Cos}\,k)^2} = \frac{\partial\varphi\,(1-e\,\text{Cos}\,\varphi)}{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Die Integration giebt nun auf der Stelle die beiden Formeln:

$$\int\frac{\partial k}{1+e\,\text{Cos}\,k} = \frac{\varphi}{\sqrt{(1-e^2)}};\quad \int\frac{\partial k}{(1+e\,\text{Cos}\,k)^2} = \frac{\varphi-e\,\text{Sin}\,\varphi}{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}},$$

wenn die Integrale für $k=0$ und also auch für $\varphi=0$ verschwinden sol-

len. Zur Berechnung des Arcus φ dient dann aber eine von den Formeln 6., 7., 8., 9., 10. des §. 97. Diese Formeln geben aber für φ einen unmöglichen Arcus, wenn $e > 1$ ist. Die Unmöglichkeit fällt aber sogleich weg, wenn man nur $\frac{\varphi}{\sqrt{-1}}$ für φ setzt, und man erhält dann:

$$\int \frac{\partial k}{1 + e \operatorname{Cos} k} = \frac{\varphi}{\sqrt{(e^2 - 1)}}; \quad \int \frac{\partial k}{(1 + e \operatorname{Cos} k)^2} = \frac{e \sin \varphi - \varphi}{(e^2 - 1)^{\frac{3}{2}}}.$$

Der Arcus φ wird dann aber nach einer von den folgenden Formeln berechnet:

$$\cos \varphi = \frac{\operatorname{Cos} k + e}{1 + e \operatorname{Cos} k},$$

$$\sin \varphi = \frac{\operatorname{Sin} k . \sqrt{(e^2 - 1)}}{1 + e \operatorname{Cos} k},$$

$$\sin \tfrac{1}{2} \varphi = \operatorname{Sin} \frac{k}{2} . \sqrt{\left(\frac{e - 1}{1 + e \operatorname{Cos} k}\right)},$$

$$\cos \tfrac{1}{2} \varphi = \operatorname{Cos} \frac{k}{2} . \sqrt{\left(\frac{e + 1}{1 + e \operatorname{Cos} k}\right)},$$

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} \varphi = \operatorname{Tang} \frac{k}{2} . \sqrt{\left(\frac{e - 1}{e + 1}\right)}.$$

Man sieht hier, wie selbst die cyklischen Functionen bei Rechnungen mit hyperbolischen Functionen nothwendig sind, ohne dafs die Longitudinalzahlen dabei in Anwendung kommen.

Wenn endlich $e = \pm 1$ ist, so versagen die bisherigen Formeln ebenfalls. Man hat aber

$$\int \frac{\partial k}{1 + \operatorname{Cos} k} = \int \frac{\partial k}{2 \operatorname{Cos} \frac{1}{2} k^2} = \operatorname{Tang} \frac{k}{2},$$

$$\int \frac{\partial k}{1 - \operatorname{Cos} k} = \int \frac{-\partial k}{2 \operatorname{Sin} \frac{1}{2} k^2} = \operatorname{Cot} \frac{k}{2}.$$

Setzt man aber $\operatorname{Tang} \frac{k}{2}$ oder auch $\operatorname{Cot} \frac{k}{2} = v$, so ist $\partial k = \frac{2 \partial v}{1 - v^2} = -\frac{2 \partial v}{v^2 - 1}$; ferner ist $\frac{1}{1 + \operatorname{Cos} k} = \frac{1}{2}\left(1 - \operatorname{Tang} \frac{k^2}{2}\right)$ und $\frac{1}{1 - \operatorname{Cos} k} = -\frac{1}{2}\left(\operatorname{Cot} \frac{k^2}{2} - 1\right)$. Man hat also

$$\int \frac{\partial k}{(1 + \operatorname{Cos} k)^2} = \tfrac{1}{2} \int \partial v (1 - v^2) \quad \text{für} \quad v = \operatorname{Tang} \frac{k}{2}, \quad \text{und}$$

$$\int \frac{\partial k}{(1 - \operatorname{Cos} k)^2} = -\tfrac{1}{2} \int \partial v (v^2 - 1) \quad \text{für} \quad v = \operatorname{Cot} \frac{k}{2};$$

d. h.

$$\int \frac{\partial k}{(1 + \operatorname{Cos} k)^2} = \tfrac{1}{2} \operatorname{Tang} \tfrac{1}{2} k - \tfrac{1}{6} \operatorname{Tang} \tfrac{1}{2} k^3,$$

$$\int \frac{\partial k}{(1 - \operatorname{Cos} k)^2} = -\tfrac{1}{6} \operatorname{Cot} \tfrac{1}{2} k^3 + \tfrac{1}{2} \operatorname{Cot} \tfrac{1}{2} k.$$

§. 99.

Den so eben mitgetheilten Formeln entsprechen eben so viele andere, die man aber aus ihnen sogleich erhält, wenn man nur $k\sqrt{-1}$ für k und zugleich $\varphi\sqrt{-1}$ für φ setzt.

Man erhält für $e<1$:

$$\int\frac{\partial k}{1+e\cos k}=\frac{\varphi}{\sqrt{(1-e^2)}},\quad\text{und}\quad\int\frac{\partial k}{(1+e\cos k)^2}=\frac{\varphi-e\sin\varphi}{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}},$$

und zur Findung von φ aus k hat man:

$$\cos\varphi=\frac{\cos k+e}{1+e\cos k},\qquad \cos\frac{\varphi}{2}=\cos\frac{k}{2}.\sqrt{\left(\frac{1+e}{1+e\cos k}\right)},$$

$$\sin\varphi=\frac{\sin k.\sqrt{(1-e^2)}}{1+e\cos k},\qquad \text{tang}\,\frac{\varphi}{2}=\text{tang}\,\frac{k}{2}.\sqrt{\left(\frac{1-e}{1+e}\right)}.$$

$$\sin\frac{\varphi}{2}=\sin\frac{k}{2}.\sqrt{\left(\frac{1-e}{1+e\cos k}\right)},$$

Ferner hat man für $e>1$:

$$\int\frac{\partial k}{1+e\cos k}=\frac{\varphi}{\sqrt{(e^2-1)}},\quad\text{und}\quad\int\frac{\partial k}{(1+e\cos k)^2}=\frac{e\,\text{Sin}\,\varphi-\varphi}{(e^2-1)^{\frac{3}{2}}}.$$

Zur Berechnung des Arcus φ dient dann aber eine der folgenden Formeln:

$$\text{Cos}\,\varphi=\frac{\cos k+e}{1+e\cos k},\qquad \text{Cos}\,\tfrac{1}{2}\varphi=\cos\frac{k}{2}.\sqrt{\left(\frac{e+1}{1+e\cos k}\right)},$$

$$\text{Sin}\,\varphi=\frac{\sin k.\sqrt{(e^2-1)}}{1+e\cos k},\qquad \text{Tang}\,\tfrac{1}{2}\varphi=\text{tang}\,\frac{k}{2}.\sqrt{\left(\frac{e-1}{e+1}\right)}.$$

$$\text{Sin}\,\tfrac{1}{2}\varphi=\sin\frac{k}{2}.\sqrt{\left(\frac{e-1}{1+e\cos k}\right)},$$

Wenn endlich $e=\pm1$ ist, so hat man:

$$\int\frac{\partial k}{1+\cos k}=\text{tang}\,\frac{k}{2},\qquad\text{und}\qquad\int\frac{\partial k}{1-\cos k}=-\cot\frac{k}{2},$$

$$\int\frac{\partial k}{(1+\cos k)^2}=\tfrac{1}{2}\,\text{tang}\,\frac{k}{2}+\tfrac{1}{6}\,\text{tang}\,\frac{k^3}{2},\qquad \int\frac{\partial k}{(1-\cos k)^2}=-\tfrac{1}{2}\cot\frac{k}{2}-\tfrac{1}{6}\cot\frac{k^3}{3}.$$

Diese Beispiele, welche man leicht bedeutend vermehren könnte, mögen hinreichen, und den Entschluſs herbeiführen, in den höheren Rechnungen sich der hyperbolischen Functionen eben so bedienen zu wollen, wie man bisher die Kreisfunctionen allein angewandt hat, und diesen letztern also statt der früher üblichen logarithmischen Integrale die durch hyperbolische Functionen ausgedrückten Integrale gegenüber zu stellen.

A n h a n g.

Erster Abschnitt.
Umformung einer Reihe.

§. 100.

Über die Reihe $P = S\underset{\alpha,}{[a]^{\alpha}} \cdot \frac{[b]^{\alpha}}{[c]^{\alpha}} \cdot x^{\alpha}$ hat der Ritter Herr Gauſs eine sehr lehrreiche Abhandlung geschrieben, ohne jedoch in derselben einer Umformung zu gedenken, welche sie gestattet und wodurch sie in eine Reihe von ähnlicher Form umgestaltet wird. Wird mit Q die folgende Reihe bezeichnet:

$$Q = S(-1)^{\alpha}\underset{\alpha,}{[c-a]^{\alpha}} \cdot \frac{[b]^{\alpha}}{[c]^{\alpha}}(1+x)^{b-a} \cdot x^{\alpha},$$

so ist zu beweisen, daſs $P = Q$ sei. Die Wichtigkeit dieses Lehrsatzes liegt am Tage, denn die Formen der Reihen P und Q sind sehr allgemein, da unter a, b, c und x beliebige Zahlen verstanden werden dürfen. Wir wollen hier die Reihe Q so umformen, daſs ihr allgemeines Glied mit dem allgemeinen Gliede der Reihe P zusammenfällt, und entwickeln daher die in Q vorkommende Potenz $(1+x)^{b-a}$ nach steigenden Potenzen von x, um in jedem Gliede die Entwickelung der ihm zugehörigen Potenz von $1+x$ zu substituiren. Dadurch erhalten wir eine Reihe von der Form:

$$Q = 1 + \overset{1}{q} \cdot x + \overset{2}{q} \cdot x^2 + \overset{3}{q} \cdot x^3 \ldots \overset{\alpha}{q} \cdot x^{\alpha} \ldots = S\overset{\alpha}{q} \cdot x^{\alpha},$$

und es ist allgemein

$$\overset{r}{q} = S(-1)^{\alpha}\underset{\alpha,}{[c-a]^{\alpha}} \cdot \frac{[b]^{\alpha}}{[c]^{\alpha}} \cdot \underset{\beta,}{[b-a]^{\beta}} \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta = r).$$

Um diesen Ausdruck zusammenzuziehen, bemerke man, daſs $[b]^{\alpha}[b-\alpha]^{\beta} = [b]^{\alpha+\beta} = [b]^{r}$, und auch $\frac{1}{[c]^{\alpha}} = \frac{[c-\alpha]^{\beta}}{[c]^{r}}$ ist; ferner daſs

$$(-1)^{\alpha} = (-1)^{r} \cdot (-1)^{\beta}, \quad \text{und} \quad (-1)^{\beta}[c-\alpha]^{\beta} = \underset{\beta,}{[r-c-1]^{\beta}}.$$

Werden diese Werthe im Ausdrucke $\overset{r}{q}$ substituirt, so erhält man offenbar:

$$\overset{r}{q} = (-1)^{r} \cdot \frac{[b]^{r}}{[c]^{r}} \cdot S\underset{\alpha,}{[c-a]^{\alpha}}\underset{\beta,}{[r-c-1]^{\beta}} \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta = r).$$

Nun ist aber allgemein bekannt, dafs dem binomischen Lehrsatze für die Facultäten gemäfs:

$$[v+w]^{r}_{r^{\prime}} = S\,[v]^{\alpha}_{\alpha^{\prime}}\,[w]^{\beta}_{\beta^{\prime}} \quad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r)$$

sei, folglich hat man in Anwendung dieser Formel $v=c-a$ und $w=r-c-1$, und also $v+w=r-a-1$, oder:

$$\overset{r}{q} = (-1)^{r}.[r-a-1]^{r}_{r^{\prime}}.\frac{[b]^{r}}{[c]^{r}} = [a]^{r}_{r^{\prime}}.\frac{[b]^{r}}{[c]^{r}}.$$

Da nun dieser Werth von $\overset{r}{q}$ auch der Coëfficient von x^{r} in der Reihe P ist, so ist also die Reihe Q in die Reihe P umgeformt worden. Man könnte offenbar aus der Reihe P umgekehrt die Reihe Q durch Umformung herleiten. Dieser Beweis des von dem Verfasser gefundenen Theorems ist direct und kurz, aber sehr verschieden von der Herleitung, wodurch der Verfasser das Theorem gefunden hat.

§. 101.

Um eine Idee von der Wichtigkeit des Theorems zu geben, mögen ein paar Folgerungen aus demselben hier einen Platz finden. Zuvor wollen wir jedoch die Reihe P bezeichnen mit $F(a, b, c, x)$, dann ist die Reihe $Q=(1+x)^{b}.F\left(c-a, b, c, \frac{-x}{1+x}\right)$, und also

$$F(a, b, c, x) = (1+x)^{b}.F\left(c-a, b, c, \frac{-x}{1+x}\right).$$

Setzen wir $a+v$ für c, so haben wir also auch:

$$F(a, b, a+v, x) = (1+x)^{b}.F(v, b, a+v, z),$$

wenn zur Abkürzung auch noch z gesetzt wird für $\frac{-x}{1+x}$. In Anwendung desselben Lehrsatzes hat man aber auch:

$$F(v, b, a+v, z) = F(b, v, a+v, z) = (1+z)^{v}.F\left(a+v-b, v, a+v, \frac{-z}{1+z}\right),$$

und es ist also:

$$F(a, b, a+v, x) = (1+x)^{b}.(1+z)^{v}.F\left(a+v-b, v, a+v, \frac{-z}{1+z}\right).$$

Nun ist aber $z=\frac{-x}{1+x}$, also $1+z=\frac{1}{1+x}$, und $\frac{-z}{1+z}=\frac{x}{1+x}(1+x)=x$, folglich hat man:

$$F(a, b, a+v, x) = (1+x)^{b-v}.F(a+v-b, v, a+v, x).$$

Wird nun $b-v=n$ gesetzt, oder $b=n+v$, so hat man:

$$(1+x)^{n} = \frac{F(a, n+v, a+v, x)}{F(v, -n+a, a+v, x)}.$$

Dieser sehr allgemeine Ausdruck für die Potenz $(1+x)^n$, deren Exponent n eine beliebige Zahl sein darf, enthält zwei Gröſsen a und v, welche nach Belieben bestimmt werden dürfen, und ist von Euler bewiesen worden. Derselbe hat seiner Herleitung, welche etwas weitläufig und nicht wohl zu übersehen ist, eine Abhandlung gewidmet, worin er zum Schlusse aus dieser Formel Approximationswerthe einiger Functionen, als $\log(1+x)$ und e^x, herleitet. Hier erscheint diese Formel nur als eine unmittelbare Folgerung aus dem vorigen allgemeinen Theorem.

§. 102.

Da nach §. 100. die Reihe $F\left(a, b, c, \frac{-z}{1+z}\right) = \left(\frac{1}{1+z}\right)^b . F(c-a, b, c, z)$ ist, so setze man $c = -\frac{v}{d}$; $a = -1$, $b = -1$ und $z = -x^2$, und es ist dann

$$\frac{[c-a]^{\overset{\alpha}{}}}{[c]^{\overset{\alpha}{}}} = \frac{\left[-\frac{v}{d}+1\right]^{\alpha}}{\left[-\frac{v}{d}\right]^{\alpha}} = \frac{\left(1-\frac{v}{d}\right)\left[-\frac{v}{d}\right]^{\alpha-1}}{\left[-\frac{v}{d}\right]^{\alpha-1}.\left(-\frac{v}{d}-\alpha+1\right)} = \frac{d-v}{-v-\alpha d+d} = \frac{v-d}{v-d+\alpha d},$$

und man findet überhaupt:

$$S(-1)^\alpha . \frac{\alpha' d^\alpha}{[v-d, -d]^{\alpha+1}} . \left(\frac{x^2}{1-x^2}\right)^{\alpha+1} = S\frac{x^{2\alpha+2}}{v-d+\alpha d}.$$

Setzt man weiter z. B. $d=2$ und $v-d=w$, so hat man:

$$S\frac{x^{2\alpha+2}}{w+2\alpha} = S(-1)^\alpha . \frac{\alpha'.2^\alpha}{[w, -2]^{\alpha+1}} . \left(\frac{x^2}{1-x^2}\right)^{\alpha+1} \text{ *)}.$$

Setzen wir nun noch $w = 1$, so ist die Reihe auf der linken Seite $= x \log \sqrt{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)}$, und man hat also:

$$\log \sqrt{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)} = \text{Arc}(\text{Tang} = x) = S(-1)^\alpha . \frac{\alpha'.2^\alpha}{[1, -2]^{\alpha+1}} . \frac{x^{2\alpha+1}}{(1-x^2)^{\alpha+1}}.$$

Setzt man aber $\text{Tang}\, k = x$, so ist $1-x^2 = \frac{1}{\text{Cos}\, x^2}$ und $\frac{x^{2\alpha+1}}{(1-x^2)^{\alpha+1}} = \text{Tang}\, k^{2\alpha+1}.\text{Cos}\, k^{2\alpha+1} = (\text{Tang}\, k.\text{Cos}\, k)^{2\alpha+1}.\text{Cos}\, k = \text{Sin}\, k^{2\alpha+1}.\text{Cos}\, k$, und man hat also

$$k = \text{Cos}\, k . S(-1)^\alpha \frac{\alpha'.2^\alpha}{[1, -2]^{\alpha+1}} . \text{Sin}\, k^{2\alpha+1}.$$

---

*) Die Herleitung dieser speciellen Formel macht hauptsächlich den Inhalt eines vom Herrn Prof. Dr. Grunert verfaſsten Gymnasial-Programmes vom Jahre 1826 aus; der von ihm gewählte Gang ist aber mühselig.

Wird $k\sqrt{-1}$ für k gesetzt, so hat man noch die folgende Reihe

$$k = \cos k \,.\, S(+1)^{\alpha}\frac{\alpha'.\,2^{\alpha}}{[1,-2]^{\alpha+1}}\,.\,\sin k^{2\alpha+1}.$$

Die ersten Glieder dieser beiden Reihen sind nun die folgenden:

$$k = \mathfrak{Cos}\,k\,.\left(\mathfrak{Sin}\,k - \frac{2}{1}\,.\,\frac{\mathfrak{Sin}\,k^3}{3} + \frac{2.4}{1.3}\,.\,\frac{\mathfrak{Sin}\,k^5}{5} - \frac{2.4.6}{1.3.5}\,.\,\frac{\mathfrak{Sin}\,k^7}{7} + \text{etc.}\right),$$

$$k = \cos k\,.\left(\sin k + \frac{2}{1}\,.\,\frac{\sin k^3}{3} + \frac{2.4}{1.3}\,.\,\frac{\sin k^5}{5} + \frac{2.4.6}{1.3.5}\,.\,\frac{\sin k^7}{7} + \text{etc.}\right).$$

Wenn man in der Reihe für $\log\sqrt{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)}$ einige erste Glieder unverändert lassen will, und $\log\sqrt{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} \ldots + \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + x^{2n-1}.\,S\,.\frac{x^{2\alpha+2}}{2n+1+2\alpha}$ setzt, so kann man den zweiten Theil allein umformen, indem man $w = 2n+1$ setzt, und hat dann

$$\mathfrak{Arc}(\mathfrak{Tang} = x) = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} \ldots + \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + x^{2n-1}.\,S(-1)^{\alpha}.\,\frac{\alpha'.\,2^{\alpha}}{[2n+1,-2]^{\alpha+1}}.\left(\frac{x^2}{1-x^2}\right)^{\alpha+1}.$$

Diese Reihe kann ebenfalls leicht auf cyklische Functionen übertragen werden. Man kann überhaupt aus dem im §. 100. bewiesenen Lehrsatze noch sehr viele andere interessante Folgerungen ziehen.

Zweiter Abschnitt.

Der polynomische Lehrsatz ohne die Voraussetzung des binomischen und ohne die Hülfe der höheren Rechnung.

§. 103.

Werden die beiden Reihen $S\overset{\alpha}{a}x^{\alpha}$ und $S\overset{\beta}{c}x^{\beta}$ multiplicirt, so erhält das Product die Form der Reihe $S\overset{\alpha}{A}x^{\alpha}$ und der Coëfficient des allgemeinen Gliedes in ihr ist:

$$\overset{r}{A} = S\overset{\alpha}{a}\overset{\beta}{c} \qquad \text{cond. } (\alpha + \beta = r).$$

Multiplicirt man auf beiden Seiten mit $r = \alpha + \beta$, so hat man

$$r.\overset{r}{A} = S\alpha.\overset{\alpha}{a}\overset{\beta}{c} + S\beta.\overset{\alpha}{a}\overset{\beta}{c},$$

und die Bedingungsgleichung für α und β ist die vorige. Also ist auch, wenn mit x^r multiplicirt, dann r als veränderlich betrachtet und etwa γ für r gesetzt wird:

$$S\gamma.\overset{\gamma}{A}x^{\gamma} = S\alpha.\overset{\alpha}{a}.\overset{\beta}{c}x^{\gamma} + S\beta.\overset{\alpha}{a}.\overset{\beta}{c}x^{\gamma} \qquad \text{cond. } (\alpha + \beta = \gamma).$$

Nun ist weiter

$(S\beta.\overset{\beta}{c}x^\beta)(S\overset{\alpha}{a}x^\beta) = S\beta.\overset{\alpha.\beta}{ac}x^\gamma$ und $(S\alpha.\overset{\alpha}{a}x^\alpha)(S\overset{\beta}{c}x^\beta) = S\alpha.\overset{\alpha\,\beta}{ac}x^\gamma$, wenn die Bedingungsgleichung $\alpha+\beta=\gamma$ für die Ausdrücke auf der rechten Seite beibehalten wird; also hat man:

$$S\gamma.\overset{\gamma}{A}x^\gamma = (S\beta.\overset{\beta}{c}x^\beta)(S\overset{\alpha}{a}x^\alpha) + (S\alpha.\overset{\alpha}{a}x^\alpha)(S\overset{\beta}{c}x^\beta),$$

und da $S\overset{\gamma}{A}x^\gamma = (S\overset{\alpha}{a}x^\alpha)(S\overset{\beta}{c}x^\beta)$ ist, so erhält man, wenn Gleiches durch Gleiches dividirt wird:

$$\frac{S\gamma.\overset{\gamma}{A}.x^\gamma}{S\overset{\gamma}{A}x^\gamma} = \frac{S\beta.\overset{\beta}{c}x^\beta}{S\overset{\beta}{c}x^\beta} + \frac{S\alpha.\overset{\alpha}{a}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{a}x^\alpha}.$$

Werden also die Reihen $S\overset{\alpha}{a}x^\alpha$, $S\overset{\beta}{c}x^\beta$, $S\overset{\gamma}{A}x^\gamma$ bezeichnet mit p, q, P und die Reihen $S\alpha\overset{\alpha}{a}x^\alpha$, $S\beta\overset{\beta}{c}x^\beta$, $S\gamma\overset{\gamma}{A}x^\gamma$ mit p', q', P', so entsteht die Reihe p' eben so aus p, wie q' aus q und wie P' aus P, und man hat:

$$\frac{p'}{p} + \frac{q'}{q} = \frac{P'}{P}, \text{ und außerdem ist } P = p.q.$$

Sind mehrere Reihen p, q, r, s etc., deren Product $= P$ sein mag, mit gleichem Fortschritte der Potenzen von x gegeben, so ist eben so:

$$\frac{P'}{P} = \frac{p'}{p} + \frac{q'}{q} + \frac{r'}{r} + \frac{s'}{s} + \text{etc.}$$

Wenn also die Reihen p, q, r, s etc., deren Anzahl $= n$ sein mag, gleich sind, so hat man:

$$P = p^n \text{ und } \frac{P'}{P} = n.\frac{p'}{p},$$

d. h. wenn $(S\overset{\alpha}{a}x^\alpha)^n = S\overset{\alpha}{A}x^\alpha$ ist, so ist:

$$\frac{S\alpha\overset{\alpha}{A}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{A}x^\alpha} = n.\frac{S\alpha\overset{\alpha}{a}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{A}x^\alpha}.$$

§. 104.

Um nun zu Potenzen mit gebrochenen Exponenten überzugehen, setzen wir $(S\overset{\alpha}{a}x^\alpha)^{\frac{m}{n}} = S\overset{\alpha}{A}x^\alpha$, wobei der Kürze wegen der Beweis übergangen wird, daſs $S\overset{\alpha}{A}x^\alpha$ die Form der Entwickelung habe. Es muſs also $(S\overset{\alpha}{a}x^\alpha)^m = (S\overset{\alpha}{A}x^\alpha)^n$ sein, und wenn wir $(S\overset{\alpha}{a}x^\alpha)^m = S\overset{\alpha}{c}x^\alpha$ setzen, so ist also auch $(S\overset{\alpha}{A}x^\alpha)^n = S\overset{\alpha}{c}x^\alpha$. Da weiter m und n nach der Annahme positive ganze Zahlen sind, so ist nach §. 103.

$$\frac{S\alpha\overset{\alpha}{c}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{c}x^\alpha} = m.\frac{S\alpha\overset{\alpha}{a}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{a}x^\alpha}, \text{ und } \frac{S\alpha\overset{\alpha}{c}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{c}x^\alpha} = n.\frac{S\alpha\overset{\alpha}{A}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{A}x^\alpha}.$$

Daher ist offenbar $\frac{S\alpha\overset{\alpha}{A}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{A}x^\alpha} = \frac{m}{n}.\frac{S\alpha\overset{\alpha}{a}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{a}x^\alpha}$ und die am Schlusse des §. 103. gefundene Formel gilt also auch für gebrochene positive Exponenten $\frac{m}{n}$.

Stellt man sich weiter unter n eine positive ganze oder auch gebrochene Zahl, unter $-n$ also eine solche, aber negative Zahl vor, und setzen wir

$$(S\overset{\alpha}{a}x^\alpha)^{-n} = S\overset{\alpha}{A}x^\alpha,$$

so soll also $(S\overset{\alpha}{A}x^\alpha).(S\overset{\alpha}{a}x^\alpha)^n = 1$ sein. Wird aber $(S\overset{\alpha}{a}x^\alpha)^n = S\overset{\alpha}{c}x^\alpha$ gesetzt, so ist nach dem Vorigen, weil hier der Exponent n positiv ist:

$$\frac{S\alpha\overset{\alpha}{c}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{c}x^\alpha} = n.\frac{S\alpha\overset{\alpha}{a}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{a}x^\alpha}.$$

Das Product $(S\overset{\alpha}{A}x^\alpha)(S\overset{\alpha}{c}x^\alpha)$ mufs $= 1$, d. h. $= S\overset{\alpha}{k}x^\alpha$ sein, wenn in dieser Reihe $\overset{0}{k} = 1$, $\overset{1}{k} = 0$, $\overset{2}{k} = 0$, $\overset{3}{k} = 0$ etc. ist. Es ist also nach §. 103.

$$\frac{S\alpha\overset{\alpha}{A}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{A}x^\alpha} + \frac{S\alpha\overset{\alpha}{c}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{c}x^\alpha} = \frac{S\alpha\overset{\alpha}{k}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{k}x^\alpha} = 0,$$

weil im Zähler des Ausdrucks auch das Glied $0.\overset{0}{k}.x^0 = 0$ und der Nenner $= 1$ ist. Wird aber mit der Gleichung

$$\frac{S\alpha\overset{\alpha}{c}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{c}x^\alpha} = n.\frac{S\alpha\overset{\alpha}{a}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{a}x^\alpha} \text{ die Gleichung } \frac{S\alpha\overset{\alpha}{c}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{c}x^\alpha} = -\frac{S\alpha\overset{\alpha}{A}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{A}x^\alpha}$$

verbunden, so erhält man:

$$\frac{S\alpha\overset{\alpha}{A}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{A}x^\alpha} = (-n).\frac{S\alpha\overset{\alpha}{a}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{a}x^\alpha},$$

und die Formel am Schlusse des §. 103. gilt also auch für negative Exponenten; sie ist mithin allgemein. Die Gedrängtheit des Raumes gestattet es nicht, auf Exponenten von der Form $a + b\sqrt{-1}$ hier einzugehen. In einem von dem Verfasser gelieferten Schulprogramme vom Jahre 1825, woraus Gegenwärtiges ein Auszug ist, ist auch von solchen Exponenten gehandelt worden. Wenn also n eine beliebige Zahl ist, so findet zwischen den Coëfficienten in den durch die Gleichung $(S\overset{\alpha}{a}x^\alpha)^n = S\overset{\alpha}{A}x^\alpha$ verbundenen Reihen die folgende einfache Beziehung Statt:

$$\frac{S\alpha\overset{\alpha}{A}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{A}x^\alpha} = n.\frac{S\alpha\overset{\alpha}{a}x^\alpha}{S\overset{\alpha}{a}x^\alpha}.$$

§. 105.

Schafft man in der Gleichung $\frac{S\alpha.\overset{\alpha}{A}x^{\alpha}}{S\overset{\alpha}{A}x} = n.\frac{S\beta\overset{\beta}{a}x^{\beta}}{S\overset{\beta}{a}x^{\beta}}$ die Nenner weg, so giebt die Multiplication auf jeder Seite eine Reihe, und werden die beiden Reihen identificirt, so erhält man die noch einfachere und allgemeine Formel:

$$S(n\beta-\alpha).\overset{\alpha}{A}.\overset{\beta}{a} = 0 \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r),$$

von welcher im §. 87. Anwendung gemacht wurde. Für das Binomialtheorem leitet man hieraus die Recursionsformel für die Berechnung der Coëfficienten her. Wird nemlich:

$$(1+x)^n = S\overset{\alpha}{A}x^{\alpha}$$

gesetzt, so hat man $\overset{0}{a}=1$, $\overset{1}{a}=1$, $\overset{2}{a}=0$, $\overset{3}{a}=0$, $\overset{4}{a}=0$ etc., und die vorige Formel ist nun:

$$-r\overset{r}{A}.a+(n.1-(r-1)\overset{r-1}{A}.a = 0,$$

oder einfacher:

$$\overset{r}{A} = \frac{n-r+1}{r}.\overset{r-1}{A}.$$

Vermöge dieser einfachen Formel findet man $\overset{1}{A}=n\overset{0}{A}$; $\overset{2}{A}=[n]_{2'}^{2}\overset{0}{A}$; $\overset{3}{A}=[n]_{3'}^{3}\overset{0}{A}$ etc., und allgemein: $\overset{r}{A}=[n]_{r'}^{r}\overset{0}{A}$. Man findet aber leicht $\overset{0}{A}=1$ anderweitig, und so ist

$$(1+x)^n = S[n]_{\alpha'}^{\alpha}.x^{\alpha}$$

als für jeden Exponenten richtig bewiesen. Man könnte nun, nachdem die **Newtonsche** Formel in dieser Allgemeinheit bewiesen ist, dieselbe benutzen, wie gewöhnlich geschieht, um auch die Formel für die independente Berechnung der Polynomial-Coëfficienten $\overset{1}{A}$, $\overset{2}{A}$, $\overset{3}{A}$, etc. herzuleiten aus der gefundenen und allgemein gültigen Recursionsformel:

$$\overset{r}{A} = S\left(\frac{n(\alpha+1)-\beta}{r.\overset{0}{a}}\right).\overset{\alpha+1}{a}.\overset{\beta}{A} \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r-1).$$

Wir aber werden auch die gesuchte Formel unabhängig von dem Binomialtheorem ableiten und die Recursionsformel dabei zum Grunde legen. Hätte in dieser nicht jedes Glied einen ihm eigenthümlichen Factor, oder hätte dieselbe die viel einfachere Gestalt:

$$\overset{r}{A} = S\overset{\alpha+1}{a}.\overset{\beta}{A} \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=r),$$

so würde man sie durch $\overset{0}{A}$ dividiren; sie wäre dann:

$$\frac{\overset{r}{A}}{\overset{0}{A}} = \left(\overset{1}{a}.\frac{\overset{r-1}{A}}{\overset{0}{A}}+\overset{2}{a}.\frac{\overset{r-2}{A}}{\overset{0}{A}}\ldots\ldots+\overset{\alpha}{a}.\frac{\overset{r-\alpha}{A}}{\overset{0}{A}}\ldots\ldots+\overset{r}{a}\right)$$

und hätte die gröfste Ähnlichkeit mit einer bekannten combinatorischen Beziehung unter Inbegriffen sogenannter Variationsformen, die ohne Unterschied des Grades zu gewissen Summen aus den Elementen $\overset{1}{a}, \overset{2}{a}, \overset{3}{a}$, etc. oder ihren Repräsentanten (1, 2, 3, etc.) gebildet sind. Diese combinatorische Formel ist:

$$^{r}V = (\overset{1}{a}.^{r-1}V + \overset{2}{a}.^{r-2}V \ldots + \overset{a}{a}.^{r-a}V \ldots + \overset{r}{a}),$$

und es bezeichnet dann z. B. ^{r}V einen Inbegriff solcher Variationsformen, und zwar aller, welche aus den Elementen $(1, 2, 3, \ldots r)$ zur Summe r gebildet werden können. (Dieselbe Formel findet man in des Hrn. Hofrath Thibaut „Grundrifs der allgemeinen Arithmetik (pag. 140.)" mit umständlicher Belehrung über ihre Bedeutung und ihre Brauchbarkeit.) Aus dieser Übereinstimmung würde man schliefsen:

$$\frac{\overset{r}{A}}{\overset{0}{A}} = {}^{r}V = {}^{r}_{p}C,$$

und es bezeichnet dann $^{r}_{p}C$ einen aus den Elementen $\overset{1}{a}, \overset{2}{a}, \overset{3}{a}, \ldots \overset{r}{a}$ gebildeten Inbegriff von Combinationsformen zur Summe r (unter unbedingter Wiederholbarkeit der Elemente); jede Combinationsform wird angesehen als ein Product ihrer Elemente und hat zum Coëfficienten die ihr zukommende Permutationszahl.

§. 106.

Aber, ungeachtet die Recursionsformel nicht die genannte Einfachheit hat, wird dennoch der Quotient $\frac{\overset{r}{A}}{\overset{0}{A}}$ eben so aus den Elementen $\overset{1}{a}$, $\overset{2}{a}, \overset{3}{a}, \ldots \overset{r}{a}$ gebildet sein, wie der Inbegriff ^{r}V aus denselben Elementen, nur wird jede zur Summe r gebildete Variationsform einen Coëfficienten erhalten müssen, welcher ein Product so vieler Factoren ist, als die Form Elemente hat, weil ein zur Form hinzukommendes Element der Recursionsformel gemäfs allemal einen solchen Factor $\frac{n(\alpha+1)-\beta}{r\overset{0}{a}}$, welcher aber ein veränderlicher ist, mitbringt. Man könnte, nachdem alle Formen des Inbegriffes ^{r}V gebildet wären, für jede Form das ihr zukommende Product von Factoren als ihren Coëfficienten berechnen; noch mehr, da es unter den Variationsformen mehrere giebt, welche, weil sie Permutationsformen einer Combinationsform sind, dieselben Elemente enthalten, so könnte man die ihnen zukommenden Coëfficienten addiren, und die ge-

fundene Summe der genannten Combinationsform zum Coëfficienten geben. Eine solche Combinationsform des Grades ϑ und zur Summe r gebildet, enthalte das Element $\overset{\alpha+1}{a}$ in π Stellen, und die ihr zugehörige Permutationszahl sei N, so wird es unter den N Permutationsformen eine Menge von $N.\frac{\pi}{\vartheta}$ Formen geben, welche das Element $\overset{\alpha+1}{a}$ an der Spitze führen und also mit diesem Elemente zugleich der Recursionsformel gemäfs den Factor $\frac{n(\alpha+1)-\beta}{r\overset{0}{a}}$ erhalten. Der Coëfficient wegen des einen Elementes $\overset{\alpha+1}{a}$ auf der ϑten Stelle wird also $=\frac{N.\pi}{\vartheta}\left(\frac{(\alpha+1)n-\beta}{r.\overset{0}{a}}\right)$, und da nach und nach jedes andere Element der Combinationsform diese Stelle beim Permutiren gleichfalls besetzt, so bekommt also die Form wegen dieser einen Stelle eine Summe von Coëfficienten, die man aus dem so eben aufgestellten allgemeinen dadurch erhält, dafs man, ϑ als constant betrachtet, für α, β und π alle zusammengehörige Werthe setzt, welche den folgenden drei Bedingungsgleichungen Genüge leisten:

$$S\pi=\vartheta;\quad S(\alpha+1)\pi=r;\quad \alpha+\beta=r-1.$$

Die Combinationsform erhält also aufser ihrer Permutationszahl N wegen ihrer ϑten Stelle den Coëfficienten:

$$S\frac{\pi}{\vartheta}.\left(\frac{(\alpha+1)n-\beta}{r.\overset{0}{a}}\right)=\frac{n}{r\overset{0}{a}\vartheta}.S(\alpha+1)\pi-\frac{1}{r\overset{0}{a}\vartheta}S\pi\beta.$$

Die Summe $S(\alpha+1)\pi$ ist bekannt und $=r$, und da $\pi(\alpha+1)+\pi\beta=\pi r$, so ist $S(\alpha+1)\pi+S\pi\beta=S\pi r=r.S\pi$, und also $S\pi\beta=r\vartheta-r$. Es ist also die gesuchte Summe: $=\frac{n}{r\overset{0}{a}\vartheta}.r-\frac{r\vartheta-r}{r\overset{0}{a}\vartheta}=\frac{n-\vartheta+1}{\overset{0}{a}\vartheta}$.

Der Factor r im Nenner hebt sich also, worauf sehr viel ankommt, gegen r im Zähler, wodurch die Summe $\frac{n-\vartheta+1}{\vartheta.\overset{0}{a}}$ von ihr unabhängig wird; diese Summe hängt also lediglich von der Stelle in der Form ab; er ist also der allgemeine Factor der Factoren eines Productes, welches die Combinationsform aufser ihrer Permutationszahl N zum Coëfficienten vor sich nimmt. Man erhält diese Factoren, indem man für ϑ der Reihe nach die Werthe $(1,2,3,4,\ldots.\vartheta)$ setzt, und es ist demnach dieser Coëfficient:

$$=\frac{n}{1.\overset{0}{a}}.\frac{n-1}{2.\overset{0}{a}}.\frac{n-2}{3.\overset{0}{a}}\cdots\frac{n-\vartheta+1}{\vartheta\overset{0}{a}}=[n]^{\vartheta}_{\vartheta^{1}}.\left(\frac{1}{\overset{0}{a}}\right)^{\vartheta}.$$

Denselben Coëfficienten erhält aber jede mit ihrer Permutationszahl versehene Combinationsform vom ϑten Grade, d. h. dieser Coëfficient ist der ganzen Classe dieser Formen gemeinschaftlich und ändert sich nur für die übrigen Classen der zur Summe r gebildeten Formen; es ist also:

$$\overset{r}{A} = \overset{0}{A} . S [n]^{\vartheta}_{\vartheta'} . \left(\frac{1}{\overset{0}{a}}\right)^{\vartheta} . {}^{r}_{\vartheta}C,$$

in welchem Ausdrucke sich das Summenzeichen S bloſs auf die Veränderlichkeit von ϑ bezieht, wofür alle Werthe $\vartheta = (1, 2, 3, \ldots r)$ gesetzt werden müssen. Der Coëfficient $\overset{0}{A}$ muſs vor der recurrirenden Berechnung bekannt sein, er kann aus der Recursionsformel nicht gefunden werden. Man findet aber leicht: $\overset{0}{A} = (\overset{0}{a})^n$, und hat also:

$$\overset{r}{A} = S [n]^{\vartheta}_{\vartheta'} . (\overset{0}{a})^{n-\vartheta} . {}^{r}_{\vartheta}C.$$

Diese Formel ist allgemein bekannt, wie auch alles Übrige, was noch über das Polynomialtheorem vorzubringen wäre. (Man findet dieselbe Formel in des Hrn. Hofrath Thibaut „Grundriſs der allgemeinen Arithmetik p. 200.")

§. 107.

Aus der in §. 104. bewiesenen Formel leitet man leicht eine noch allgemeinere her. Man habe nemlich von einem Polynome P bereits die Potenzen mit den Exponenten f, g, und $f+g$ entwickelt, und es sei:

$$P^f = S \overset{\alpha}{\varphi}(f) . x^\alpha; \quad P^g = S \overset{\alpha}{\varphi}(g) . x^\alpha; \quad P^{f+g} = S \overset{\alpha}{\varphi}(f+g) . x^\alpha.$$

Da nun aber $P^{f+g} = (P^f)^{\frac{f+g}{f}}$ ist, so hat man nach §. 104. offenbar:

$$\frac{S\alpha . \overset{\alpha}{\varphi}(f+g) . x^\alpha}{S \overset{\alpha}{\varphi}(f+g) . x^\alpha} = \frac{f+g}{f} . \frac{S\alpha . \overset{\alpha}{\varphi}(f) . x^\alpha}{S \overset{\alpha}{\varphi}(f) . x^\alpha}.$$

Auſserdem hat man noch die folgende identische zweite Gleichung:

$$\frac{f+g}{f} . \frac{S \overset{\alpha}{\varphi}(f+g) . x^\alpha}{S \overset{\alpha}{\varphi}(f+g) . x^\alpha} = \frac{f+g}{f} . \frac{S \overset{\alpha}{\varphi}(f) . x^\alpha}{S \overset{\alpha}{\varphi}(f) . x^\alpha}.$$

Multipliciren wir die erste Gleichung mit q und die zweite mit p, so erhält man:

$$\frac{S\left\{p\left(\frac{f+g}{f}\right) + \alpha q\right\} . \overset{\alpha}{\varphi}(f+g) . x^\alpha}{S \overset{\alpha}{\varphi}(f+g) . x^\alpha} = \frac{f+g}{f} . \frac{S(p+\alpha q) \overset{\alpha}{\varphi}(f) . x^\alpha}{S \overset{\alpha}{\varphi}(f) . x^\alpha}.$$

Setzt man nun für $S \overset{\alpha}{\varphi}(f+g) . x^\alpha$ das Product aus $S \overset{\alpha}{\varphi}(f) . x^\alpha$ und $S \overset{\alpha}{\varphi}(g) . x^\alpha$, so hat man nach Fortschaffung der Nenner, wenn die beiden

Reihen auf den beiden Seiten des Gleichheitszeichens identificirt werden, folgende Beziehung unter den Polynomial-Coëfficienten:

$$\left(p+\frac{rfq}{f+g}\right).\overset{r}{\varphi}(f+g) = S(p+\alpha q).\overset{\alpha}{\varphi}(f).\overset{\beta}{\varphi}(g) \qquad \text{cond. } (\alpha+\beta=r),$$

welche sehr fruchtbar an Folgerungen ist. Über dieselben sehe man die Analysis von Herrn Schweins, worin ebenfalls ein Beweis des Polynomialtheorems ohne die Voraussetzung des Binomialtheorems versucht worden ist. Der von Klügel geführte Beweis ist ungenügend. Unter diesen Folgerungen zeichnen wir hier die allgemeinste aus:

$$\frac{p(f+g)+r(qf-pd)}{f(f+g)(g-rd)}.\overset{r}{\varphi}(f+g) = S\frac{p+\alpha q}{(g-\alpha d)(f+\alpha d)}.\overset{\beta}{\varphi}(g-\alpha d).\overset{\alpha}{\varphi}(f+\alpha d),$$

wozu die Bedingungsgleichung $\alpha+\beta=r$ gehört. Man hat nur einen besondern Fall dieser Formel nöthig, um zu beweisen, daſs wenn gesetzt wird:

$$z^n = S\,\overset{\alpha}{\varphi}(1).\,x^{p+\alpha q},$$

durch Umkehrung gefunden wird die folgende Reihe:

$$x^m = S\frac{m}{m+\alpha q}.\overset{\alpha}{\varphi}\left(\frac{-m-\alpha q}{p}\right).z^{\frac{n}{p}(m+\alpha q)} \quad \text{und}$$

$$\log x = \log\left(\frac{z^n}{\overset{0}{\varphi}(1)}\right)^{\frac{1}{p}} + S\frac{1}{(\alpha+1)q}.\overset{\alpha+1}{\varphi}\left(-\frac{q}{p}(\alpha+1)\right).z^{\frac{(\alpha+1)nq}{p}}.$$

Diese sehr bekannten Reihen sind nur deswegen hierher gesetzt worden, weil später davon Gebrauch gemacht werden wird.

§. 108.

Wenn die Coëfficienten $\overset{0}{\varphi}1$, $\overset{1}{\varphi}1$, $\overset{2}{\varphi}1$, $\overset{3}{\varphi}1$, etc. als Elemente einer Scale $p = \overset{0}{a}, \overset{1}{a}, \overset{2}{a}, \overset{3}{a}$, etc. gegeben sind, so wird ein Polynomial-Coëfficient $\overset{r}{\varphi}n$ lediglich aus den Elementen dieser Scale berechnet, und jedes Lehrbuch der Analysis giebt dazu die auf die Formeln §. 105. und §. 106. gegründete nähere Anweisung. Ist daher allgemein $\overset{r}{\varphi}1$ für jede ganze Zahl r, welche nicht gröſser als r zu sein braucht, bekannt: $\overset{r}{\varphi}1 = \overset{r}{a}$, so können die Coëfficienten $\overset{0}{\varphi}n$, $\overset{1}{\varphi}n$, $\overset{2}{\varphi}n$, $\overset{3}{\varphi}n$, ... bis $\overset{r}{\varphi}n$ einschlieſslich berechnet werden. Man nehme nun eine andere Scale $q = (\overset{1}{a}, \overset{2}{a}, \overset{3}{a}, \ldots)$ an, welche von der vorigen p nur darin verschieden ist, daſs das erste Glied $\overset{0}{a}$ der Scale p in q fehlt, und wird in ähnlicher Art gesetzt $\overset{0}{\psi}1 = \overset{1}{a}$, $\overset{1}{\psi}1 = \overset{2}{a}$, $\overset{2}{\psi}1 = \overset{3}{a}$, ... $\overset{r}{\psi}1 = \overset{r+1}{a}$, so können die Coëfficienten $\overset{0}{\psi}n$, $\overset{1}{\psi}n$, $\overset{2}{\psi}n$, etc.

ebenfalls aus den Elementen der Scale ϑ berechnet werden. Diese Coëfficienten treten dadurch in Zusammenhang mit den Coëfficienten $\overset{0}{\varphi}n$, $\overset{1}{\varphi}n$, $\overset{2}{\varphi}n$, etc. und über diesen Zusammenhang bleibt noch Einiges zu sagen übrig.

Setzt man die Reihe $P = S\overset{\alpha}{a}x^\alpha = S\overset{\alpha}{\varphi}1.x^\alpha$ und $Q = S\overset{\alpha+1}{a}.x^{\alpha+1} = S\overset{\alpha+1}{\varphi}1.x^{\alpha+1} = S\overset{\alpha}{\psi}1.x^{\alpha+1}$, so hat man $P^n = S\overset{n}{\varphi}n.x^\alpha$ und $Q^n = S\overset{\alpha}{\psi}n.x^{n+\alpha}$, und aufserdem ist $P = \overset{0}{a} + Q$. In Anwendung des Binomialtheorems hat man nun offenbar:

$$P^n = (\overset{0}{a})^n.\left(1+\frac{Q}{\overset{0}{a}}\right)^n = S[n\overset{\alpha}{]}_{\alpha'}.\overset{0}{a}^{n-\alpha}.Q^\alpha.$$

Da nun aber $Q^\alpha = S\overset{\beta}{\psi}\alpha.x^{\alpha+\beta}$ ist, wenn das Summezeichen S hier blofs auf die Veränderlichkeit von β geht, so erhält man, wenn diese Reihe und auch für P^n die Reihe substituirt wird, durch Identificirung der beiden entstehenden Reihen die folgende Formel, welche aber mit der in §. 106. gefundenen im Grunde dieselbe ist.

$$1.\quad \overset{r}{\varphi}n = S[n\overset{\alpha}{]}_{\alpha'}.\overset{0}{a}^{n-\alpha}.\overset{\beta}{\psi}\alpha \qquad \text{cond.}(\alpha+\beta=r).$$

Man kann diese Formel umkehren, so dafs die Coëfficienten ψ durch die Coëfficienten φ ausgedrückt werden. Man gelangt aber einfacher zum Ziele, wenn man bedenkt, dafs $Q = P - \overset{0}{a}$ und also $Q^m = (-1)^m S(-1)^\alpha [m\overset{\alpha}{]}_{\alpha'} P^\alpha$ ist. Werden für Q^m und P^α die Reihen substituirt, so erhält man:

$$2.\quad \overset{r}{\psi}m = S(-1)^\beta [m\overset{\beta}{]}_{\beta'}.\overset{0}{a}^\beta.\overset{m+r}{\varphi}\alpha \qquad \text{cond.}(\alpha+\beta=r).$$

Dieser Ausdruck ist jedoch nur dann zu gebrauchen, wenn m eine positive ganze Zahl ist. Aber dieser Ausdruck für $\psi\alpha$ kann in der Formel (1.) substituirt werden, und man erhält dadurch:

$$\overset{r}{\varphi}n = S(-1)^\gamma [r-\beta\overset{\gamma}{]}_{\gamma'} [n\overset{r-\beta}{]}_{(r-\beta)'} \overset{0}{a}^{n-\delta}.\overset{r}{\varphi}\delta \qquad \text{cond.}(\beta+\gamma+\delta=r).$$

Dieser Ausdruck wird einfacher vorgestellt unter

$$\overset{r}{\varphi}n = S\overset{\lambda}{A}.\overset{0}{a}^{n-\delta}\overset{r}{\varphi}\delta \qquad \text{cond.}(\lambda+\delta=r),$$

und man hat dann:

$$\overset{m}{A} = S(-1)^\gamma [r-\beta\overset{\gamma}{]}_{\gamma'} [n\overset{r-\beta}{]}_{(r-\beta)'} \qquad \text{cond.}(\beta+\gamma=m).$$

Dieser Ausdruck gestattet aber noch eine bedeutende Zusammenziehung.

Es ist nemlich $[n]^{r-m+\gamma} = [n]^{r-m}[n-r+m]^{\gamma}$, und eben so ist $(r-m+\gamma)' = (r-m)'[r-m+\gamma]^{\gamma}$, also hat man:

$$\overset{m}{A} = [n]^{r-m}_{(r-m)'} \cdot S(-1)^{\gamma}[n-r+m]^{\gamma}_{\gamma'} \qquad \text{cond. } (\beta+\gamma=m).$$

Nun ist weiter $(-1)^{\gamma} = (-1)^{m}(-1)^{\beta} = (-1)^{m}[-1]^{\beta}_{\beta'}$, also hat man $\overset{m}{A} = (-1)^{m}[n]^{r-m}_{(r-m)'} S[-1]^{\beta}_{\beta'}[n-r+m]^{\gamma}_{\gamma'}$, und in Anwendung des binomischen Lehrsatzes für die Facultäten hat man nun offenbar:

$$\overset{m}{A} = (-1)^{m}[n]^{r-m}_{(r-m)'} \cdot [n-r+m-1]^{m}_{(m)'} = (-1)^{m}\,[n]^{r+1}_{(r-m)'m'} \cdot \frac{1}{n-r+m}.$$

Wird dieser Ausdruck substituirt, so erhält man

$$\overset{r}{\varphi} n = S(-1)^{\lambda}[n]^{r+1}_{\lambda'\delta'} \cdot \frac{\overset{0}{a}{}^{n-\delta}}{n-\delta} \cdot \overset{r}{\varphi}\delta \qquad \text{cond. } (\lambda+\delta=r).$$

Wird endlich noch bemerkt, dafs $\frac{r'}{\lambda'\delta'} = [r]^{\lambda}_{\lambda'} = [r]^{\delta}_{\delta'}$ ist, so hat man auch:

$$3. \qquad \overset{r}{\varphi} n = \frac{1}{r'} S(-1)^{\lambda}[r]^{\lambda}_{\lambda'} \cdot [n]^{r+1}_{n-\delta} \cdot \overset{0}{a}{}^{n-\delta} \cdot \overset{r}{\varphi}\delta \qquad \text{cond. } (\lambda+\delta=r).$$

Die im Ausdrucke vorkommende Facultät $[n]^{r+1}$ ist immer durch $n-\delta$ theilbar und ist darum nicht abgesondert worden, obgleich sie ein für alle Glieder gleicher Factor ist.

Die Berechnung der Coëfficienten $\overset{r}{\varphi} n$ ist durch diese Formel auf die Berechnung eben solcher Coëfficienten, aber mit Potenzen-Exponenten δ, welche positive ganze Zahlen sind, zurückgeführt.

Weiter unten wird eine ähnliche Formel in ungleich gröfserer Allgemeinheit hergeleitet werden.

Dritter Abschnitt.

Potenzen einiger Reihen.

§. 109.

Für die Beziehungen unter den Potenzial-Functionen und ihren Arcus sind einige Reihen angegeben worden, welche mit noch anderen Reihen unter folgender allgemeiner Form enthalten sind:

$$P = S\frac{[a,d]^{\alpha}}{[e,h]^{\alpha}}x^{\alpha},$$

deren Potenzen sich im Allgemeinen leichter berechnen lassen, als die Potenzen aller anderen Reihen, welche nicht unter diese Form fallen.

Setzen wir nun $\overset{n}{P} = S\overset{\alpha}{\varphi} n \,.\, x^\alpha$, und also $P = S\overset{\alpha}{\varphi} 1 \,.\, x^\alpha$, so ist allgemein

$$\overset{r}{\varphi} 1 = [a, d]^r : [c, h]^r,$$

und nach §. 107. ist weiter

$$\left(v + \frac{rw}{n+1}\right)\overset{r}{\varphi}(n+1) = S(v+\alpha w)\overset{\alpha}{\varphi}1 \,.\, \overset{\beta}{\varphi}n \quad \text{cond.} (\alpha+\beta=r),$$

oder auch

$$= v \,.\, \overset{r}{\varphi}n + S(v+w+\alpha w)\overset{\alpha+1}{\varphi}1 \,.\, \overset{\beta}{\varphi}n \quad \text{cond.} (\alpha+\beta=r-1).$$

Wird nun $v+w=c$ und $w=-h$, also $v=c+h$ gesetzt, so hat man offenbar:

$$\left(c+h-\frac{rh}{n+1}\right).\overset{r}{\varphi}(n+1) = (c+h).\overset{r}{\varphi}n + S\frac{[a,d]^{\alpha+1}}{[c,d]^{\alpha}}.\overset{\beta}{\varphi}n \quad \text{cond.} (\alpha+\beta=r-1).$$

Da aber auch nach §. 107.:

$$v + \frac{(r-1)w}{n+1}.\overset{r-1}{\varphi}(n+1) = S(v+\alpha w).\overset{\alpha}{\varphi}.\overset{\beta}{\varphi}n \quad \text{cond.} (\alpha+\beta=r-1)$$

ist, so setze man $v=a$ und $w=-d$, wodurch man die folgende zweite Gleichung erhält:

$$a - \frac{(r-1)d}{n+1}.\overset{r-1}{\varphi}(n+1) = S\frac{[a,d]^{\alpha+1}}{[c,d]^{\alpha}}.\overset{\beta}{\varphi}n \quad \text{cond.} (\alpha+\beta=r-1).$$

Durch Verbindung dieser beiden Gleichungen erhält man also die folgende einfachere:

$$\left(c+h-\frac{rh}{n+1}\right).\overset{r}{\varphi}(n+1) = \left(a-\frac{(r-1)d}{n+1}\right)\overset{r-1}{\varphi}(n+1) + (c+h).\overset{r}{\varphi}n,$$

oder auch

$$\overset{r}{\varphi}(n+1) = \frac{(n+1)(c+h)}{(n+1)(c+h)-rh}.\overset{r}{\varphi}n + \frac{(n+1)a-(r-1)d}{(n+1)(c+h)-rh}\overset{r-1}{\varphi}(n+1),$$

auf welche eine recurrirende Berechnung der Polynomialcoëfficienten in den Reihen für die Potenzen von P gegründet werden kann.

§. 110.

Um den Gebrauch dieser Formel an einem nicht unwichtigen Beispiele zu zeigen, legen wir uns die Aufgabe der Umkehrung der Reihe $e^x = S\frac{x^\alpha}{\alpha'}$, wo e die Basis des natürlichen Logarithmensystems bedeutet, vor. Da das Anfangsglied der Reihe $=1$ ist und kein x enthält, so muſs es auf die andere Seite des $=$ gebracht werden, und man hat also die Potenzen der Reihe $P = e^x - 1 = S\frac{x^{1+\alpha}}{(\alpha+1)'}$ zu dem Ende zu entwickeln.

Diese Reihe fällt wirklich unter die Form der Reihe P im §. 100., für $d=0$, $a=1$, $h=-1$ und $c=2$; denn es ist $[2,-1]^{r}=[1,-1]^{r+1}=(r+1)'$. Man hat also:

$$\overset{r}{\varphi}(n+1)=\{\overset{r}{\varphi}n+\overset{r-1}{\varphi}(n+1)\}.\frac{n+1}{n+r+1} \quad \text{oder} \quad \overset{r}{\varphi}n=\frac{n}{n+r}\{\overset{r}{\varphi}(n-1)+\overset{r-1}{\varphi}n\}.$$

Man schliefst aus dieser Formel, dafs allgemein $\overset{r}{\varphi}n$ den Factor $\frac{n'}{(n+r)'}=\frac{1}{(n+1)(n+2)\ldots.(n+r)}=[n]^{-r}$ enthalten werde. Setzt man daher sogleich: $[n]^{-r}.\overset{r}{\varphi}n$ für $\overset{r}{\varphi}n$, so hat man:

$$(e^x-1)^n = S[n]^{-\alpha}.\overset{\alpha}{\varphi}n.x^{n+\alpha},$$

und die gefundene Recursionsformel geht, wenn jene Substitution gleichmäfsig durchgeführt wird, über in:

$$\overset{r}{\varphi}n = \overset{r}{\varphi}(n-1)+n.\overset{r-1}{\varphi}n.$$

Nun ist aber, wie schon im §. 85. angegeben ist, ${}^{n+1}\overset{r}{f}={}^{n}\overset{r}{f}+n.{}^{n}\overset{r-1}{f}$, und wenn $-n$ für n gesetzt wird: ${}^{-n+1}\overset{r}{f}={}^{-n}\overset{r}{f}+(-n).{}^{-n}\overset{r-1}{f}$, oder auch

$${}^{-n}\overset{r}{f} = {}^{-(n-1)}\overset{r}{f}+n.{}^{-n}\overset{r-1}{f},$$

und da diese Recursionsformel mit der für $\overset{r}{\varphi}n$ ganz zusammenfällt, auch die Gleichheit der ersten nach diesen Formeln zu berechnenden Gröfsen nachgewiesen werden kann, so hat man allgemein: $\overset{r}{\varphi}n={}^{-n}\overset{r}{f}$, und es ist demnach:

$$1. \quad (e^x-1)^n = S[n]^{-\alpha}.{}^{-n}\overset{\alpha}{f}.x^{n+\alpha}.$$

wie in §. 85. ebenfalls behauptet wurde. Da $e^x-1=\mathfrak{Cos}\,x-1+\mathfrak{Sin}\,x$ $=2\,\mathfrak{Sin}\frac{x^2}{2}+2\,\mathfrak{Sin}\frac{x}{2}\,\mathfrak{Cos}\frac{x}{2}=2\,\mathfrak{Sin}\frac{x}{2}\left(\mathfrak{Sin}\frac{x}{2}+\mathfrak{Cos}\frac{x}{2}\right)=2\,\mathfrak{Sin}\frac{x}{2}.e^{\frac{x}{2}}$ ist, so hat man also auch:

$$2. \quad \left(2\,\mathfrak{Sin}\frac{x}{2}\right)^n = e^{-\frac{nx}{2}}.S[n]^{-\alpha}.{}^{-n}\overset{\alpha}{f}.x^{n+\alpha}.$$

In Anwendung der im §. 107. zur Umkehrung dienenden allgemeinen Formel hat man also: $x^m \dot{=} S\frac{m}{m+\alpha}\overset{\alpha}{\varphi}(-m-\alpha).(e^x-1)^{m+\alpha}$, und da $\overset{r}{\varphi}n=[n]^{-r}.{}^{-n}\overset{r}{f}$, also $\overset{r}{\varphi}(-m-r)=[-m-r]^{-r}.{}^{m+r}\overset{r}{f}$, und daher $\frac{m}{m+r}.\overset{r}{\varphi}(-m-r)$ $=(-1)^r.[m]^{-r}.{}^{m+r}\overset{r}{f}$ ist, so hat man:

$$3. \quad x^m = S(-1)^\alpha[m]^{-\alpha}\,{}^{m+\alpha}\overset{\alpha}{f}.(e^x-1)^{m+\alpha}.$$

Setzt man $e^x - 1 = z$, so ist $e^x = 1 + z$ und $x = \log(1+z)$, also hat man $\{\log(1+z)\}^m = S(-1)^\alpha [m]^{-\alpha} . {}^{m+\alpha}\overset{\alpha}{f} . z^{m+\alpha}$, und für $m = 1$ hat man $\log(1+z) = S(-1)^\alpha . \frac{z^{\alpha+1}}{\alpha+1}$, wie allgemein bekannt ist. Es fällt die Reihe für $\log(1+z)$ ebenfalls unter die Form der Reihe für P im §. 109., und man hätte also die Potenzen dieser Reihe in ähnlicher Art entwickeln können, wie die Potenzen der Reihe für $e^x - 1$.

§. 111.

Eine andere Folgerung ist die Entwickelung von e^{e^x} in eine nach Potenzen von x fortgehende Reihe. Es ist nemlich:

$$e^{e^x} = e\left(e^{e^x} - 1\right) = eS\frac{(e^x-1)^\alpha}{\alpha'} = e . S\, \frac{[\alpha]^{-\beta}}{\alpha'}\, {}^{-\alpha}\overset{\beta}{f}\, x^{\alpha+\beta}.$$

Wird daher $\alpha + \beta = \gamma$ gesetzt, und bemerkt, daſs der Coëfficient $\frac{[\alpha]^{-\beta}}{\alpha'} = \frac{1}{(\alpha+\beta)'} = \frac{1}{\gamma'}$ ist, so hat man: $e^{e^x} = e . S\, {}^{-\alpha}\overset{\beta}{f} . \frac{x^\gamma}{\gamma'} = e\Big\{1 + 1 . \frac{x}{1} + (1 + {}^{-1}\overset{1}{f}) . \frac{x^2}{2'}$ $+ (1 + {}^{-2}\overset{1}{f} + {}^{-1}\overset{2}{f}) . \frac{x^3}{3'} + (1 + {}^{-3}\overset{1}{f} + {}^{-2}\overset{2}{f} + {}^{-1}\overset{3}{f}) . \frac{x^4}{4'} + (1 + {}^{-4}\overset{1}{f} + {}^{-3}\overset{2}{f} + {}^{-2}\overset{3}{f} + {}^{-1}\overset{4}{f}) . \frac{x^5}{5'} + \text{etc.}\Big\}$, eine Reihe, deren Fortgang also einem ziemlich einfachen Gesetze unterworfen ist, und deren erste Glieder sind:

$$e^{e^x} = e\left(1 + x + \frac{2x^2}{2'} + \frac{5x^3}{3'} + \frac{15x^4}{4'} + \frac{52x^5}{5'} + \frac{203x^6}{6'} + \frac{877x^7}{7'} + \frac{4140x^8}{8'} + \text{etc.}\right).$$

Wenn im Ausdrucke für $\left(2\,\mathfrak{Sin}\frac{x}{2}\right)^n$ der Formel (2.) für die Exponentialgröſse $e^{-\frac{nx}{2}}$ substituirt wird eine Reihe, so giebt die wirkliche Multiplication eine nach Potenzen von x fortgehende Reihe für $\left(2\,\mathfrak{Sin}\frac{x}{2}\right)^n$. Setzt man zuvor $2x$ für x, so hat man offenbar auch:

$$(\mathfrak{Sin}\,x)^n = e^{-nx} . S\,[n]^{-\alpha} . 2^\alpha . {}^{-n}\overset{\alpha}{f} . x^{n+\alpha}.$$

Man kann diese Reihe unter $(\mathfrak{Sin}\,x)^n = S\,\overset{\alpha}{a} . x^{n+\alpha}$ vorstellen, und hat dann allgemein:

$$\overset{r}{a} = S(-1)^\beta\,[n]^{-\alpha} . 2^\alpha . {}^{-n}\overset{\alpha}{f} . \frac{n^\beta}{\beta'} \qquad \text{cond. } (\alpha + \beta = r).$$

Dieser Ausdruck zernichtet sich jedesmal, wenn r eine ungerade Zahl bezeichnet, und hat auch noch andere, zum Theil lästige Eigenschaften, welche darin bestehen, daſs man die Werthe von $[n]^{-\alpha} . {}^{-n}\overset{\alpha}{f}$ für solche Werthe von n, welche negative oder auch gebrochene Zahlen sind, nicht eben so

einfach berechnen kann, als wenn n eine positive ganze Zahl ist. Schon für $n = -1$ tritt diese gröſsere Schwierigkeit ein.

§. 112.

Man könnte auf den Gedanken kommen, die höheren Differentialverhältnisse der Potenz $y = (\text{Sin}\, x)^n$ zu entwickeln, um dann die Taylorsche Reihe anzuwenden. Diese Verhältnisse findet man auch leicht. Es ist nemlich $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = n(n-1)\,\text{Sin}\, x^{n-2} + n^2\,\text{Sin}\, x^n$, und man findet überhaupt:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^{2r} y}{\partial x^{2r}} &= S\,[n]^{2\beta} \cdot \overset{\alpha}{\underset{(\beta)}{C}} \cdot \text{Sin}\, x^{n-2\beta} \\ \frac{\partial^{2r+1} y}{\partial x^{2r+1}} &= S\,[n]^{2\beta+1} \cdot \overset{\alpha}{\underset{(\beta)}{C}} \cdot \text{Sin}\, x^{n-2\beta-1} \cdot \text{Cos}\, k \end{aligned}\right\} \quad \text{cond.}\ (\alpha + \beta = r).$$

In diesen Ausdrücken, welche offenbar nicht sehr zusammengesetzt sind, bezeichnet allgemein das Zeichen $\overset{\alpha}{\underset{(\beta)}{C}}$ eine aus den Elementen der Scale $(\beta) = [n^2, (n-2)^2, (n-4)^2, \ldots (n-2\beta)^2]$, welche aus $\beta + 1$ Elementen besteht, bei unbedingter Wiederholbarkeit derselben gebildete Combinationsclasse des αten Grades. In Anwendung dieser Ausdrücke hat man sogleich:

$$(\text{Sin}\,(x + \triangle x))^n = \text{Sin}\, x^n + \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{\triangle x}{1} + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \cdot \frac{\triangle x^2}{2'} + \text{etc.}$$

Aber dieser Ausdruck versagt, wenn $x = 0$ gesetzt wird. Anders verhält es sich mit dem ähnlichen Ausdrucke für $(\text{Cos}\,(x + \triangle x))^n$; setzt man nemlich $y = (\text{Cos}\, x)^n$, so findet man

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^{2r} y}{\partial x^{2r}} &= S(-1)^\beta\,[n]^{2\beta} \cdot \overset{\alpha}{\underset{(\beta)}{C}} \cdot \text{Cos}\, x^{n-2\beta} \\ \frac{\partial^{2r+1} y}{\partial x^{2r+1}} &= S(-1)^\beta\,[n]^{2\beta} \cdot \overset{\alpha}{\underset{(\beta)}{C}} \cdot \text{Cos}\, x^{n-2\beta-1} \cdot \text{Sin}\, x \end{aligned}\right\} \quad \text{cond.}\ (\alpha + \beta = r).$$

Man erhält diese beiden letzten Ausdrücke aus den beiden vorigen, indem man nur $x + \frac{\pi}{2}\sqrt{-1}$ für x setzt, und die Unmöglichkeit wieder fallen läſst. Wenn man weiter in den beiden letzten Formeln $n = -1$ und $x\sqrt{-1}$ für x setzt, so erhält man die im §. 68. angegebenen Ausdrücke. Wird in den beiden letzten Ausdrücken $x = 0$ gesetzt, so fällt nur der zweite weg, aber der erste bleibt.

Schlieſslich mag noch bemerkt werden, daſs, da $\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{e^x + 1} = \frac{1}{e^{2x} - 1}$ ist, die Entwickelung von $(e^x - 1)^{-1}$ auf die Entwickelung von $(e^x + 1)^{-1}$ in eine nach Potenzen von x fortgehende Reihe zurückgebracht werden kann. Auf diese Weise hat man zwei Formeln zur independenten Berechnung der unbekannten Coëfficienten gefunden, welche allgemein bekannt sind.

Vierter Abschnitt.

Bemerkenswerther Ausdruck für Combinationsclassen, die bei unbedingter Wiederholbarkeit gebildet sind.

Eine sehr allgemeine Entwickelungsmethode für $\varphi(x+z)$.

§. 113.

Wählt man in einer Scale $(n) = (a, \overset{1}{a}, \overset{2}{a}, \overset{3}{a}, \ldots \overset{n}{a})$, welche offenbar $(n+1)$ Elemente von willkürlicher Gröfse begreift, willkürlich eines, um die übrigen Elemente einzeln von ihm zu subtrahiren und eine Potenz mit unveränderlichem Exponenten, die aus jenem einen Elemente gebildet ist, durch das Product der erhaltenen Differenzen zu dividiren, so können solcher Quotienten so viele gebildet werden, als Elemente vorhanden sind, und die Summe dieser Quotienten ist dann ein Ausdruck, welcher mit einer aus den Elementen der Scale (n) bei unbedingter Wiederholbarkeit gebildeten Combinationsclasse gleichgeltend ist, aber unter gewissen Umständen auch $=1$ und auch $=0$ sein kann.

Unter $\overset{\alpha}{\psi} n$ verstehe man allgemein das Product $(\overset{\alpha}{a} - a)(\overset{\alpha}{a} - \overset{1}{a}) \ldots$ $\ldots (\overset{\alpha}{a} - \overset{\alpha-1}{a})(\overset{\alpha}{a} - \overset{\alpha+1}{a}) \ldots (\overset{\alpha}{a} - \overset{n}{a})$, so ist der eben beschriebene Ausdruck:

$$\frac{a^m}{\overset{0}{\psi} n} + \frac{\overset{1}{a}{}^m}{\overset{1}{\psi} n} + \frac{\overset{2}{a}{}^m}{\overset{2}{\psi} n} \ldots + \frac{\overset{\alpha}{a}{}^m}{\overset{\alpha}{\psi} n} \ldots + \frac{\overset{n}{a}{}^m}{\overset{n}{\psi} n} = \Phi(m, n),$$

und es versteht sich von selbst, dafs unter den Elementen $a, \overset{1}{a}, \overset{2}{a}, \ldots \overset{n}{a}$ keine zwei gleiche vorkommen dürfen, weil sonst wenigstens zwei von den Nennern ψ Null sein würden.

Käme noch ein Element $\overset{n+1}{a}$ zu den Elementen der Scale (n), so hätte man den ähnlichen Ausdruck:

$$\frac{a^m}{\overset{0}{\psi}(n+1)} + \frac{\overset{1}{a}{}^m}{\overset{1}{\psi}(n+1)} \ldots + \frac{\overset{\alpha}{a}{}^m}{\overset{\alpha}{\psi}(n+1)} \ldots + \frac{\overset{n}{a}{}^m}{\overset{n}{\psi}(n+1)} + \frac{\overset{n+1}{a}{}^m}{\overset{n+1}{\psi}(n+1)} = \Phi(m, n+1).$$

Da aber $\overset{\alpha}{\psi}(n+1) = (\overset{\alpha}{a} - \overset{n+1}{a}) \cdot \overset{\alpha}{\psi} n$ ist, wenn $\alpha < n+1$ ist, so hat man

$$\frac{1}{\overset{\alpha}{\psi} n} = \frac{\overset{\alpha}{a} - \overset{n+1}{a}}{\overset{\alpha}{\psi}(n+1)},$$

und wenn dieser Werth im ersten Ausdrucke gleichmäfsig substituirt wird, so erhält man:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\overset{0}{a}{}^{m+1}}{\overset{0}{\psi}(n+1)}+\dfrac{\overset{1}{a}{}^{m+1}}{\overset{1}{\psi}(n+1)}\cdots\cdot+\dfrac{\overset{\alpha}{a}{}^{m+1}}{\overset{\alpha}{\psi}(n+1)}\cdots\cdot+\dfrac{\overset{n}{a}{}^{m+1}}{\overset{n}{\psi}(n+1)}\\ -\overset{n+1}{a}\cdot\left(\dfrac{\overset{0}{a}{}^{m}}{\overset{0}{\psi}(n+1)}+\dfrac{\overset{1}{a}{}^{m}}{\overset{1}{\psi}(n+1)}\cdots\cdot+\dfrac{\overset{\alpha}{a}{}^{m}}{\overset{\alpha}{\psi}(n+1)}\cdots\cdot+\dfrac{\overset{n}{a}{}^{m}}{\overset{n}{\psi}(n+1)}\right)\end{array}\right\}=\varphi(m,n).$$

Der obere Theil des Ausdruckes von $\varphi(m,n)$ ist offenbar

$$=\varphi(m+1,n+1)-\frac{\overset{n+1}{a}{}^{m+1}}{\overset{n+1}{\psi}(n+1)},$$

und der untere mit $-\overset{n+1}{a}$ multiplicirte Theil ist

$$=-\overset{n+1}{a}\cdot\varphi(m,n+1)+\frac{\overset{n+1}{a}{}^{m+1}}{\overset{n+1}{\psi}(n+1)},$$

also hat man:

$$\varphi(m+1,n+1)=\varphi(m,n)+\overset{n+1}{a}\cdot\varphi(m,n+1),$$

und schon aus dieser Formel würde man schliefsen können, dafs allgemein $\varphi(m,n)=\overset{m-n}{\underset{(n)}{C}}$ sei, wenn unter $\overset{m-n}{\underset{(n)}{C}}$ eine aus den $(n+1)$ Elementen der Scale (n) bei unbedingter Wiederholbarkeit gebildete Combinationsclasse des $(m-n)$ten Grades verstanden wird.

§. 114.

Um aber den Schlufs hier evidenter zu machen, leiten wir aus der gefundenen Formel eine andere her. Es bezeichne $\varphi_\alpha(m,n)$ dasselbe, wie $\varphi(m,n)$, nur mit dem Unterschiede, dafs $\varphi_\alpha(m,n)$ aus den übrigen Elementen der Scale (n) gebildet sei, welche bleiben, wenn das Element $\overset{\alpha}{a}$ zuvor aus ihr weggelassen ist, und eben so bezeichne $\varphi_\varepsilon(m,n)$ einen Ausdruck, welcher aus den Elementen der Scale (n) gebildet ist, wenn das Element $\overset{\varepsilon}{a}$ zuvor aus ihr weggelassen ist. In Anwendung dieser Bezeichnung hat man nach §. 113.:

$$\varphi(m,n)=\varphi_\alpha(m-1,n)+\overset{\alpha}{a}\cdot\varphi(m-1,n)\quad\text{und}$$
$$\varphi(m,n)=\varphi_\varepsilon(m-1,n)+\overset{\varepsilon}{a}\cdot\varphi(m-1,n).$$

Sind nun α und ε verschieden von einander (jede ist nicht $>n$), so findet man durch Subtraction:

$$0=\varphi_\alpha(m-1,n)-\varphi_\varepsilon(m-1,n)+(\overset{\alpha}{a}-\overset{\varepsilon}{a})\,\varphi(m-1,n),$$

und wenn $m+1$ für m gesetzt wird, so hat man:

$$1.\quad \varphi(m,n)=\frac{\varphi_\varepsilon(m,n)-\varphi_\alpha(m,n)}{\overset{\alpha}{a}-\overset{\varepsilon}{a}}.$$

Eine ähnliche Formel betrifft Combinationsclassen, welche bei unbedingter Wiederholbarkeit aus deu Elementen gewisser Scalen gebildet sind. Wird nemlich unter (n, α) die Scale n, wenn das Element $\overset{\alpha}{a}$ aus ihr gestoſsen ist, verstanden und unter (n, ε) die Scale n nach Wegwerfung des Elementes $\overset{\varepsilon}{a}$ aus ihr, so hat man bekanntlich:

$$\underset{(n)}{\overset{r+1}{C}} = \underset{(n,\alpha)}{\overset{r+1}{C}} + \underset{(n)}{\overset{r}{C}} \cdot \overset{\alpha}{a} \quad \text{und} \quad \underset{(n)}{\overset{r+1}{C}} = \underset{(n,\varepsilon)}{\overset{r+1}{C}} + \underset{(n)}{\overset{r}{C}} \cdot \overset{\varepsilon}{a},$$

und also auch:

$$2. \quad \underset{(n)}{\overset{r}{C}} = \frac{\underset{(n,\varepsilon)}{\overset{r+1}{C}} - \underset{(n,\alpha)}{\overset{r+1}{C}}}{\overset{\alpha}{a} - \overset{\varepsilon}{a}}.$$

Nun ist aber nach §. 113. offenbar $\varphi(m, 1) = \frac{\overset{0}{a}{}^m}{\overset{0}{a} - \overset{1}{a}} + \frac{\overset{1}{a}{}^m}{\overset{1}{a} - \overset{0}{a}} = \frac{\overset{0}{a}{}^m - \overset{1}{a}{}^m}{\overset{0}{a} - \overset{1}{a}}$, und $\underset{(1)}{\overset{m-1}{C}} = \overset{0}{a}{}^{m-1} + \overset{0}{a}{}^{m-2} . \overset{1}{a}{}^1 + \overset{0}{a}{}^{m-3} . \overset{1}{a}{}^2 + \overset{0}{a}{}^{m-4} . \overset{1}{a}{}^3 \ldots\ldots + \overset{0}{a}{}^1 . \overset{1}{a}{}^{m-2} + \overset{1}{a}{}^{m-1}$, und wird diese aus m Gliedern bestehende Reihe summirt, so hat man ebenfalls $\frac{\overset{0}{a}{}^m - \overset{1}{a}{}^m}{\overset{0}{a} - \overset{1}{a}}$ zur Summe, und es ist also zunächst: $\varphi(m, 1) = \underset{(1)}{\overset{m-1}{C}}$, welches der obigen Behauptung im §. 113. gemäſs ist. Und nun dienen die Formeln (1. und 2.) zur Fortsetzung des Beweises. Da nemlich die Scalen (2, 2) und (2, 1) ebenfalls nur zwei Elemente und also nicht mehr als die Scale $(1) = \overset{0}{a}, \overset{1}{a}$ enthalten, so hat man, weil $\varphi(m, 1) = \underset{(1)}{\overset{m-1}{C}}$ ist,

$$\text{auch } \varphi_2(m, 2) = \underset{(2,2)}{\overset{m-1}{C}} \text{ und } \varphi_1(m, 2) = \underset{(2,1)}{\overset{m-1}{C}}.$$

Daher ist nach der Formel (1.): $\varphi(m, 2) = \frac{\varphi_2(m, 2) - \varphi_1(m, 2)}{\overset{1}{a} - \overset{2}{a}} = \frac{\underset{(2,2)}{\overset{m-1}{C}} - \underset{(2,1)}{\overset{m-1}{C}}}{\overset{1}{a} - \overset{2}{a}}$, welcher Ausdruck nach Formel (2.) $= \underset{(2)}{\overset{m-2}{C}}$ ist; man hat also auch

$$\varphi(m, 2) = \underset{(2)}{\overset{m-2}{C}}.$$

Der Fortgang ist so einfach, daſs man die Richtigkeit der Behauptung: $\varphi(m, n) = \underset{(n)}{\overset{m-n}{C}}$ schon ganz übersieht. Aus dieser Gleichung könnte man auch schon schlieſsen, daſs $\varphi(n, n) = 1$ sein werde, weil $\underset{(n)}{\overset{0}{C}} = 1$ ist, und und daſs $\varphi(m, n) = 0$ sein werde, wenn $m < n$ angenommen wird.

§. 115.

Um nun die Richtigkeit dieser letzten Behauptungen ganz ins Klare zu setzen, bemerken wir, daſs für den Fall $n < m$ das vorhin gefundene Resultat benutzt werden darf, und daſs also namentlich

$$\Phi(n, n-1) = \underset{(n-1)}{\overset{1}{C}} = a + \overset{1}{a} + \overset{2}{a} \ldots + \overset{n-1}{a} \text{ sei,}$$

oder einfacher $\Phi(n, n-1) = (n-1)$. Wird nun unter (n, α) wieder die Scale $(a + \overset{1}{a} \ldots + \overset{\alpha}{a} \ldots + \overset{n}{a})$ nach Auslöschung des Elementes $\overset{\alpha}{a}$ in ihr verstanden, so haben wir also auch, weil die Scale (n, α) nicht mehr Elemente enthält, als die Scale $(n-1)$:

$$\Phi_\alpha(n, n) = (n, \alpha) \text{ und } \Phi_\varepsilon(n, n) = (n, \varepsilon).$$

Da nun aber $(n, \alpha) = (n) - \overset{\alpha}{a}$ und $(n, \varepsilon) = (n) - \overset{\varepsilon}{a}$ ist, so haben wir $\Phi_\varepsilon(n, n) - \Phi_\alpha(n, n) = \overset{\alpha}{a} - \overset{\varepsilon}{a}$, und da nach §. 114. Formel (1.)

$$\Phi(n, n) = \frac{\varphi_\varepsilon(n, n) - \varphi_\alpha(n, n)}{\overset{\alpha}{a} - \overset{\varepsilon}{a}}$$

ist, so ist also auch offenbar

$$\Phi(n, n) = \frac{\overset{\alpha}{a} - \overset{\varepsilon}{a}}{\overset{\alpha}{a} - \overset{\varepsilon}{a}} = +1.$$

Um nun noch schlieſslich zu beweisen, daſs $\Phi(m, n) = 0$ sei, wenn $m < n$ genommen wird, dient die Formel:

$$\Phi(m+1, n+1) = \Phi(m, n) + \overset{n+1}{a} . \Phi(m, n+1).$$

Setzen wir in derselben $m = n$, so haben wir

$$\Phi(n+1, n+1) = \Phi(n, n) + \overset{n+1}{a} . \Phi(n, n+1),$$

und da $\Phi(n, n) = \Phi(n+1, n+1) = 1$ ist, so hat man $\overset{n+1}{a} . \Phi(n, n+1) = 0$, und also $\Phi(n, n+1) = 0$. Setzen wir nun aber in der Formel

$$\Phi(m+1, n) = \Phi(m, n-1) + \overset{n}{a} . \Phi(m, n) \text{ die Zahl } n = m+2,$$

so haben wir $\Phi(m+1, m+2) = \Phi(m, m+1) + \overset{m+2}{a}\, \Phi(m, m+2)$, so ist nach dem so eben Gefundenen $\Phi(m+1, m+2) = \Phi(m, m+1) = 0$, und also $\Phi(m, m+2) = 0$. Wird weiter $n = (m+3, m+4, \text{etc.})$ gesetzt, so findet man $\Phi(m, m+3) = 0$, $\Phi(m, m+4) = 0$ etc., und es ist also allgemein $\Phi(m, m+k) = 0$, wenn k eine positive ganze Zahl bedeutet, welche > 0 ist.

In Anwendung dieses nun vollständig bewiesenen sehr fruchtbaren combinatorischen Theorems können die mehreren im Werke vorkommenden Com-

binationsclassen augenblicklich in analytische Ausdrücke umgesetzt werden. Wer also, aus was immer für Gründen, die Einmischung combinatorischer Begriffe meidet, kann davon Gebrauch machen für den genannten Zweck; er wird sich aber bald überzeugen, daſs die geforderte Rechnung mit bestimmten Zahlen dadurch nicht erleichtert, sondern umgekehrt erschwert wird. Wir machen aber von dem Theoreme einen andern Gebrauch.

§. 116.

Wenn man die Scale $(n) = (a, \overset{1}{a}, \overset{2}{a}, \ldots. \overset{n}{a})$ um ein Element $\overset{n+1}{a} = x$ vermehrt, so ist also, nach dem so eben Bewiesenen:

$$\varphi(m, n+1) = 0,$$

wenn m nur nicht gröſser als n ist, und man hat also:

$$\frac{a^m}{\overset{0}{\psi}(n+1)} + \frac{\overset{1}{a}{}^m}{\overset{1}{\psi}(n+1)} \ldots. + \frac{\overset{\alpha}{a}{}^m}{\overset{\alpha}{\psi}(n+1)} \ldots. + \frac{\overset{n}{a}{}^m}{\overset{n}{\psi}(n+1)} = -\frac{x^m}{\overset{n+1}{\psi}(n+1)}.$$

Wird das letzte Glied von seinem Nenner befreit, und bemerkt, daſs

$$\frac{\overset{n+1}{\psi}(n+1)}{\overset{\alpha}{\psi}(n+1)} = \frac{(x-a)(x-\overset{1}{a}) \ldots. (x-\overset{\alpha-1}{a})(x-\overset{\alpha}{a})(x-\overset{\alpha+1}{a}) \ldots. (x-\overset{n}{a})}{(\overset{\alpha}{a}-a)(\overset{\alpha}{a}-\overset{1}{a}) \ldots. (\overset{\alpha}{a}-\overset{\alpha-1}{a})(\overset{\alpha}{a}-\overset{\alpha+1}{a}) \ldots. (\overset{\alpha}{a}-\overset{n}{a})(\overset{\alpha}{a}-x)},$$

und also nach Aufhebung des gemeinschaftlichen Factors $x - \overset{\alpha}{a}$ im Zähler und Nenner $= -\dfrac{(x-a)(x-\overset{1}{a}) \ldots. (x-\overset{\alpha-1}{a})(x-\overset{\alpha+1}{a}) \ldots. (x-\overset{n}{a})}{(\overset{\alpha}{a}-a)(\overset{\alpha}{a}-\overset{1}{a}) \ldots. (\overset{\alpha}{a}-\overset{\alpha-1}{a})(\overset{\alpha}{a}-\overset{\alpha+1}{a}) \ldots. (\overset{\alpha}{a}-\overset{n}{a})}$ ist, welcher Ausdruck mit $-\overset{\alpha}{X}$ bezeichnet werden mag, so hat man die folgende ziemlich einfache Gleichung:

$$\overset{0}{X}.a^m + \overset{1}{X}.\overset{1}{a}{}^m + \overset{2}{X}.\overset{2}{a}{}^m \ldots. + \overset{\alpha}{X}.\overset{\alpha}{a}{}^m \ldots. + \overset{n}{X}.\overset{n}{a}{}^m = x^m.$$

Die Gröſsen $\overset{0}{X}, \overset{1}{X}, \overset{2}{X}$ etc. sind in ähnlicher Art gebildet, wie die Gröſse $\overset{\alpha}{X}$ und es ist z. B.

$$\overset{0}{X} = \frac{(x-\overset{1}{a})(x-\overset{2}{a}) \ldots. (x-\overset{n}{a})}{(a-\overset{1}{a})(a-\overset{2}{a}) \ldots. (a-\overset{n}{a})}.$$

Man muſs aber nicht vergessen, daſs die gefundene Gleichung nur dann ihre Richtigkeit hat, wenn m nicht $> n$ ist.

Die Gröſse $\overset{\alpha}{X}$ ist $= 1$ für $x = \overset{\alpha}{a}$ und ist $= 0$, wenn x gleich einem von a verschiedenen Elemente der Scale $(n) = a, \overset{1}{a}, \overset{2}{a}, \ldots. \overset{n}{a}$ ist.

§. 117.

Wenn eine Function von x eine rationale ganze von geschlossener Form ist, und dieselbe unter der Form:

$$fx = A + \overset{1}{A}x + \overset{2}{A}x^2 \ldots + \overset{\alpha}{A}x^\alpha \ldots + \overset{n}{A}x^n,$$

welche vom $n$ten Grade ist, dargestellt werden kann, so kann man den arithmetischen Ausdruck dieser Function finden, wenn man zu $n+1$ verschiedenen Werthen von x, welche in der Scale $(n) = a, \overset{1}{a}, \overset{2}{a}, \ldots \overset{n}{a}$ enthalten sind, die zugehörigen Werthe der Function fx kennt.

Man könnte ja auch für x in dem für fx aufgestellten Ausdrucke nach einander die in der Scale (n) enthaltenen Elemente als Werthe substituiren, und fände dann $(n+1)$ Gleichungen des ersten Grades, woraus die eben so vielen unbekannten Coëfficienten $A, \overset{1}{A}, \overset{2}{A}, \ldots \overset{n}{A}$ sicher berechnet werden könnten, da die für x substituirten Werthe der Annahme gemäſs sämmtlich verschieden von einander sind und also keine identische Gleichungen vorkommen. Ein solche Gleichung wäre z. B.

$$f\overset{\alpha}{a} = A + \overset{1}{A}\overset{\alpha}{a}^1 + \overset{2}{A}\overset{\alpha}{a}^2 \ldots + \overset{\beta}{A}\overset{\alpha}{a}^\beta \ldots + \overset{n}{A}.\overset{\alpha}{a}^n.$$

Man gelangt aber ungleich rascher zum gesuchten Ausdrucke für fx, wenn man die vorstehende Gleichung mit $\overset{\alpha}{X}$ multiplicirt, dann für α die aufeinander folgenden Werthe $\alpha = 0, 1, 2, \ldots n$ setzt und die entstehenden einzelnen Gleichungen addirt. Dadurch erhält man:

$$S\overset{\alpha}{X}f\overset{\alpha}{a} = A.S\overset{\alpha}{X} + \overset{1}{A}.S\overset{\alpha}{X}\overset{\alpha}{a}^1 \ldots + \overset{\beta}{A}.S\overset{\alpha}{X}\overset{\alpha}{a}^\beta \ldots + \overset{n}{A}.S\overset{\alpha}{X}\overset{\alpha}{a}^n,$$

wenn sich das Summezeichen S auf die Veränderlichkeit von α, nach der Bedingung α nicht $> n$, bezieht. In Anwendung des im §. 116. bewiesenen Satzes hat man also:

$$S\overset{\alpha}{X}.f\overset{\alpha}{a} = A + \overset{1}{A}x^1 \ldots + \overset{\beta}{A}.x^\beta \ldots + \overset{n}{A}.x^n,$$

oder einfacher:

$$fx = \overset{0}{X}.f\overset{0}{a} + \overset{1}{X}.f\overset{1}{a} + \overset{2}{X}.f\overset{2}{a} \ldots + \overset{\alpha}{X}.f\overset{\alpha}{a} \ldots + \overset{n}{X}.f\overset{n}{a}.$$

Wollte man diesen Ausdruck nach Potenzen von x entwickeln, welches aber unnöthig ist, so würde er unter die im Anfange für fx gewählte Form fallen und eine Form des $n$ten Grades sein.

Wenn die Function fx nicht in einer Form des $n$ten Grades dargestellt werden kann, sondern eine Form eines noch höheren Grades ist, oder gar ins Unendliche fortgeht, oder endlich gar nicht einmal den gewählten einfachen Fortschritt nach Potenzen von x haben kann und gleichwohl nur $(n+1)$ Werthe der Function bekannt sind, so ist der auf die vorige Weise gefundene Ausdruck für fx unrichtig oder nur näherungs-

weise richtig. In diesem Falle sinkt die Formel zu einer Interpolationsformel herab und Lagrange hat dieselbe auch als solche zuerst gefunden, aber auf ganz andere Weise, wie hier gelehrt worden ist.

Zusatz. Die im §. 108. gefundene Formel (3.) könnte man aus der so eben gefundenen allgemeineren ohne Mühe herleiten.

§. 118.

Der im §. 117. für fx gefundene Ausdruck ist für den Gebrauch sehr bequem, wenn die Zahl n, welche den Grad der Form für fx bestimmt, keine sehr große ganze Zahl ist; ist diese Zahl aber groß, oder ist sie vollends unendlich, so ist die Form des Ausdrucks unbequem, denn er hat nicht nur $(n+1)$ Glieder, sondern jedes Glied besteht auch aus $(n+1)$ Factoren, und wenn also n ins Unendliche fortgeht, so ist auch jedes Glied ein Product von unendlich vielen Factoren, und der Ausdruck für diesen Fall völlig unbrauchbar. Es kann aber aus dem Theoreme des §. 113. eine Folgerung gezogen werden, die uns in den Stand setzt, einen neuen Ausdruck für eine Function zu finden, welcher den genannten Übelstand nicht hat.

Es bezeichne φx eine Form des $n$ten Grades (rationale ganze Function) und es sei etwa:

$$\varphi x = A + \overset{1}{A}x + \overset{2}{A}x^2 \ldots + \overset{n}{A}.x^n,$$

so kann der Ausdruck $\frac{\varphi \overset{0}{a}}{\overset{0}{\psi} n} + \frac{\varphi \overset{1}{a}}{\overset{1}{\psi} n} + \frac{\varphi \overset{2}{a}}{\overset{2}{\psi} n} \ldots + \frac{\varphi \overset{\alpha}{a}}{\overset{\alpha}{\psi} n} \ldots + \frac{\varphi \overset{n}{a}}{\overset{n}{\psi} n}$ leicht auf einen einfachen Ausdruck seines Werthes zurückgebracht werden. Substituirt man nemlich im Ausdrucke für φx statt x der Reihe nach a, $\overset{1}{a}$, $\overset{2}{a}$, etc. bis $\overset{n}{a}$, so erhält man:

$$\begin{aligned}
&A.\left(\frac{1}{\overset{0}{\psi} n} + \frac{1}{\overset{1}{\psi} n} \ldots + \frac{1}{\overset{n}{\psi} n}\right) \\
+&\overset{1}{A}.\left(\frac{a}{\overset{0}{\psi} n} + \frac{\overset{1}{a}}{\overset{1}{\psi} n} \ldots + \frac{\overset{n}{a}}{\overset{n}{\psi} n}\right) \\
+&\quad \vdots \qquad \vdots \\
+&\overset{n-1}{A}.\left(\frac{a^{n-1}}{\overset{0}{\psi} n} + \frac{\overset{1}{a}{}^{n-1}}{\overset{1}{\psi} n} \ldots + \frac{\overset{n}{a}{}^{n-1}}{\overset{n}{\psi} n}\right) \\
+&\overset{n}{A}.\left(\frac{a^n}{\overset{0}{\psi} n} + \frac{\overset{1}{a}{}^n}{\overset{1}{\psi} n} \ldots + \frac{\overset{n}{a}{}^n}{\overset{n}{\psi} n}\right),
\end{aligned}$$

und da nach §. 115. die eingeklammerten Ausdrücke einzeln $= 0$ sind, und nur der letzte eingeklammerte Ausdruck $= 1$ ist, so hat man also:

$$\frac{\varphi a}{\overset{0}{\psi} n} + \frac{\varphi \overset{1}{a}}{\overset{1}{\psi} n} + \frac{\varphi \overset{2}{a}}{\overset{2}{\psi} n} \ldots + \frac{\varphi \overset{\alpha}{a}}{\overset{\alpha}{\psi} n} \ldots + \frac{\varphi \overset{n}{a}}{\overset{n}{\psi} n} = \overset{n}{A}.$$

Hingegen ist der Ausdruck auf der linken Seite $= 0$, wenn φx eine rationale ganze Function ist, deren Grad $< n$ ist.

Ist also z. B. $\varphi x = A(x-p)(x-q)(x-r) \ldots$ und ist die Menge der Factoren $x-p$, $x-q$, $x-r$, etc. $= n$, so ist die gesuchte Summe $= A$, und wenn diese Menge $< n$ ist, so ist die Summe $= 0$, obgleich p, q, r etc. beliebige Werthe haben. Ist aber die Menge der Factoren $x-p$, $x-q$, $x-r$, etc. $> n$, dann werden auch die Zahlen p, q, r, etc. auf den Betrag der Summe Einfluſs haben.

§. 119.

Es seien a, $\overset{1}{a}$, $\overset{2}{a}$, $\overset{3}{a}$, ... $\overset{\alpha}{a}$, ... mehrere aufeinander folgende und etwa nach ihrer steigenden Gröſse geordnete Werthe einer veränderlichen Gröſse z, und eine Function dieser Gröſse z, welche durch $\varphi(x+z)$ im Allgemeinen bezeichnet sein mag, habe die jenen Werthen von z entsprechenden Werthe u, $\overset{1}{u}$, $\overset{2}{u}$, $\overset{3}{u}$, ... $\overset{\alpha}{u}$, ..., deren es also eben so viele giebt, so ist $\varphi(x+a) = u$, $\varphi(x+\overset{1}{a}) = \overset{1}{u}$, $\varphi(x+\overset{2}{a}) = \overset{2}{u}$, $\varphi(x+\overset{3}{a}) = \overset{3}{u}$, ... allgemein $\varphi(x+\overset{\alpha}{a}) = \overset{\alpha}{u}$. Nehmen wir nun für $\varphi(x+z)$ die folgende Form an:

1. $\varphi(x+z) = \overset{0}{A} + \overset{1}{A}(z-a) + \overset{2}{A}(z-a)(z-\overset{1}{a}) + \overset{3}{A}(z-a)(z-\overset{1}{a})(z-\overset{2}{a}) +$ etc.

so sind die Coëfficienten $\overset{0}{A}$, $\overset{1}{A}$, $\overset{2}{A}$ etc. die einzigen noch unbekannten Gröſsen. Bezeichnen wir aber die Producte der Factoren $z-a$, $z-\overset{1}{a}$, $z-\overset{2}{a}$, etc. auf ähnliche Art, wie die Facultäten, mit

$$[z|a]^{r} = (z-a)(z-\overset{1}{a})(z-\overset{2}{a}) \ldots (z-\overset{r-1}{a}),$$

so nemlich, daſs auch $[z|a]^{0} = 1$ und $[z|a]^{1} = z-a$ ist, so haben wir:

$$\varphi(x+z) = S\overset{\alpha}{A}.[z|a]^{\alpha}.$$

Unter der Voraussetzung aber, daſs die unbekannten Coëfficienten $\overset{0}{A}$, $\overset{1}{A}$, $\overset{2}{A}$, $\overset{3}{A}$, etc. von z unabhängig sind, können dieselben gefunden werden. Setzt man nemlich, um allgemein den Coëfficienten $\overset{n}{A}$ zu finden, $\overset{n}{a}$ für z, so fallen in der für $\varphi(x+z)$ angenommenen Reihe alle Glieder weg, welche auf das Glied $\overset{n}{A}.[z|a]^{n}$ folgen, weil sie den Factor $z-\overset{n}{a} = \overset{n}{a}-\overset{n}{a} = 0$ ent-

halten. Man hat also:

$$\varphi(x+z) = S\overset{n}{A}.[z|a]^{n-a} \text{ für } z = \overset{n}{a}.$$

Dieser Ausdruck ist in Hinsicht auf z offenbar eine rationale ganze Function des $n$ten Grades; auch gilt diese Gleichung für alle dem Werthe $\overset{n}{a}$ vorhergehende Werthe von z, und da der Coëfficient der höchsten oder $n$ten Potenz von z in diesem Ausdrucke $= \overset{n}{A}$ ist, so hat man also in Anwendung des im §. 118. bewiesenen Lehrsatzes:

$$2. \quad \overset{n}{A} = \frac{\overset{0}{u}}{\overset{0}{\psi} n} + \frac{\overset{1}{u}}{\overset{1}{\psi} n} + \frac{\overset{2}{u}}{\overset{2}{\psi} n} \cdots\cdots + \frac{\overset{a}{u}}{\overset{a}{\psi} n} \cdots\cdots + \frac{\overset{n}{u}}{\overset{n}{\psi} n},$$

wodurch also allgemein der Coëfficient $\overset{n}{A}$ bekannt geworden ist; die als Nenner vorkommenden Größen ψ haben aber denselben Bau und dieselbe Bedeutung wie im §. 113. Der Coëfficient $\overset{0}{A}$ wird aus der Gleichung (1.) gefunden, wenn man $z = a$ setzt, wodurch man erhält:

$$\overset{0}{A} = \varphi(x+a) = u.$$

Der Ausdruck $\overset{n}{A}$ ist eine von der Function $u = \varphi(x+a)$ abgeleitete Function von x, welche daher durch $D^n u$ bezeichnet sein mag, wobei dann aber n die Ordnungszahl ist, und also D^n nicht etwa als eine Potenz, womit u multiplicirt werden solle, zu betrachten ist. In Anwendung dieser Bezeichnung haben wir also

$$3. \quad \varphi(x+z) = u + D^1 u.[z|a]^1 + D^2 u.[z|a]^2 + D^3 u.[z|a]^3 \cdots\cdots \text{ und}$$

$$4. \quad D^n u = \frac{\overset{0}{u}}{\overset{0}{\psi} n} + \frac{\overset{1}{u}}{\overset{1}{\psi} n} + \frac{\overset{2}{u}}{\overset{2}{\psi} n} \cdots\cdots + \frac{\overset{a}{u}}{\overset{a}{\psi} n} \cdots\cdots + \frac{\overset{n}{u}}{\overset{n}{\psi} u}.$$

Der Ausdruck (3.) kann nun offenbar, wenn es nöthig ist, selbst ins Unendliche fortgesetzt werden, wenn nur die Reihe der Bedingungen, welche auf die Bestimmung der Function Einfluſs haben müssen, ebenfalls ins Unendliche fortgeht. Dieses Entwickelungstheorem ist das allgemeinste, was die Analysis je aufstellte; denn die gewöhnlichen Theoreme, welche für die Entwickelungen der Functionen in Anspruch genommen werden, erscheinen nur als besondere vor dem gegenwärtigen allgemeineren.

§. 120.

Die Ermittelung der **Derivirten** (derivirten Function) $D^n u$, welche das **Deriviren** heiſsen kann, geschieht nach der im §. 119. aufgestellten Formel (4.), diese Ermittelung ist dann independent; aber das Deriviren kann auch ein recurrirendes sein. Um nun dazu die Regel zu finden,

stellen wir fest, dafs unter $D^n \overset{1}{u}$ immer ein dem Ausdrucke $D^n u$ ähnlich gebildeter sei, den man aus diesem schon dadurch findet, dafs man die im Ausdrucke $D^n u$ vorkommenden Elemente jedes mit dem nächst folgenden vertauscht, und also setzt $\overset{1}{a}$ für a, $\overset{2}{a}$ für $\overset{1}{a}$, $\overset{3}{a}$ für $\overset{2}{a}$, u. s. w.

Die Gröfsen ψ erhalten dadurch ebenfalls eine Abänderung, sie enthalten nemlich nach einer solchen Veränderung das Element a nicht mehr, hingegen tritt das Element $\overset{n+1}{a}$ in sie hinein, ohne dafs es jedoch an die Stelle des hinausgetretenen Elements a käme. Geht etwa $\overset{\alpha}{\psi} n$ dadurch über in $\overset{\alpha}{\psi}_1 n$, so ist offenbar $(\overset{\alpha}{a} - a) . \overset{\alpha-1}{\psi}_1 n = \overset{\alpha}{\psi}(n+1)$ für jedes α, welches $< n$; und eben so auch $\overset{\alpha}{\psi} n = (\overset{\alpha}{a} - \overset{n+1}{a}) . \overset{\alpha}{\psi}(n+1)$.

Die Ausdrücke für $D^n u$ und $D^n \overset{1}{u}$ gehen aber, wenn nun $\frac{\overset{\alpha}{a} - a}{\overset{\alpha}{\psi}(n+1)}$ für $\frac{1}{\overset{\alpha-1}{\psi}_1 n}$, und $\frac{\overset{\alpha}{a} - \overset{n+1}{a}}{\overset{\alpha}{\psi}(n+1)}$ für $\frac{1}{\overset{\alpha}{\psi} n}$ gesetzt wird, über in die folgenden:

$$D^n \overset{1}{u} = \frac{a u}{\overset{0}{\psi}(n+1)} + \frac{\overset{1}{a}\,\overset{1}{u}}{\overset{1}{\psi}(n+1)} \ldots + \frac{\overset{n+1}{a} . \overset{n+1}{u}}{\overset{n+1}{\psi}(n+1)} - a . D^{n+1} u,$$

$$D^n u = \frac{a u}{\overset{0}{\psi}(n+1)} + \frac{\overset{1}{a}\,\overset{1}{u}}{\overset{1}{\psi}(n+1)} \ldots + \frac{\overset{n+1}{a} . \overset{n+1}{u}}{\overset{n+1}{\psi}(n+1)} - \overset{n+1}{a} . D^{n+1} u.$$

Wird also die zweite Gleichung von der ersten subtrahirt, so hat man die folgende einfache Formel:

$$D^{n+1} u = \frac{D^n \overset{1}{u} - D^n u}{\overset{n+1}{a} - a}.$$

Um also von einer Derivirten (Derivate) $D^n u$ zur nächst höheren $D^{n+1} u$ aufzusteigen, **vertausche man jedes in der gegebenen Derivate vorkommende Element mit dem nächst folgenden, vom veränderten Ausdrucke subtrahire man den gegebenen und dividire den Rest durch den Unterschied der beiden äufsersten Elemente, welche im Reste vorkommen.**

Mit jeder neuen Derivation findet man also in der Reihe

$$\varphi(x+z) = S\, D^\alpha u . [z|a]^{\alpha}$$

ein neues oder späteres Glied; aber mit jedem solchen Schritte kommt auch ein neues Element in Rechnung und macht sich also auch eine neue Bedingung für die Bestimmung der Function geltend.

§. 121.

Wenn in der Elementenreihe $a, \overset{1}{a}, \overset{2}{a}, \ldots\ldots \overset{k}{a}, \ldots\ldots \overset{n}{a}, \ldots\ldots$ einige erste Elemente unbenutzt bleiben, so hat man nicht nöthig, die Folge der übrigen abzuändern. Soll etwa das Element $\overset{k}{a}$ als das erste betrachtet werden, so tritt es in den vorigen Formeln an die Stelle des Elementes a; überhaupt treten dann die Elemente $\overset{k}{a}, \overset{k+1}{a}, \overset{k+2}{a}$, etc. an die Stelle der Elemente $a, \overset{1}{a}, \overset{2}{a}$, etc. Dadurch geht allgemein $D^\alpha u$ über in $D^\alpha \overset{k}{u}$, und es bezeichnet dann $D^\alpha \overset{k}{u}$ einen Ausdruck, welchen man erhält, wenn man jede Zeigezahl der im Ausdrucke $D^\alpha u$ vorkommenden Elemente um k erhöhet. Eben so bedeutet dann $[z|\overset{k\,\alpha}{a}]$, daſs man die Zeigezahl eines jeden in $[z|\overset{\alpha}{a}]$ vorkommenden Elementes um k erhöhen soll. Man hat also noch allgemeiner:

$$\varphi(x+z) = u + D^1 \overset{k}{u}.[z|\overset{k\,1}{a}] + D^2 u.[z|\overset{k\,2}{a}] + D^3 u.[z|\overset{k\,3}{a}] + \text{etc.} = S\, D^\alpha u.[z|\overset{k\,\alpha}{a}].$$

Da nun k eine beliebige ganze Zahl ist, so kann man also $\varphi(x+z)$ auf beliebig viele sich ähnliche Arten entwickeln. Diese allgemeinere Darstellung ist oft nothwendig.

Ist nun $\varphi'(x+z)$ eine zweite Function und wird $\varphi'(x+a) = v$, $\varphi'(x+\overset{1}{a}) = \overset{1}{v}$, $\varphi'(x+\overset{2}{a}) = \overset{2}{v}$, etc. und allgemein $\varphi'(x+\overset{\alpha}{a}) = \overset{\alpha}{v}$ gesetzt, so hat man also auch:

$$\varphi'(x+z) = v + D^1 v.[z|\overset{1}{a}] + D^2 v.[z|\overset{2}{a}] + D^3 v.[z|\overset{3}{a}] + \text{etc.} = S\, D^\alpha v.[z|\overset{\alpha}{a}],$$

und das Product der beiden Functionen $\varphi(x+z)$ und $\varphi'(x+z)$ ist nun offenbar:

$$\varphi(x+z).\varphi'(x+z) = uv + D^1(uv).[z|\overset{1}{a}] + D^2(uv).[z|\overset{2}{a}] + \text{etc.} = S\, D^\gamma(uv).[z|\overset{\gamma}{a}].$$

Dieses Product läſst sich aber auch durch wirkliche Multiplication der Reihe für $\varphi'(x+z)$ mit einer Reihe für $\varphi(x+z)$ finden; soll das Product aber in der That dieselbe Form erhalten mit dem vorstehenden, so darf für $\varphi(x+z)$ nicht immer dieselbe Entwickelung gebraucht werden, d. h. es muſs k für jedes neue Glied des Multiplicators $S\, D^\alpha v.[z|\overset{\alpha}{a}]$ einen anderen und zwar mit der Zeigezahl des Gliedes übereinstimmenden Werth erhalten. Hiernach hat man noch:

$$\varphi(x+z).\varphi'(x+z) = S\,\{D^\alpha v.[z|\overset{\alpha}{a}].D^\beta \overset{\alpha}{u}.[z|\overset{\alpha\beta}{a}]\},$$

und da $[z|\overset{\alpha}{a}].[z|\overset{\beta}{a}] = [z|\overset{\gamma}{a}]$ für $\alpha+\beta=\gamma$ ist, so stimmen offenbar die

Reihen für das Product $\varphi(x+z).\varphi'(x+z)$ in der Form völlig zusammen. Man hat also allgemein:

$$D^r(u.v) = S\, D^\alpha v . D^\beta \overset{\alpha}{u} \quad \text{cond. } (\alpha+\beta=r).$$

Nach dieser einfachen Formel kann die Derivate eines Productes $u.v$ aus den Derivaten der Factoren u und v des Productes hergeleitet werden. Die ersten Glieder dieses Ausdrucks sind:

$$D^r(u.v) = D^r u + D^1 v . D^{r-1} \overset{1}{u} + D^2 v . D^{r-2} \overset{2}{u} + D^3 v . D^{r-3} \overset{3}{u} + \text{etc.}$$

Noch einfacher ist die Formel, nach welcher man die Derivaten eines mehrgliedrigen Ausdrucks findet. Man hat nemlich:

$$D^r(u+v) = D^r u + D^r v.$$

Der Beweis dieser Formel wird, da die Wahrheit am Tage liegt, der Kürze wegen übergangen.

§. 122.

Um ein einfaches Beispiel des Gebrauches der behandelten Entwickelungsmethode zu geben, legen wir uns die Entwickelung der Function $(x+z)^m$ vor. Hier ist $\varphi x = x^m$ und $\overset{\alpha}{u} = (x+\overset{\alpha}{a})^m$. Man hat also:

$$(x+z)^m = u + D^1 u . [z|a]^1 + D^2 u . [z|a]^2 + D^3 u . [z|a]^3 + \text{etc.}$$

und es findet sich allgemein:

$$D^n u = \frac{(x+a)^m}{\overset{0}{\psi} n} + \frac{(x+\overset{1}{a})^m}{\overset{1}{\psi} n} + \frac{(x+\overset{2}{a})^m}{\overset{2}{\psi} n} \cdots\cdots + \frac{(x+\overset{n}{a})^m}{\overset{n}{\psi} n}.$$

Die für $(x+z)^m$ angegebene Reihe bricht ab, wenn m eine positive ganze Zahl ist. Um dieses zu beweisen, bemerken wir, dafs nach §. 113. der Ausdruck

$$\frac{a^m}{\overset{0}{\psi} n} + \frac{\overset{1}{a}{}^m}{\overset{1}{\psi} n} + \frac{\overset{2}{a}{}^m}{\overset{2}{\psi} n} \cdots\cdots + \frac{\overset{n}{a}{}^m}{\overset{n}{\psi} m} = \overset{m-n}{\underset{(n)}{C}}$$

ist, wenn als Scale bei der combinatorischen Operation dient

$$(n) = (a, \overset{1}{a}, \overset{2}{a}, \ldots\ldots \overset{n}{a}).$$

Wird nun im Ausdrucke jedes Element um x vermehrt, so behalten die Nenner ψ im Ausdrucke die vorigen Werthe, weil sie nur Unterschiede der Elemente enthalten. Man hat also

$$D^n u = D^n (x+a)^m = \overset{m-n}{\underset{(n)}{C}};$$

wenn die Scale $(n) = (x+a,\ x+\overset{1}{a},\ x+\overset{2}{a}, \ldots\ldots x+\overset{n}{a})$ statt der vorigen gebraucht wird. Dieser Ausdruck ist aber offenbar $=0$, wenn m eine positive ganze Zahl ist, welche $< n$. Man hat also in Anwendung dieser

T 2

Scale den geschlossenen Ausdruck:

$$(x+z)^m = \underset{(\alpha)}{S} \overset{\beta}{C} . [z|\overset{\alpha}{a}] \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=m),$$

und die Scale (α) ist dann eine in Hinsicht auf die Menge ihrer Elemente veränderliche, nemlich $(\alpha)=(x+a, x+\overset{1}{a}, x+\overset{2}{a}, \ldots. x+\overset{\alpha}{a})$. Es würde hier zu weit führen, von den Fällen ausführlicher zu handeln, in welchen m keine positive ganze Zahl ist.

Fünfter Abschnitt.

Besondere Entwickelungsmethoden für $\varphi(x+z)$.

§. 123.

Die vorhin entwickelte Methode, eine Function $\varphi(x+z)$ durch eine Reihe auszudrücken, ist so allgemein, dafs ihre Allgemeinheit in vielen Fällen überflüssig ist. Die Elemente a, $\overset{1}{a}$, $\overset{2}{a}$, etc. konnten willkürlich, ohne allen Zusammenhang, gewählte Gröfsen sein; nur war vorausgesetzt, dafs keine gleiche unter ihnen vorkämen; und wozu sollte auch die Wiederholung einer Bedingung in der Bestimmung einer Function dienen. Nehmen wir jetzt an, dafs $a=0$, $\overset{1}{a}=k$, $\overset{2}{a}=2k$, $\overset{3}{a}=3k$, etc. und allgemein $\overset{\alpha}{a}=\alpha k$ sei, so verwandeln sich die Producte $[z|\overset{\alpha}{a}]$ in Facultäten, nemlich es ist nun $[z|\overset{\alpha}{a}]=[z,k]^{\alpha}=z(z-k)(z-2k)\ldots.(z-\alpha k+k)$. Ferner ist nun $\varphi(x+\overset{0}{a})=\varphi(x+a)=u=\varphi x$ und also $D^{\alpha}u=D^{\alpha}\varphi x$. Man hat also zunächst:

$$\varphi(x+z)=\varphi x+D^1\varphi x.[z,k]^1+D^2\varphi x.[z,k]^2+D^3\varphi x.[z,k]^3\ldots.=S\,D^{\alpha}\varphi x.[z,k]^{\alpha}.$$

Weiter hat man $\overset{\alpha}{u}=\varphi(x+\alpha k)$, und zur Specialisirung von $D^n\varphi x$ ist es nun erforderlich, die in seinem Ausdrucke vorkommenden Nenner ψ näher zu betrachten.

Es ist aber nun

$$\overset{r}{\psi}n = (\overset{r}{a}-\overset{0}{a})(\overset{r}{a}-\overset{1}{a})\ldots.(\overset{r}{a}-\overset{r-1}{a})(\overset{r}{a}-\overset{r+1}{a})\ldots.(\overset{r}{a}-\overset{n}{a}),$$

und da $\overset{r}{a}-\overset{n}{a}=rk-nk=(r-n)k=-(n-r)k$ ist, so hat man offenbar:

$$\overset{r}{\psi}n = (-1)^{n-r}.k^r.r'(n-r)',$$

und es ist also:

$$D^n\varphi x = S(-1)^{\beta}.\frac{\varphi(x+\alpha k)}{k^n\alpha'\beta'} \qquad \text{cond.}\ (\alpha+\beta=n).$$

Schafft man in diesem Ausdrucke die Nenner fort, so hat man also:

$$D^n\varphi x = \frac{1}{k^n . n'} S(-1)^\beta [n\overset{\beta}{]}_{\beta'} \varphi(x+\alpha k) \qquad \text{cond.} (\alpha+\beta=n).$$

Die Recursionsformel ist nun einfacher die folgende:

$$D^{n+1}\varphi x = \frac{D^n\varphi(x+k) - D^n\varphi x}{(n+1)k}.$$

Wird nun der Ausdruck $(D^n\varphi x).(k^n.n')$ mit $\Delta^n\varphi x$ bezeichnet, und die $n$te Differenz der Function φx genannt, so hat man:

$$\Delta^n\varphi x = S(-1)^\beta [n\overset{\beta}{]}_{\beta'} . \varphi(x+\alpha k),$$

und die Recursionsformel wird nun ebenfalls einfacher:

$$\Delta^{n+1}\varphi x = \Delta^n\varphi(x+k) - \Delta^n\varphi x;$$

also auch $\Delta\varphi x = \varphi(x+k) - \varphi x$. Wird nun etwa $\chi x = x$ gesetzt, so ist also $\Delta x = \Delta\chi x = \chi(x+k) - \chi x = x+k-x = k$. Man wird also nun der Gleichmäßigkeit wegen auch Δx für k setzen. Dadurch erhält man also:

1. $\varphi(x+z) = \varphi x + \frac{\Delta\varphi x}{\Delta x} . [z, \Delta x\overset{1}{]}_{1'} + \frac{\Delta^2\varphi x}{\Delta x^2} . [z, \Delta x\overset{2}{]}_{2'} \ldots = S\frac{\Delta^\alpha\varphi x}{\Delta x^\alpha} . [z, \Delta x\overset{\alpha}{]}_{\alpha'}$,

2. $\Delta^n\varphi x = S(-1)^\beta [n\overset{\beta}{]}_{\beta'} \varphi(x+\alpha\Delta x) \qquad \text{cond.} (\alpha+\beta=n)$,

3. $\Delta^{n+1}\varphi x = \Delta^n\varphi(x+\Delta x) - \Delta^n\varphi x$.

Die im §. 121. gefundene Formel heißt nun:

4. $\Delta^n(\varphi x . \psi x) = S[n\overset{\alpha}{]}_{\alpha'} \Delta^\alpha\varphi x . \Delta^\beta\psi(x+\alpha\Delta x) \qquad \text{cond.} (\alpha+\beta=n)$.

Zusatz. Hätte man $a = 0$, $\overset{1}{a} = -k$, $\overset{2}{a} = -2k$, etc. und allgemein $\overset{\alpha}{a} = -\Delta k$ gesetzt, und hätte man dann statt des Zeichens Δ das Zeichen ∇ genommen, so hätte man die folgenden Formeln erhalten:

1. $\varphi(x+z) = S\frac{\nabla^\alpha\varphi x}{\nabla x^\alpha} . [z, -\nabla x\overset{\alpha}{]}_{\alpha'}$,

2. $\nabla^n\varphi x = S(-1)^\beta [n\overset{\alpha}{]}_{\alpha'} \varphi(x-\beta\nabla x) \qquad \text{cond.} (\alpha+\beta=n)$,

3. $\nabla^{n+1}\varphi x = \nabla^n\varphi x - \nabla^n\varphi(x-\nabla x)$,

4. $\nabla^n(\varphi x . \psi x) = S[n\overset{\alpha}{]}_{\alpha'} \nabla^\alpha\varphi x . \nabla^\beta\psi(x-\alpha\nabla x \qquad \text{cond.} (\alpha+\beta=n)$.

§. 124.

Die beiden für $\varphi(x+z)$ angegebenen Reihen gehen nun zwar ins Unendliche fort, aber sie brechen unter gewissen Umständen dennoch ab.

Wenn nemlich z ein Vielfaches von $+\Delta x$ oder von $-\nabla x$ ist, so hat man

$$\varphi(x+n\Delta x) = S\,[n\overset{\alpha}{]}_{\alpha'}\Delta^\alpha\varphi x = S\,[n\overset{\beta}{]}_{\beta'}\Delta^\alpha\varphi x \quad \text{cond.}(\alpha+\beta=n),$$

$$\varphi(x-n\nabla x) = S(-1)^\alpha[n\overset{\alpha}{]}_{\alpha'}\nabla^\alpha\varphi x = S(-1)^\alpha[n\overset{\beta}{]}_{\beta'}\nabla^\alpha\varphi x \quad \text{cond.}(\alpha+\beta=n).$$

Aufserdem können die Differenzen $\Delta^\alpha\varphi x$ und $\nabla^\alpha\varphi x$ von einem gewissen Gliede an einzeln $=0$ sein, und dann brechen die Reihen ebenfalls ab, obgleich z kein Vielfaches von Δx oder von $-\nabla x$ ist.

Der im §. 113. behandelte, oder noch etwas allgemeinere Ausdruck für $D^n(x+a)^m$ im §. 122. geht nun, wenn $a=0$ und $a=\alpha\Delta x$ gesetzt wird, über in $\overset{m-n}{\underset{(n)}{C}}$ für die Scale:

$$(n) = x,\ x+\Delta x,\ x+2\Delta x, \ldots\ldots x+n\Delta x.$$

Wird $x=0$ gesetzt, so hat man also

$$\underset{\text{für } x=0}{D^n x^m} = \overset{m-n}{\underset{(n)}{C}}.\Delta x^{m-n} \text{ für die Scale } (n) = 0, 1, 2, 3, \ldots n,$$

und da $\Delta^n x^m = \Delta x^n . n' . D^n x^m$ ist, so hat man

$$\underset{\text{für } x=0}{\Delta^n x^m} = n'.\overset{m-n}{\underset{(n)}{C}}.\Delta x^m = n'.\overset{m-n}{{}^{-n}f}.\Delta x^m,$$

wenn $\overset{m-n}{{}^{-n}f}$ einen Facultäten-Coëfficienten, wie früher, bezeichnet. Man hat also:

$$\underset{\text{für } x=0 \text{ und } \Delta x=1}{\Delta^n x^m} = S(-1)^\beta[n\overset{\beta}{]}_{\beta'}.\alpha^m = n'.\overset{m-n}{{}^{-n}f} \quad \text{cond.}(\alpha+\beta=n).$$

§. 125.

Wenn man den Ausdruck $\varphi(x+z) = S\dfrac{\Delta^\alpha\varphi x}{\Delta x^\alpha}.[z,\Delta x\overset{\alpha}{]}_{\alpha'}$ nach Potenzen von z entwickeln will, so hat man also nur die in jedem Gliede vorkommenden Facultäten zu entwickeln, denn der Factor $\dfrac{\Delta^\alpha\varphi x}{\Delta x^\alpha}$ enthält die Gröfse z nicht. Nun ist aber allgemein:

$$[z,\Delta x\overset{n}{]} = S\,{}^n\overset{\beta}{f}.z^{n-\beta}.(-\Delta x)^\beta,$$

und wird dieser Ausdruck substituirt, so erhält man:

$$\varphi(x+z) = S\,\Delta^\alpha\varphi x.{}^\alpha\overset{\beta}{f}.z^{\alpha-\beta}.\frac{\Delta x^{\beta-\alpha}}{\alpha'}.(-1)^\beta.$$

Nun ist aber ${}^{+\alpha}\overset{\beta}{f}=0$, wenn $\alpha<\beta$ ist; daher kann man sogleich $\alpha+\beta$ für α setzen, und erhält dadurch:

$$\varphi(x+z) = S\,\Delta^{\alpha+\beta}\varphi x.{}^{\alpha+\beta}\overset{\beta}{f}\frac{z^\alpha}{\Delta x^\alpha}.\frac{1}{(\alpha+\beta)'}.(-1)^\beta.$$

Dieser nach Potenzen von z fortschreitende Ausdruck kann nun einfacher unter

$$1. \quad \varphi(x+z) = S \overset{\alpha}{A} . z^{\alpha}$$

vorgestellt werden, und die in dieser Reihe vorkommenden Coëfficienten A haben dann folgenden Ausdruck:

$$\overset{r}{A} = S(-1)^{\beta} \frac{\Delta^{r+\beta}\varphi x}{\Delta x^{r}} . {}^{r+\beta}\overset{\beta}{f} . \frac{1}{(r+\beta)'} .$$

Er erscheint ein wenig einfacher, wenn man ihn mit $r'.\Delta x^{r}$ multiplicirt; dadurch erhält man:

$$2. \quad r'.\overset{r}{A}.\Delta x^{r} = S(-1)^{\beta} [r]^{-\beta} . {}^{r+\beta}\overset{\beta}{f} . \Delta^{r+\beta}\varphi x.$$

Setzt man $r = 1$, so hat man also noch:

$$3. \quad \overset{1}{A}.\Delta x = S(-1)^{\beta} \frac{\Delta^{\beta+1}\varphi x}{\beta+1} .$$

In Anwendung dieser Reihen, welche aber leider selten gehörig convergiren, könnte oder müfste man die Coëfficienten $\overset{1}{A}$, $\overset{2}{A}$, $\overset{3}{A}$ etc. berechnen, wenn man die Function $\varphi(x+z)$ nach steigenden Potenzen von z entwickeln wollte. Wenn man den Ausdruck einer Function nicht kennt, sondern ihn erst nach gegebenen Bedingungen, wie im §. 119. gezeigt worden ist, zu ermitteln hat, so bleibt auch im Grunde kein anderes Mittel, als der Gebrauch dieser Reihen, für die Berechnung der Coëfficienten $\overset{1}{A}$, $\overset{2}{A}$, $\overset{3}{A}$ etc. übrig.

§. 126.

Unter der Voraussetzung, dafs die Coëfficienten $\overset{1}{A}$, $\overset{2}{A}$, $\overset{3}{A}$ etc. berechnet sind, kann man auch die Gröfse $\Delta^{m}\varphi x$ nach Potenzen von Δx entwickeln. Da man nemlich, wenn der Reihe nach $0\Delta x$, $1\Delta x$, $2\Delta x$, etc. für z gesetzt wird, allgemein erhält:

$$\varphi(x + v.\Delta x) = S \overset{\gamma}{A} . v^{\gamma} . \Delta x^{\gamma}$$

und $\Delta^{n}\varphi x = S(-1)^{\beta} [n]^{\beta}_{\beta'} \varphi(x + \alpha\Delta x)$ cond. $(\alpha + \beta = n)$ ist, so erhält man durch Substitution:

$$\Delta^{n}\varphi x = S(-1)^{\beta} [n]^{\beta}_{\beta'} \alpha^{\gamma} . \overset{\gamma}{A} . \Delta x^{\gamma} \qquad \text{cond.} (\alpha + \beta = \gamma).$$

Nun ist aber allgemein $S(-1)^{\beta} [n]^{\beta}_{\beta'} \alpha^{m} = n'.{}^{-n}\overset{m-n}{f}$, also hat man einfacher:

$$\Delta^{n}\varphi x = S n'.{}^{-n}\overset{\gamma-n}{f} . \Delta x^{\gamma} . \overset{\gamma}{A}.$$

Nun ist aber ${}^{-n}\overset{\gamma-n}{f} = 0$, so lange $\gamma < n$ ist; daher kann sogleich $\gamma + n$ für

γ geschrieben werden, wodurch man erhält:

$$\Delta^n \varphi x = (S^{-n}\overset{\gamma}{f}.\overset{n+\gamma}{A}.\Delta x^{n+\gamma}).n'.$$

Die ersten Glieder dieser Reihe sind nun aber offenbar die folgenden:

$$\Delta^n \varphi x = n'(\overset{n}{A}\Delta x^n + {}^{-n}\overset{1}{f}.\overset{n+1}{A}.\Delta x^{n+1} + {}^{-n}\overset{2}{f}.\overset{n+2}{A}.\Delta x^{n+2} + \text{etc.}),$$

oder es ist:

$$\frac{1}{n'}.\frac{\Delta^n \varphi x}{\Delta x^n} = \overset{n}{A} + {}^{-n}\overset{1}{f}.\overset{n+1}{A}.\Delta x + {}^{-n}\overset{2}{f}.\overset{n+2}{A}.\Delta x^2 + {}^{-n}\overset{3}{f}.\overset{n+3}{A}.\Delta x^3 + \text{etc.}$$

Wenn man also die Ausdrücke $\frac{\Delta \varphi x}{\Delta x}$, $\frac{1}{2'}.\frac{\Delta^2 \varphi x}{\Delta x^2}$; $\frac{1}{3'}.\frac{\Delta^3 \varphi x}{\Delta x^3}$; etc. in Reihen entwickelte, welche nach steigenden Potenzen von Δx fortgehen, so würden die Coëfficienten $\overset{1}{A}$, $\overset{2}{A}$, $\overset{3}{A}$, etc. die Anfangsglieder dieser Reihen sein, und man könnte sie dann in der Reihe $\varphi(x+z) = S\overset{a}{A}.z^a$ substituiren. Nun zeigt sich aber bald, daſs es nicht einmal nöthig ist, die Gröſsen $\frac{\Delta \varphi x}{\Delta x}$, $\frac{1}{2'}.\frac{\Delta^2 \varphi x}{\Delta x^2}$; $\frac{1}{3'}.\frac{\Delta^3 \varphi x}{\Delta x^3}$; etc. vollständig in Reihen zu verwandeln, sondern daſs die Kenntniſs des Anfangsgliedes der ersten Reihe hinreicht, um das Anfangsglied der zweiten, aus diesem dann das der dritten Reihe u. s. w. zu finden. Diese Art der Herleitung oder Derivation der Gröſse $\overset{1}{A}$ aus $\overset{0}{A}$ oder φx, der Gröſse $\overset{2}{A}$ aus $\overset{1}{A}$, der Gröſse $\overset{3}{A}$ aus $\overset{2}{A}$, u. s. w. ist also für die Theorie der Entwickelung von Wichtigkeit; sie heiſst **Differentiiren.** Bezeichnet man das Anfangsglied der höheren Differenz $\Delta^n \varphi x$ einer Function φx mit $\partial^n \varphi x$, so hat man also für das $n$te **Differential** von φx:

$$\partial^n \varphi x = \overset{n}{A}.\Delta x^n.n'.$$

Sieht man nun selbst x als eine Function an, so ist das Anfangsglied der Reihe für Δx offenbar wieder $= \Delta x$, so lange Δx unentwickelt bleibt, und man hat also auch $\partial x = \Delta x$. Kann und muſs aber Δx wieder nach Potenzen der Differenz einer anderen veränderlichen Gröſse entwickelt werden, so ist offenbar ∂x nur das Anfangsglied der dadurch erhaltenen Reihe. Man thut daher wohl, für alle Fälle in der Formel $\partial^n \varphi x = n'.\overset{n}{A}.\Delta x^n$ statt Δx zu setzen ∂x, obgleich es unnöthig wäre, wenn Δx unentwickelt bleibt. Man hat also:

$$\frac{1}{n'}.\frac{\partial^n \varphi x}{\partial x^n} = \overset{n}{A},$$

und wenn dieser Werth substituirt wird, so hat man die beiden Reihen:

$$\varphi(x+z) = S\frac{\partial^a \varphi x}{\partial x^a}\cdot\frac{z^a}{a'} \text{ und}$$

$$\Delta^n \varphi x = S[n]^{-a}\cdot{}^{-n}f^{a}\cdot\frac{\partial^{n+a}\varphi x}{\partial x^{n+a}}\cdot\Delta x^{n+a}.$$

Zusatz. Wäre $z = \varphi x$ und $x = \psi v$, und hätte man gefunden $\Delta z = A.\Delta x + B.\Delta x^2$ etc., wie auch $\Delta x = a\Delta v + b\Delta v^2 +$ etc., so hätte man offenbar für Δz auch eine Reihe von der Form

$$\Delta z = Aa.\Delta v + P.\Delta v^2 + Q.\Delta v^3 + \text{etc.},$$

und also, wenn Δv unentwickelt bleibt, offenbar $\partial z = A.a.\Delta v$, wie auch $\partial z = A.\partial x$. Hätte man $\partial z = A.\Delta x$ gesetzt, also Δx nicht in ∂x verwandelt, so würde man durch Substitution erhalten $\partial z = Aa.\Delta v + Ab.\Delta v^2 +$ etc., da doch ∂z nur $= Aa.\Delta v$, d. h. dem Anfangsgliede der Differenz gleich sein soll. Daher kann die Versäumung der auch schon durch die Gleichmäſsigkeit veranlaſsten Verwandlung von Δx in ∂x im Ausdrucke $\partial z = A.\Delta x$ zu Fehlern führen.

§. 127.

Um nun noch zu zeigen, daſs man aus dem Anfangsgliede einer Differenzreihe das Anfangsglied der nächst höheren Differenzreihe finden könne, setzen wir

$$\Delta^n \varphi x = \frac{\partial^n \varphi x}{\partial x^n}.\Delta x^n + P.\Delta x^{n+1} + Q.\Delta x^{n+2} + \text{etc.};$$

die Gröſsen $\frac{\partial^n \varphi x}{\partial x^n}$, P, Q, etc. sind dann Functionen von x. Weil nun $\Delta^n \varphi x = \Delta^n \varphi(x+\Delta x) - \Delta^n \varphi x$ ist, so muſs man in jedem Gliede der Reihe $x+\Delta x$ für x setzen und vom also veränderten Gliede das Glied selbst subtrahiren, oder in Zeichen:

$$\Delta^{n+1}\varphi x = \left(\Delta\frac{\partial^n \varphi x}{\partial x^n}\right)\Delta x^n + \Delta P.\Delta x^{n+1} + \Delta Q.\Delta x^{n+2} + \text{etc.}$$

Da nun aber

$$\Delta\frac{\partial^n \varphi x}{\partial x^n} = \frac{\partial\left(\frac{\partial^n \varphi x}{\partial x^n}\right)}{\partial x}\Delta x + A\Delta x^2 + B\Delta x^3 + \text{etc.},$$

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial x}\Delta x + A'\Delta x^2 + B'\Delta x^3 + \text{etc.},$$

$$\Delta Q = \frac{\partial Q}{\partial x}\Delta x + A''\Delta x^2 + B''\Delta x^3 + \text{etc.},$$

etc.

ist, so hat man offenbar, wenn diese Reihen substituirt werden:

$$\Delta^{n+1}\varphi x = \frac{\partial\frac{\partial^n\varphi x}{\partial x^n}}{\partial x}.\Delta x^{n+1} + A\Delta x^{n+2} + B\,\Delta x^{n+3} + \text{etc.}$$
$$+\frac{\partial P}{\partial x}.\Delta x^{n+2} + A'\Delta x^{n+3} + \text{etc.}$$
$$+\frac{\partial Q}{\partial x}\Delta x^{n+3} + \text{etc.}$$

und da auch $\Delta^{n+1}\varphi x = \frac{\partial^{n+1}\varphi x}{\partial x^{n+1}}.\Delta x^{n+1} + V.\Delta x^{n+2} + W\Delta x^{n+3} + \text{etc.}$ ist, so hat man

$$\frac{\partial^{n+1}\varphi x}{\partial x^{n+1}} = \frac{\partial\frac{\partial^n\varphi x}{\partial x^n}}{\partial x}.$$

Diese Formel, welche auch einfacher $\partial^{n+1}\varphi x = \partial(\partial^n\varphi x)$ ist, ist der Ausdruck der obigen Behauptung. Hat man also ein höheres Differential $\partial^n\varphi x$, so setze man in ihm $x+\Delta x$ für x, entwickele dasselbe nach Potenzen (steigenden) von Δx, subtrahire von der Entwickelung $\partial^n\varphi x$, und behalte vom Reste nur das Glied, welches mit $\Delta x'$ multiplicirt ist, verwandle dann Δx in ∂x, so hat man $\partial^{n+1}\varphi x$.

Wie hieraus die bekannten Regeln des Differentiirens herzuleiten und wie man sich zu verhalten, wenn x wieder als Function einer neuen veränderlichen Gröfse anzusehen ist, mufs hier der Kürze wegen übergangen werden. Darin stimmen auch die meisten Darstellungen der Differentialrechnung überein. Schliefslich wird bemerkt, dafs die im §. 125. gefundenen Reihen (2. und 3.) nun sind:

$$\frac{\partial^r\varphi x}{\partial x^r}.\Delta x^r = S(-1)^\beta[r]^{-\beta}.^{r+\beta}f^{\beta}.\Delta^{r+\beta}\varphi x \quad \text{und}$$
$$\frac{\partial y}{\partial x}.\Delta x = S(-1)^\beta\frac{\Delta^{\beta+1}\varphi x}{\beta+1}.$$

Sowohl die Reihe für $\frac{\partial^r\varphi x}{\partial x^r}\Delta x$ als auch die Reihe $\Delta^r\varphi x = S[r]^{-\beta}.^{-r}f^{\beta}.\Delta x^{r+\beta}$, welche mit den Reihen für $\{\log(1+z)\}^r$ und $(e^z-1)^r$ Ähnlichkeit haben, behalten auch noch eine Bedeutung, wenn r eine negative ganze Zahl bezeichnet.

§. 128.

Die Reihe $\varphi(x+z) = S\frac{\partial^a\varphi x}{\partial x^a}.\frac{z^a}{a'}$ ist von jeher fast ausschliefslich benutzt worden, um Functionen zu entwickeln. Die beiden Reihen:

$$\varphi(x+z) = S\frac{\Delta^a\varphi x}{\Delta x^a}.[z,\Delta x]^{a}_{a'} \quad \text{und}$$
$$\varphi(x+z) = S\frac{\nabla^a\varphi x}{\nabla x^a}.[z,-\nabla x]^{a}_{a'},$$

in deren Mitte gleichsam die erste oder auch die Taylorsche Reihe fällt, hat man aber bis jetzt kaum anders als zur Interpolation benutzt. In vielen Fällen ist gleichwohl ein nach Facultäten fortgehender Ausdruck für die Rechnung in bestimmten Zahlen bequemer als ein nach Potenzen fortgehender.

Um ein Beispiel zu geben, legen wir uns die Aufgabe der Entwickelung der Function ${}^{x}\overset{r}{f}$ in eine nach Facultäten von x fortgehende Reihe vor. Setzen wir $\varphi x = {}^{x}\overset{r}{f}$ und $\Delta x = 1$, so ist $\Delta\varphi x = {}^{x+1}\overset{r}{f} - {}^{x}\overset{r}{f}$, und da ${}^{x+1}\overset{r}{f} = {}^{x}\overset{r}{f} + x\,.\,{}^{x}\overset{r-1}{f}$ ist, so hat man

$$\Delta\,{}^{x}\overset{r}{f} = x\,.\,{}^{x}\overset{r-1}{f}.$$

Nehmen wir auf beiden Seiten der Gleichung die $m$te Differenz, so haben wir:

$$\Delta^{m+1}\,{}^{x}\overset{r}{f} = \Delta^{m}\,(x\,.\,{}^{x}\overset{r-1}{f}).$$

Da nun $x\,.\,{}^{x}\overset{r-1}{f}$ ein Product aus x und ${}^{x}\overset{r-1}{f}$ ist, so haben wir, wenn die Formel (4.) des §. 123. gebraucht wird:

$$\Delta^{m}\,\{x\,.\,{}^{x}\overset{r-1}{f}\} = x\,.\,\Delta^{m}\,{}^{x}\overset{r-1}{f} + m\,.\,\Delta^{m-1}\,{}^{x+1}\overset{r-1}{f},$$

und es ist also auch

$$\Delta^{m+1}\,{}^{x}\overset{r}{f} = x\,.\,\Delta^{m}\,{}^{x}\overset{r-1}{f} + m\,.\,\Delta^{m-1}\,{}^{x+1}\overset{r-1}{f}.$$

Da aber allgemein $\Delta^{n}\psi(x+\Delta x) = \Delta^{n}\psi x + \Delta^{n+1}\psi x$ ist, so hat man also auch $\Delta^{m-1}\,{}^{x+1}\overset{r-1}{f} = \Delta^{m-1}\,{}^{x}\overset{r-1}{f} + \Delta^{m}\,{}^{x}\overset{r-1}{f}$, und wenn dieser Ausdruck gebraucht wird, so hat man:

$$\Delta^{m+1}\,{}^{x}\overset{r}{f} = (x+m)\,\Delta^{m}\,{}^{x}\overset{r-1}{f} + m\,.\,\Delta^{m-1}.\,{}^{x}\overset{r-1}{f}.$$

Diese Formel dient nun zur recurrirenden Berechnung der höheren Differenzen der sogenannten Facultäten-Coëfficienten. Aus dieser Formel kann eine Menge von Folgerungen gezogen werden, womit wir uns aber nicht aufhalten. Wir bemerken nur, daſs die Formel für $x=0$ am einfachsten wird, nemlich:

$$\Delta^{m+1}\,{}^{x}\overset{r}{f} = m\,.\,(\Delta^{m}\,{}^{x}\overset{r-1}{f} + \Delta^{m-1}\,{}^{x}\overset{r-1}{f}) \text{ für } x=0.$$

Die Formel, welche zur independenten Berechnung der höheren Differenzen dient, ist $\Delta^{m}\varphi x = S(-1)^{\beta}\,[m]^{\beta}_{\beta'}\,\varphi(x+\alpha\Delta x)$ cond. $(\alpha+\beta=m)$, und wenn $\varphi(x+\alpha\Delta x) = {}^{x+\alpha}\overset{r}{f}$ gesetzt wird, so hat man:

$$\Delta^{m}\,{}^{x}\overset{r}{f} = S(-1)^{\beta}\,[m]^{\beta}_{\beta'}\,{}^{x+\alpha}\overset{r}{f} \quad \text{cond. } (\alpha+\beta=m).$$

Will man die Differenzen für $x=0$ haben, so dient die Formel

$$\Delta^{m}\, {}^{x}\overset{r}{f} = S(-1)^{\beta}\, [m]^{\beta}_{\beta'} . {}^{\alpha}\overset{r}{f}$$

mit der vorigen Bedingungsgleichung. Der Ausdruck kann aber noch sehr zusammengezogen werden, wenn man bemerkt, daſs ${}^{\alpha}\overset{r}{f} > 0$, so lange die positive ganze Zahl $\alpha < r$ ist. Man kann daher sogleich $\alpha + r$ für α setzen, und hat also

$$\underset{\text{Für } x=0.}{\Delta^{m}\, {}^{x}\overset{r}{f}} = S(-1)^{\beta}\, [m]^{\beta}_{\beta'} . {}^{r+\alpha}\overset{r}{f} \qquad \text{cond. } (\alpha+\beta = m-r).$$

§. 129.

Um von diesen Formeln nun Gebrauch zu machen, setzen wir in der Formel $\varphi(x+z) = S\,\frac{\Delta^{\alpha}\varphi x}{\Delta x^{\alpha}} . [z, \Delta x]^{\alpha}_{\alpha'}$ ebenfalls $\varphi x = {}^{x}\overset{r}{f}$, $\Delta x = 1$, $x=0$, und dann x für z. Dadurch erhält man:

$${}^{x}\overset{r}{f} = S\,\{\underset{\text{Für } x=0.}{\Delta^{\alpha}\, {}^{x}\overset{r}{f}}\}\, [x]^{\alpha}_{\alpha'}.$$

Aber der für $\{\underset{x=0}{\Delta^{m}\, {}^{x}\overset{r}{f}}\}$ im §. 128. gefundene Ausdruck giebt zu erkennen, daſs er $=0$ sei, so lange $m < r$. In der für ${}^{x}\overset{r}{f}$ angegebenen Reihe fallen also alle erste Glieder, für welche $\alpha < r$ ist, weg, und man kann also sogleich $r+\alpha$ für α setzen. Führen wir für $\{\underset{x=0}{\Delta^{r+m}\, {}^{x}\overset{r}{f}}\}$ das einfachere Zeichen $\overset{m}{\varphi} r$ ein, so haben wir also:

$$1. \quad {}^{x}\overset{r}{f} = S\, \overset{\alpha}{\varphi} r . [x]^{r+\alpha}_{(r+\alpha)'},$$

und zur Berechnung der unbekannten Coëfficienten dient dann die Formel:

$$2. \quad \overset{m}{\varphi} r = S(-1)^{\beta}\, [m+r]^{\beta}_{\beta'} . {}^{r+\alpha}\overset{r}{f} \qquad \text{cond. } (\alpha+\beta = m).$$

Wenn $r > 0$ ist, so ist auch noch $\overset{0}{\varphi} r = 0$, weil für $r > 0$ auch ${}^{r}\overset{r}{f} = 0$ ist. Wird diese Abänderung der Bezeichnung in die Recursionsformel eingeführt, so hat man:

$$3. \quad \overset{m+1}{\varphi} r = (m+r) . \{\overset{m+1}{\varphi}(r-1) + \overset{m}{\varphi}(r-1)\}.$$

Die Rechnung nach dieser Recursionsformel ist besonders bequem. In Anwendung derselben findet man leicht die folgenden allgemeinen Resultate:

$$\overset{r}{\varphi} r = 1.3.5.7\ldots(2r-1) = [1, -2]^{r} \;\text{ und }\; \overset{1}{\varphi} r = 1.2.3\ldots r = [1, -1]^{r} = [r]$$

$$\text{und } \overset{m}{\varphi} r = 0, \text{ wenn } m > r \text{ ist.}$$

Für die übrigen Coëfficienten $\overset{2}{\varphi} r$, $\overset{3}{\varphi} r$, $\overset{4}{\varphi} r$, ... $\overset{r-1}{\varphi} r$ lassen sich ähnliche, aber minder einfache Resultate finden.

Die begonnene Rechnung giebt aber die folgenden bestimmten Resultate:

$${}^{x}\overset{1}{f} = [x]^{2}_{2'}$$

$${}^{x}\overset{2}{f} = 2[x]^{3}_{3'} + 3[x]^{4}_{4'}$$

$${}^{x}\overset{3}{f} = 6[x]^{4}_{4'} + 20[x]^{5}_{5'} + 15[x]^{6}_{6'}$$

$${}^{x}\overset{4}{f} = 24[x]^{5}_{5'} + 130[x]^{6}_{6'} + 210[x]^{7}_{7'} + 105[x]^{8}_{8'}$$

$${}^{x}\overset{5}{f} = 120[x]^{6}_{6'} + 924[x]^{7}_{7'} + 2380[x]^{8}_{8'} + 2520[x]^{9}_{9'} + 945[x]^{10}_{10'}$$

$${}^{x}\overset{6}{f} = 720[x]^{7}_{7'} + 7308[x]^{8}_{8'} + 26432[x]^{9}_{9'} + 44100[x]^{10}_{10'} + 34650[x]^{11}_{11'} + 10395[x]^{12}_{12'}$$

u. s. w.

Als Probe für die Richtigkeit der Berechnung der Coëfficienten in diesen Ausdrücken dient die Formel:

$$-\overset{1}{\varphi} r + \overset{2}{\varphi} r - \overset{3}{\varphi} r \ldots\ldots + (-1)^{\alpha} \overset{\alpha}{\varphi} r \ldots\ldots + (-1)^{r} \overset{r}{\varphi} r = (-1)^{r}.$$

So ist z. B.

$$-720+7308-26432+44100-34650+10395=(-1)^{6}=+1=61803-61802.$$

Zusatz. **Setzt man** $\left(S\frac{x^{\alpha+2}}{\alpha+2}\right)^{m} = S\,{}^{m}\overset{\alpha}{\mathfrak{N}} x^{2m+\alpha}$, **so findet man nach §. 109. allgemein** $\overset{m}{\varphi} r = [m+r]^{r-m} . {}^{m}\overset{r-m}{\mathfrak{N}}$, **was leicht zu beweisen ist.**

§. 130.

Die Anwendung der Reihe $\varphi(x+z) = S\frac{\nabla^{\alpha}\varphi x}{\nabla x^{\alpha}} . [z, -\nabla x]^{\alpha}_{\alpha'}$ **geschieht in ähnlicher Art, und man findet:**

$$\nabla^{m+1}\, {}^{x}\overset{r}{f} = (x-m-1)\nabla^{m}\, {}^{x-1}\overset{r-1}{f} + m . \nabla^{m-1}\, {}^{x-1}\overset{r-1}{f},$$

womit man fast eben so wie früher verfährt, und ähnliche, obgleich von den vorigen verschiedene Ausdrücke erhält, mit deren Herleitung wir uns hier aber nicht aufhalten. Soviel erhellet im Allgemeinen aus dem Vorhergehenden, dass die Function ${}^{x}\overset{r}{f}$ eine rationale ganze Function von x des $2r$ten Grades ist. Weil aber die Form dieser Function nun bekannt geworden ist, so kann die im §. 117. für solche Functionen hergeleitete

allgemeine Formel zur Anwendung kommen, nemlich:

$$\varphi x = S\, \overset{a}{X} . \varphi \overset{a}{a} \text{ für } \alpha \text{ nicht } > n.$$

Im vorliegenden Falle, wo $\varphi x = {}^{x}\overset{r}{f}$ die gesuchte Gröfse ist, hat man also $n = 2r$.

Setzen wir $\overset{0}{a} = 0$, $\overset{1}{a} = 1$, $\overset{2}{a} = 2$, ... $\overset{r}{a} = r$; $\overset{r+1}{a} = -1$, $\overset{r+2}{a} = -2$, $\overset{r+3}{a} = -3$, ... $\overset{2r}{a} = -r$, so hat man also $\varphi \overset{\alpha}{a} = {}^{\alpha}\overset{r}{f} = 0$, wenn α nicht $> r$ und $\varphi \overset{r+\alpha}{a} = {}^{-\alpha}\overset{r}{f}$, und wenn diese Werthe substituirt werden, so findet man auf der Stelle:

$${}^{x}\overset{r}{f} = \frac{(x^2-1^2)(x^2-2^2)(x^2-3^2)\ldots(x^2-r^2)}{(2r)'} . \left(S(-1)^{\beta}\, [2r]^{\beta}_{\beta'} . {}^{-\alpha}\overset{r}{f} . \frac{x}{x+\alpha}\right)$$
$$\text{cond. } (\alpha+\beta = r).$$

Wollte man ${}^{x}\overset{r}{f}$ nach Potenzen von x entwickeln, so ginge auch dieses an; wir aber wollen diese Entwickelung nur theilweise vornehmen und dem Ausdrucke die folgende Gestalt geben:

$${}^{x}\overset{r}{f} = [x-1]^{r}_{r'} . \left({}^{r}\overset{0}{A} x^{r} + {}^{r}\overset{1}{A} x^{r-1} + {}^{r}\overset{2}{A} x^{r-2} \ldots + {}^{r}\overset{\alpha}{A} x^{r-\alpha} \ldots + {}^{r}\overset{r-1}{A} x\right),$$

weil bekannt ist, dafs der Ausdruck diese Gestalt haben könne. Setzt man zur Einfachheit $\overset{r}{\psi} x = [x-1]^{r}_{r'}$ und $\overset{r}{\varphi} x = S\, {}^{r}\overset{\alpha}{A} x^{\beta}$ cond. $(\alpha+\beta = r)$, so hat man ${}^{x}\overset{r}{f} = \overset{r}{\psi} x . \overset{r}{\varphi} x$, also auch ${}^{x+1}\overset{r}{f} = \overset{r}{\psi}(x+1) . \overset{r}{\varphi}(x+1)$, und da ${}^{x+1}\overset{r}{f} = {}^{x}\overset{r}{f} + x . {}^{x}\overset{r-1}{f}$ ist, so hat man also:

$$\overset{r}{\psi}(x+1) . \overset{r}{\varphi}(x+1) = (\overset{r}{\psi} x) . (\overset{r}{\varphi} x) + x(\overset{r-1}{\psi} x) . (\overset{r-1}{\varphi} x).$$

Nun ist aber $\overset{r}{\psi}(x+1) = \frac{x}{r} \overset{r-1}{\psi} x$ und $\overset{r}{\psi} x = \frac{x-r}{r} \overset{r-1}{\psi} x$, also hat man, wenn diese Werthe substituirt werden, eine Gleichung, welche durch $\overset{r-1}{\psi} x$ dividirt die folgende ist:

$$x(\overset{r}{\varphi}(x+1) - \overset{r}{\varphi} x) = r(x \overset{r-1}{\varphi} x - \overset{r}{\varphi} x).$$

Werden hierin für $\overset{r}{\varphi} x$, $\overset{r}{\varphi}(x+1)$ und $\overset{r-1}{\varphi} x$ die Werthe substituirt, so erhält man durch Identificirung die folgende Recursionsformel:

$$(2r-m) . {}^{r}\overset{m}{A} = r . {}^{r-1}\overset{m}{A} - \left\{[r-m+1]^{2}_{2'}\, {}^{r}\overset{m-1}{A} + [r-m+2]^{3}_{3'}\, {}^{r}\overset{m-2}{A} \ldots + [r-m+\alpha]^{\alpha+1}_{(\alpha+1)'}\, {}^{r}\overset{m-\alpha}{A} \ldots + [r]^{m+1}_{(m+1)'}\, {}^{r}\overset{0}{A}\right\}.$$

Die Rechnung nach dieser Formel ist noch ziemlich einfach, und durch dieselbe sind die im §. 85. aufgestellten Ausdrücke gefunden worden.

Manche sonst bemerkenswerthe Beziehung hat hier übergangen werden müssen, weil der der Theorie der Potenzial-Functionen beizufügende Anhang ohnehin schon den beabsichtigten Umfang überschritten hat.

Ende.

I.

Tabelle der Längezahlen (mit sieben Decimalziffern) aller Kreisbogen für den Radius $=1$ von Minute zu Minute nach beiden Kreis-Eintheilungen, Behufs der Zurückführung der hyperbolischen Functionen auf die cyklischen, und umgekehrt.

N. E. $k=0°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
0,00	0,000 0000	15 71	00 00 00 0	48 49
0,01	0,000 1571	15 71	00 00 32 4	48 49
02	00 3142	15 70	01 04 8	48 49
03	00 4712	15 71	01 37 2	48 49
04	00 6283	15 71	02 09 6	48 49
05	00 7854	15 71	02 42 0	48 49
0,06	0,000 9525	15 71	00 03 14 4	48 49
07	01 0996	15 70	03 46 8	48 46
08	01 2566	15 71	04 19 2	48 49
09	01 4137	15 71	04 51 6	48 49
10	01 5708	15 71	05 24 0	48 49
0,11	0,001 7279	15 71	00 05 56 4	48 49
12	01 8850	15 70	06 28 8	48 46
13	02 0420	15 71	07 01 2	48 49
14	02 1991	15 71	07 33 6	48 49
15	02 3562	15 71	08 06 0	48 49
0,16	0,002 5133	15 71	00 08 38 4	48 49
17	02 6704	15 70	09 10 8	48 46
18	02 8274	15 71	09 43 2	48 49
19	02 9845	15 71	10 15 6	48 49
20	03 1416	15 71	10 48 0	48 49
0,21	0,003 2987	15 71	00 11 20 4	48 49
22	03 4558	15 70	11 52 8	48 46
23	03 6128	15 71	12 25 2	48 49
24	03 7699	15 71	12 57 6	48 49
25	03 9270	15 71	13 30 0	48 49
0,26	0,004 0841	15 71	00 14 02 4	48 49
27	04 2412	15 71	14 34 8	48 49
28	04 3982	15 71	15 07 2	48 49
29	04 5553	15 71	15 39 6	48 49
30	04 7124	15 71	16 12 0	48 49
0,31	0,004 8695	15 71	00 16 44 4	48 49
32	05 0266	15 71	17 16 8	48 49
33	05 1837	15 70	17 49 2	48 46
34	05 3407	15 71	18 21 6	48 49
35	05 4978	15 71	18 54 0	48 49
0,36	0,005 6549	15 71	00 19 26 4	48 49
37	05 8120	15 71	19 58 8	48 49
38	05 9691	15 71	20 31 2	48 49
39	06 1261	15 71	21 03 6	48 49
40	06 2832	15 71	21 36 0	48 49
0,41	0,006 4403	15 71	00 22 08 4	48 49
42	06 5974	15 71	22 40 8	48 49
43	06 7545	15 71	23 13 2	48 49
44	06 9116	15 70	23 45 6	48 46
45	07 0686	15 71	24 18 0	48 49
0,46	0,007 2257	15 71	00 24 50 4	48 49
47	07 3828	15 71	25 22 8	48 49
48	07 5399	15 71	25 55 2	48 49
49	07 6970	15 71	26 27 6	48 49
50	07 8541		27 00 0	

N. E. $k=0°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
0,50	0,007 8541	15 71	00 27 00 0	48 49
0,51	0,008 0112	15 70	00 27 32 4	48 46
52	08 1682	15 71	28 04 8	48 49
53	08 3253	15 71	28 37 2	48 49
54	08 4824	15 71	29 09 6	48 49
55	08 6395	15 71	29 42 0	48 49
0,56	0,008 7966	15 71	00 30 14 4	48 49
57	08 9537	15 70	30 46 8	48 46
58	09 1107	15 71	31 19 2	48 49
59	09 2678	15 71	31 51 6	48 49
60	09 4249	15 71	32 24 0	48 49
0,61	0,009 5820	15 71	00 32 56 4	48 49
62	09 7391	15 71	33 28 8	48 49
63	09 8962	15 71	34 01 2	48 49
64	10 0533	15 71	34 33 6	48 49
65	10 2104	15 71	35 06 0	48 49
0,66	0,010 3675	15 70	00 35 38 4	48 46
67	10 5245	15 71	36 10 8	48 49
68	10 6816	15 71	36 43 2	48 49
69	10 8387	15 71	37 15 6	48 49
70	10 9958	15 71	37 48 0	48 49
0,71	0,011 1529	15 71	00 38 20 4	48 49
72	11 3100	15 71	38 52 8	48 49
73	11 4671	15 71	39 25 2	48 49
74	11 6242	15 71	39 57 6	48 49
75	11 7813	15 71	40 30 0	48 49
0,76	0,011 9384	15 70	00 41 02 4	48 46
77	12 0954	15 71	41 34 8	48 49
78	12 2525	15 71	42 07 2	48 49
79	12 4096	15 71	42 39 6	48 49
80	12 5667	16 71	43 12 0	48 49
0,81	0,012 7238	15 71	00 43 44 4	48 49
82	12 8809	15 71	44 16 8	48 49
83	13 0380	15 71	44 49 2	48 49
84	13 1951	15 71	45 21 6	48 49
85	13 3522	15 70	45 54 0	48 46
0,86	0,013 5092	15 71	00 46 26 4	48 49
87	13 6663	15 71	46 58 8	48 49
88	13 8234	15 71	47 31 2	48 49
89	13 9805	15 71	48 03 6	48 49
90	14 1376	15 71	48 36 0	48 49
0,91	0,014 2947	15 71	00 49 08 4	48 49
92	14 4518	15 71	49 40 8	48 49
93	14 6089	15 71	50 13 2	48 49
94	14 7660	15 71	50 45 6	48 49
95	14 9231	15 71	51 18 0	48 49
0,96	0,015 0802	15 71	00 51 50 4	48 49
97	15 2373	15 71	52 22 8	48 49
98	15 3944	15 71	52 55 2	48 49
99	15 5515	15 71	53 27 6	48 49
1,00	15 7086		54 00 0	

N. E. $k=1°$ Gr. M.	Ł. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1''.	N. E. $k=1°$ Gr. M.	Ł. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1''.
1,00	0,015 7080	15 71	00 54 00 0	48 49	1,50	0,023 5641	15 71	01 21 00 0	48 49
1,01	0,015 8657	15 71	00 54 32 4	48 49	1,51	0,023 7212	15 71	01 21 32 4	48 49
02	16 0228	15 71	55 04 8	48 49	52	23 8783	15 72	22 04 8	48 52
03	16 1799	15 71	55 37 2	48 49	53	24 0355	15 71	22 37 2	48 49
04	16 3370	15 71	56 09 6	48 49	54	24 1926	15 72	23 09 6	48 52
05	16 4941	15 71	56 42 0	48 49	55	24 3498	15 71	23 42 0	48 49
1,06	0,016 6512	15 71	00 57 14 4	48 49	1,56	0,024 5069	15 71	01 24 14 4	48 49
07	16 8083	15 71	57 46 8	48 49	57	24 6640	15 71	24 46 8	48 49
08	16 9654	15 71	58 19 2	48 49	58	24 8211	15 71	25 19 2	48 49
09	17 1225	15 71	58 51 6	48 49	59	24 9782	15 72	25 51 6	48 52
10	17 2796	15 71	59 24 0	48 49	60	25 1354	15 71	26 24 0	48 49
1,11	0,017 4367	15 71	00 59 56 4	48 49	1,61	0,025 2925	15 71	01 26 56 4	48 49
12	17 5938	15 71	01 00 28 8	48 49	62	25 4496	15 72	27 28 8	48 52
13	17 7509	15 71	01 01 2	48 49	63	25 6068	15 71	28 01 2	48 49
14	17 9080	15 71	01 33 6	48 49	64	25 7639	15 71	28 33 6	48 49
15	18 0651	15 71	02 06 0	48 49	65	25 9210	15 72	29 06 0	48 52
1,16	0,018 2222	15 71	01 02 38 4	48 49	1,66	0,026 0782	15 71	01 29 38 4	48 49
17	18 3793	15 71	03 10 8	48 49	67	26 2353	15 71	30 10 8	48 49
18	18 5364	15 71	03 43 2	48 49	68	26 3924	15 72	30 43 2	48 52
19	18 6935	15 71	04 15 6	48 49	69	26 5496	15 71	31 15 6	48 49
20	18 8507	15 71	04 48 0	48 49	70	26 7067	15 71	31 48 0	48 49
1,21	0,019 0078	15 71	01 06 20 4	48 49	1,71	0,026 8638	15 71	01 32 20 4	48 49
22	19 1649	15 71	05 52 8	48 49	72	27 0209	15 72	32 52 8	48 52
23	19 3220	15 71	06 25 2	48 49	73	27 1781	15 71	33 25 2	48 49
24	19 4791	15 71	06 57 6	48 49	74	27 3352	15 71	33 57 6	48 49
25	19 6362	15 71	07 30 0	48 49	75	27 4923	15 72	34 30 0	48 52
1,26	0,019 7933	15 71	01 08 02 4	48 49	1,76	0,027 6495	15 72	01 35 02 4	48 52
27	19 9504	15 71	08 34 8	48 49	77	27 8067	15 71	35 34 8	48 49
28	20 1075	15 71	09 07 2	48 49	78	27 9638	15 71	36 07 2	48 49
29	20 2646	15 72	09 39 6	48 52	79	28 1209	15 72	36 39 6	48 52
30	20 4218	15 71	10 12 0	48 49	80	28 2781	15 71	37 12 0	48 49
1,31	0,020 5789	15 71	01 10 44 4	48 49	1,81	0,028 4352	15 72	01 37 44 4	48 52
32	20 7360	15 71	11 16 8	48 49	82	28 5924	15 71	38 16 8	48 49
33	20 8931	15 71	11 49 2	48 49	83	28 7495	15 72	38 49 2	48 52
34	21 0502	15 71	12 21 6	48 49	84	28 9067	15 71	39 21 6	48 49
35	21 2073	15 71	12 54 0	48 49	85	29 0638	15 72	39 54 0	48 52
1,36	0,021 3644	15 71	01 13 26 4	48 49	1,86	0,029 2210	15 71	01 40 26 4	48 49
37	21 5215	15 71	13 58 8	48 49	87	29 3781	15 72	40 58 8	48 52
38	21 6786	15 71	14 31 2	48 49	88	29 5353	15 71	41 31 2	48 49
39	21 8357	15 72	15 03 6	48 52	89	29 6924	15 72	42 03 6	48 52
40	21 9929	15 71	15 36 0	48 49	90	29 8496	15 71	42 36 0	48 49
1,41	0,022 1500	15 72	01 16 08 4	48 52	1,91	0,030 0067	15 72	01 43 08 4	48 52
42	22 3072	15 71	16 40 8	48 49	92	30 1639	15 71	43 40 8	48 49
43	22 4643	15 71	17 13 2	48 49	93	30 3210	15 72	44 13 2	48 52
44	22 6214	15 71	17 45 6	48 49	94	30 4782	15 71	44 45 6	48 49
45	22 7785	15 71	18 18 0	48 49	95	30 6353	15 72	45 18 0	48 52
1,46	0,022 9356	15 71	01 18 50 4	48 49	1,96	0,030 7925	15 71	01 45 50 4	48 49
47	23 0927	15 72	19 22 8	48 52	97	30 9496	15 72	46 22 8	48 52
48	23 2499	15 71	19 55 2	48 49	98	31 1068	15 71	46 55 2	48 49
49	23 4070	15 71	20 27 6	48 49	99	31 2639	15 72	47 27 6	48 52
50	23 5641		21 00 0		2,00	31 4211		48 00 0	

N. F. $k=2°$ Gr. M.	Ł. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
2,00	0,031 4211	15 71	01 48 00 0	48 49
2,01	0,031 5782	15 72	01 48 32 4	48 52
02	31 7354	15 71	49 04 8	48 49
03	31 8925	15 72	49 37 2	48 52
04	32 0497	15 72	50 09 6	48 52
05	32 2069	15 71	50 42 0	48 49
2,06	0,032 3640	15 72	01 51 14 4	48 52
07	32 5212	15 72	51 46 8	48 52
08	36 6784	15 71	52 19 2	48 49
09	32 8355	15 72	52 51 6	48 52
10	32 9927	15 71	53 24 0	48 49
2,11	0,033 1498	15 72	01 53 56 4	48 52
12	33 3070	15 72	54 28 8	48 52
13	33 4642	15 72	55 01 2	48 52
14	33 6214	15 71	55 33 6	48 49
15	33 7785	15 72	56 06 0	48 52
2,16	0,033 9357	15 71	01 56 38 4	48 49
17	34 0928	15 72	57 10 8	48 52
18	34 2500	15 72	57 43 2	48 52
19	34 4072	15 72	58 15 6	48 52
20	34 5644	15 72	58 48 0	48 52
2,21	0,034 7216	15 72	01 59 20 4	48 52
22	34 8788	15 71	01 59 52 8	48 49
23	35 0359	15 72	02 00 25 2	48 52
24	35 1931	15 72	00 57 6	48 52
25	35 3503	15 72	01 30 0	48 52
2,26	0,035 5079	15 72	02 02 02 4	48 52
27	35 6647	15 71	02 34 8	48 49
28	35 8218	15 72	03 07 2	48 52
29	35 9790	15 72	03 39 6	48 52
30	36 1362	15 72	04 12 0	48 52
2,31	0,036 2934	15 72	02 04 44 4	48 52
32	36 4506	15 71	05 16 8	48 49
33	36 6077	15 72	05 49 2	48 52
34	36 7649	15 72	06 21 6	48 52
35	36 9221	15 72	06 54 0	48 52
2,36	0,037 0793	15 72	02 07 26 4	48 52
37	37 2365	15 71	07 58 8	48 49
38	37 3936	15 72	08 31 2	48 52
39	37 5508	15 72	09 03 6	48 52
40	37 7080	15 72	09 36 0	48 52
2,41	0,037 8652	15 72	02 10 08 4	48 52
42	38 0224	15 72	10 40 8	48 52
43	38 1796	15 72	11 13 2	48 52
44	38 3368	15 72	11 45 6	48 52
45	38 4940	15 72	12 18 0	48 52
2,46	0,038 6512	15 72	02 12 50 4	48 52
47	38 8084	15 72	13 22 8	48 52
48	38 9656	15 72	13 55 2	48 52
49	39 1228	15 72	14 27 6	48 52
50	39 2800		15 00 0	

N. E. $k=2°$ Gr. M.	Ł. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
2,50	0,039 2800	15 72	02 15 00 4	48 52
2,51	0,039 4372	15 72	02 15 32 4	48 52
52	39 5944	15 72	16 04 8	48 52
53	39 7516	15 72	16 37 2	48 52
54	39 9088	15 72	17 09 6	48 52
55	40 0660	15 72	17 42 0	48 52
2,56	0,040 2232	15 72	02 18 14 4	48 52
57	40 3804	15 72	18 46 8	48 52
58	40 5376	15 72	19 19 2	48 52
59	40 6948	15 73	19 51 6	48 55
60	40 8521	15 72	20 24 0	48 52
2,61	0,041 0093	15 72	02 20 56 4	48 52
62	41 1665	15 72	21 28 8	48 52
63	41 3237	15 72	22 01 2	48 52
64	41 4809	15 73	22 33 6	48 55
65	41 6382	15 72	23 06 0	48 52
2,66	0,041 7954	15 72	02 23 38 4	48 52
67	41 9526	15 72	24 10 8	48 52
68	42 1098	15 72	24 43 2	48 52
69	42 2670	15 73	25 15 6	48 55
70	42 4243	15 72	25 48 0	48 52
2,71	0,042 5815	15 72	02 26 20 4	48 52
72	42 7387	15 72	26 52 8	48 52
73	42 8959	15 72	27 25 2	48 52
74	43 0531	15 73	27 57 6	48 55
75	43 2104	15 72	28 30 0	48 52
2,76	0,043 3676	15 72	02 29 02 4	48 52
77	43 5248	15 72	29 34 8	48 52
78	43 6820	15 73	30 07 2	48 55
79	43 8393	15 72	30 39 6	48 52
80	43 9965	15 72	31 12 0	48 52
2,81	0,044 1537	15 73	02 31 44 4	48 55
82	44 3110	15 72	32 16 8	48 52
83	44 4682	15 72	32 49 2	48 52
84	44 6254	15 73	33 21 6	48 55
85	44 7827	15 72	33 54 0	48 52
2,86	0,044 9399	15 73	02 34 26 4	48 55
87	45 0972	15 72	34 58 8	48 52
88	45 2544	15 72	35 31 2	48 52
89	45 4116	15 73	36 03 6	48 55
90	45 5680	15 72	36 36 0	48 52
2,91	0,045 7261	15 73	02 37 08 4	48 55
92	45 8834	15 72	37 40 8	48 52
93	46 0406	15 72	38 13 2	48 52
94	46 1978	15 73	38 45 6	48 55
95	46 3551	15 72	39 18 0	48 52
2,96	0,046 5123	15 73	02 39 50 4	48 55
97	46 6696	15 72	40 22 8	48 52
98	46 8268	15 72	40 55 2	48 52
99	46 9840	15 73	41 27 6	48 55
3,00	47 1413		42 00 0	

N. E. $k=3^\circ$ Gr. M.	𝔏. *k*.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
3,00	0,047 1413	15 73	02 42 00 0	48 55
3,01	0,047 2986	15 73	02 42 32 4	48 55
02	47 4559	15 72	43 04 8	48 52
03	47 6131	15 73	43 37 2	48 55
04	47 7704	15 72	44 09 6	48 52
05	47 9276	15 73	44 42 0	48 55
3,06	0,048 0849	15 73	02 45 14 4	48 55
07	48 2422	15 72	45 46 8	48 52
08	48 3994	15 73	46 19 2	48 55
09	48 5567	15 73	46 51 6	48 55
10	48 7140	15 72	47 24 0	48 52
3,11	0,048 8712	15 73	02 47 56 4	48 55
12	49 0285	15 73	48 28 8	48 55
13	49 1858	15 72	49 01 2	48 52
14	49 3430	15 73	49 33 6	48 55
15	49 5003	15 73	50 06 0	48 55
3,16	0,049 6576	15 73	02 50 38 4	48 55
17	49 8149	15 72	51 10 8	48 52
18	49 9721	15 73	51 43 2	48 55
19	50 1294	15 73	52 15 6	48 55
20	50 2867	15 73	52 48 0	48 55
3,21	0,050 4440	15 72	02 53 20 4	48 52
22	50 6012	15 73	53 52 8	48 55
23	50 7585	15 73	54 25 2	48 55
24	50 9158	15 73	54 57 6	48 55
25	51 0731	15 73	55 30 0	48 55
3,26	0,051 2304	15 73	02 56 02 4	48 55
27	51 3877	15 73	56 34 8	48 55
28	51 5450	15 73	57 07 2	48 55
29	51 7023	15 73	57 39 6	48 55
30	51 8596	15 73	58 12 0	48 55
3,31	0,052 0169	15 72	02 58 44 4	48 52
32	52 1741	15 73	59 16 8	48 55
33	52 3314	15 73	02 59 49 2	48 55
34	52 4887	15 73	03 00 21 6	48 55
35	52 6460	15 73	00 54 0	48 55
3,36	0,052 8033	15 73	03 01 26 4	48 55
37	52 9606	15 73	01 58 8	48 55
38	53 1179	15 73	02 31 2	48 55
39	53 2752	15 73	03 03 6	48 55
40	53 4325	15 73	03 36 0	48 55
3,41	0,053 5898	15 73	03 04 08 4	48 55
42	53 7471	15 73	04 40 8	48 55
43	53 9044	15 73	05 13 2	48 55
44	54 0617	15 73	05 45 6	48 55
45	54 2190	15 73	06 18 0	48 55
3,46	0,054 3763	15 74	03 06 50 4	48 58
47	54 5337	15 73	07 22 8	48 55
48	54 6910	15 73	07 55 2	48 55
49	54 8483	15 73	08 27 6	48 55
50	55 0056		09 00 0	

N. E. $k=3^\circ$ Gr. M.	𝔏. *k*.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
3,50	0,055 0056	15 73	03 09 00 0	48 55
3,51	0,055 1629	15 74	03 09 32 4	48 58
52	55 3203	15 73	10 04 8	48 55
53	55 4776	15 73	10 37 2	48 55
54	55 6349	15 73	11 09 6	48 55
55	55 7922	15 73	11 42 0	48 55
3,56	0,055 9495	15 74	03 12 14 4	48 58
57	56 1069	15 73	12 46 8	48 55
58	56 2642	15 73	13 19 2	48 55
59	56 4215	15 73	13 51 6	48 55
60	56 5788	15 74	14 24 0	48 58
3,61	0,056 7362	15 73	03 14 56 4	48 55
62	56 8935	15 74	15 28 8	48 58
63	57 0509	15 73	16 01 2	48 55
64	57 2082	15 73	16 33 6	48 55
65	57 3655	15 74	17 06 0	48 58
3,66	0,057 5229	15 73	03 17 38 4	48 55
67	57 6802	15 74	18 10 8	48 58
68	57 8376	15 73	18 43 2	48 55
69	57 9949	15 73	19 15 6	48 55
70	58 1522	15 74	19 48 0	48 58
3,71	0,058 3096	15 73	03 20 20 4	48 55
72	58 4669	15 74	20 52 8	48 58
73	58 6243	15 73	21 25 2	48 55
74	58 7816	15 74	21 57 6	48 58
75	58 9390	15 73	22 30 0	48 55
3,76	0,059 0963	15 74	03 23 02 4	48 58
77	59 2537	15 73	23 34 8	48 55
78	59 4110	15 74	24 07 2	48 58
79	59 5684	15 73	24 39 6	48 55
80	59 7257	15 74	25 12 0	48 58
3,81	0,059 8831	15 74	03 25 44 4	48 58
82	60 0405	15 73	26 16 8	48 58
83	60 1978	15 74	26 49 2	48 58
84	60 3552	15 74	27 21 6	48 58
85	60 5126	15 74	27 54 0	48 58
3,86	0,060 6700	15 73	03 28 26 4	48 55
87	60 8273	15 74	28 58 8	48 58
88	60 9847	15 74	29 31 2	48 58
89	61 1421	15 74	30 03 6	48 58
90	61 2994	15 74	30 36 0	48 58
3,91	0,061 4568	15 74	03 31 08 4	48 58
92	61 6142	15 74	31 40 8	48 58
93	61 7716	15 74	32 13 2	48 58
94	61 9290	15 73	32 45 6	48 55
95	62 0863	15 74	33 18 0	48 58
3,96	0,062 2437	15 74	03 33 50 4	48 58
97	62 4011	15 74	34 22 8	48 58
98	62 5585	15 74	34 55 2	48 58
99	62 7159	15 73	35 27 6	48 55
4,00	62 8732		36 00 0	

N. E. k=4° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
4,00	0,062 8732	15 74	03 36 00 0	48 58
4,01	0,063 0306	15 74	03 36 32 4	48 58
02	63 1880	15 74	37 04 8	48 58
03	63 3454	15 74	37 37 2	48 58
04	63 5028	15 74	38 09 6	48 58
05	63 6602	15 74	38 42 0	48 58
4,06	0,063 8176	15 74	03 39 14 4	88 58
07	63 9750	15 74	39 46 8	48 58
08	6 1324	15 74	40 19 2	48 58
09	64 2898	15 74	40 51 6	48 58
10	64 4472	15 74	41 24 0	48 58
4,11	0,064 6046	15 74	03 41 56 4	48 58
12	64 7620	15 74	42 28 8	48 58
13	64 9194	15 75	43 01 2	48 61
14	65 0769	15 74	43 33 6	48 58
15	65 2343	15 74	44 06 0	48 58
4,16	0,065 3917	15 74	03 44 38 4	48 58
17	65 5491	15 74	45 10 8	48 58
18	65 7066	15 74	45 43 2	48 58
19	65 8639	15 75	46 15 6	48 61
20	66 0214	15 74	46 48 0	48 58
4,21	0,066 1788	15 74	03 47 20 4	48 58
22	66 3362	15 74	47 52 8	48 58
23	66 4936	15 75	48 25 2	48 61
24	66 6511	15 74	48 57 6	48 58
25	66 8085	15 74	49 30 0	48 58
4,26	0,066 9659	15 75	03 50 02 4	48 61
27	67 1234	15 74	50 34 8	48 58
28	67 2808	15 74	51 07 2	48 58
29	67 4382	15 75	51 39 6	48 61
30	67 5957	15 74	52 12 0	48 58
4,31	0,067 7631	15 75	03 52 44 4	48 61
32	67 9106	15 74	53 16 8	48 58
33	68 0680	15 74	53 49 2	48 58
34	68 2254	15 75	54 21 6	48 61
35	68 3829	15 74	54 54 0	48 58
4,36	0,068 5403	15 75	03 55 26 4	48 61
37	68 6978	15 74	55 58 8	48 58
38	68 8552	15 75	56 31 2	48 61
39	69 0127	15 74	57 03 6	48 58
40	69 1701	15 75	57 36 0	48 61
4,41	0,060 3276	15 75	03 58 08 4	48 61
42	60 4851	15 74	58 40 8	48 58
43	69 6425	15 75	59 13 2	48 61
44	69 8000	15 74	03 59 45 6	48 58
45	60 9574	15 75	04 00 18 0	48 61
4,46	0,070 1149	15 75	04 00 50 4	48 61
47	70 2724	15 74	01 22 8	48 58
48	70 4298	15 75	01 55 2	48 61
49	70 5873	15 75	02 27 6	48 61
50	70 7448		03 00 0	
4,50	0,070 7448	15 74	04 03 00 0	48 58
4,51	0,070 9022	15 75	04 03 32 4	48 61
52	71 0597	15 75	04 04 8	48 61
53	71 2172	15 75	04 37 2	48 61
54	71 3747	15 75	05 09 6	48 61
55	71 5322	15 74	05 42 0	48 58
4,56	0,071 6896	15 75	04 06 14 4	48 61
57	71 8471	15 75	06 46 8	48 61
58	72 0046	15 75	07 19 2	48 61
59	72 1621	15 75	07 51 6	48 61
60	72 3196	15 75	08 24 0	48 61
4,61	0,072 4771	15 75	04 08 56 4	48 61
62	72 6346	15 75	09 28 8	48 61
63	72 7921	15 75	10 01 2	48 61
64	72 9496	15 75	10 33 6	48 61
65	73 1071	15 75	11 06 0	48 61
4,66	0,073 2646	15 75	04 11 38 4	48 61
67	73 4221	15 75	12 10 8	48 61
68	73 5796	15 75	12 43 2	48 61
69	73 7371	15 75	13 15 6	48 61
70	73 8946	15 75	13 48 0	48 61
4,71	0,074 0521	15 75	04 14 20 4	48 61
72	74 2096	15 75	14 52 8	48 61
73	74 3671	15 75	15 25 2	48 61
74	74 5246	15 75	15 57 6	48 61
75	74 6821	15 76	16 30 0	48 64
4,76	0,074 8397	15 75	04 17 02 4	48 61
77	74 9972	15 75	17 34 8	48 61
78	75 1547	15 75	18 07 2	48 61
79	75 3122	15 76	18 39 6	48 64
80	75 4698	15 75	19 12 0	48 61
4,81	0,075 6273	15 75	04 19 44 4	48 61
82	75 7848	15 76	20 16 8	48 64
83	75 9424	15 75	20 49 2	48 61
84	76 0999	15 76	21 21 6	48 64
85	76 2575	15 75	21 54 0	48 61
4,86	0,076 4150	15 75	04 22 26 4	48 61
87	76 5725	15 76	22 58 8	48 64
88	76 7301	15 75	23 31 2	48 61
89	76 8876	15 76	24 03 6	48 64
90	77 0452	15 75	24 36 0	48 61
4,91	0,077 2027	15 76	04 25 08 4	48 64
92	77 3603	15 75	25 40 8	48 61
93	77 5178	15 76	26 13 2	48 64
94	77 6754	15 75	26 45 6	48 61
95	77 8329	15 76	27 18 0	48 64
4,96	0,077 9905	15 75	04 27 50 4	48 61
97	78 1480	15 76	28 22 8	48 64
98	78 3056	15 75	28 55 2	48 61
99	78 4631	15 76	29 27 6	48 64
5,00	78 6207		30 00 0	

N. E. $k=5^{\circ}$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
5,00	0,078 6207	15 76	04 30 00 0	48 64
01	0,078 7783	15 76	04 30 32 4	48 64
02	78 9359	15 75	31 04 8	48 61
03	79 0934	15 76	31 37 2	48 64
04	79 2510	15 76	32 09 6	48 64
05	79 4086	15 76	32 42 0	48 64
5,06	0,079 5662	15 76	04 33 14 4	48 64
07	79 7238	15 75	33 46 8	48 61
08	79 8813	15 76	34 19 2	48 64
09	80 0389	15 76	34 51 6	48 64
10	80 1966	15 76	35 24 0	48 64
5,11	0,080 3541	15 76	04 35 56 4	48 64
12	80 5117	15 76	36 28 8	48 64
13	80 6693	15 76	37 01 2	48 64
14	80 8269	15 75	37 33 6	48 61
15	80 9844	15 76	38 06 0	48 64
5,16	0,081 1420	15 76	04 38 38 4	48 64
17	81 2996	15 76	39 10 8	48 64
18	81 4572	15 76	39 43 2	48 64
19	81 6148	15 76	40 15 6	48 64
20	81 7724	15 76	40 48 0	48 64
5,21	0,081 9300	15 76	04 41 20 4	48 64
22	82 0876	15 77	41 52 8	48 67
23	82 2453	15 76	42 25 2	48 64
24	82 4029	15 76	42 57 0	48 64
25	82 5605	15 76	43 30 0	48 64
5,26	0,082 7181	15 76	04 44 02 4	48 64
27	82 8757	15 77	44 34 8	48 67
28	83 0334	15 76	45 07 2	48 64
29	83 1910	15 76	45 39 6	48 64
30	83 3486	15 76	46 12 0	48 64
5,31	0,083 5062	15 77	04 46 44 4	48 67
32	83 6639	15 76	47 16 8	48 64
33	83 8215	15 76	47 49 2	48 64
34	83 9791	15 77	48 21 6	48 67
35	84 1368	15 76	48 54 0	48 64
5,36	0,084 2944	15 76	04 49 26 4	48 64
37	84 4520	15 76	49 58 8	48 64
38	84 6096	15 77	50 31 2	48 67
39	84 7673	15 76	51 03 6	48 64
40	84 9249	15 77	51 36 0	48 67
5,41	0,085 0826	15 76	04 52 08 4	48 64
42	85 2402	15 77	52 40 8	48 67
43	85 3979	15 76	53 13 2	48 64
44	85 5555	15 77	53 45 6	48 67
45	85 7132	15 77	54 18 0	48 67
5,46	0,085 8709	15 77	04 54 50 4	48 67
47	86 0286	15 76	55 22 8	48 64
48	86 1862	15 77	55 55 2	48 67
49	86 3439	15 77	56 27 6	48 67
50	86 5016		57 00 0)	

N. E. $k=5^{\circ}$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
5,50	0,086 5016	15 76	04 57 00 0	48 64
5,51	0,086 6592	15 77	04 57 32 4	48 67
52	86 8169	15 77	58 04 8	48 67
53	86 9746	15 76	58 37 2	48 64
54	87 1322	15 77	59 09 6	48 67
55	87 2899	15 77	04 59 42 0	48 67
5,56	0,087 4476	15 77	05 00 14 4	48 67
57	87 6053	15 76	00 46 8	48 64
58	87 7629	15 77	01 19 2	48 67
59	87 9206	15 77	01 51 6	48 67
60	88 0783	15 77	02 24 0	48 67
5,61	0,088 2360	15 76	05 02 56 4	48 64
62	88 3936	15 77	03 28 8	48 67
63	88 5513	15 77	04 01 2	48 67
64	88 7090	15 77	04 33 6	48 67
65	88 8667	15 77	05 06 0	48 67
5,66	0,089 0244	15 77	05 05 38 4	48 67
67	89 1821	15 77	06 10 8	48 67
68	89 3398	15 77	06 43 2	48 67
69	89 4975	15 77	07 15 6	48 67
70	89 6552	15 77	07 48 0	48 67
5,71	0,089 8129	15 77	05 08 20 4	48 67
72	89 9706	15 78	08 52 8	48 70
73	90 1284	15 77	09 25 2	48 67
74	90 2861	15 77	09 57 6	48 67
75	90 4438	15 77	10 30 0	48 67
5,76	0,090 6015	15 78	06 11 02 4	48 70
77	90 7593	15 77	11 34 8	48 67
78	90 9170	15 77	12 07 2	48 67
79	91 0747	15 78	12 39 6	48 70
80	91 2325	15 77	13 12 0	48 67
5,81	0,091 3902	15 78	06 13 44 4	48 70
82	91 5480	15 77	14 16 8	48 67
83	91 7057	15 77	14 49 2	48 67
84	91 8634	15 78	15 21 6	48 70
85	92 0212	15 77	15 54 0	48 67
5,86	0,092 1789	15 78	06 16 26 4	48 70
87	92 3367	15 77	16 58 8	48 67
88	92 4944	15 78	17 31 2	48 70
89	92 6522	15 77	18 03 6	48 67
90	92 8099	15 78	18 36 0	48 70
5,91	0,092 9677	15 78	06 19 08 4	48 70
92	93 1255	15 77	19 40 8	48 67
93	93 2832	15 78	20 13 2	48 70
94	93 4410	15 78	20 45 6	48 70
95	93 5988	15 77	21 18 0	48 67
5,96	0,093 7565	15 78	05 21 50 4	48 70
97	93 9143	15 78	22 22 8	48 70
98	94 0721	15 77	22 55 2	48 67
99	94 2298	15 78	23 27 6	48 70
6,00	94 3876		24 00 0	

N. E. $k=6^0$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
6,00	0,094 3876	15 78	05 24 00 0	48 70
6,01	0,094 5454	15 78	05 24 32 4	48 70
02	94 7032	15 78	25 04 8	48 70
03	94 8610	15 78	25 37 2	48 70
04	95 0188	15 78	26 09 6	48 70
05	95 1766	15 77	26 42 0	48 67
6,06	0,095 3343	15 78	05 27 14 4	48 70
07	95 4921	15 78	27 46 8	48 70
08	95 6499	15 78	28 19 2	48 70
09	95 8077	15 78	28 51 6	48 70
10	95 9655	15 79	29 24 0	48 73
6,11	0,096 1234	15 78	05 29 56 4	48 70
12	96 2812	15 78	30 28 8	48 70
13	96 4390	15 78	31 01 2	48 70
14	96 5968	15 78	31 33 6	48 70
15	96 7546	15 78	32 06 0	48 70
6,16	0,096 9124	15 78	05 32 38 4	48 70
17	97 0702	15 79	33 10 8	48 73
18	97 2281	15 78	33 43 2	48 70
19	97 3859	15 78	34 15 6	48 70
20	97 5437	15 78	34 48 0	48 70
6,21	0,097 7015	15 79	05 35 20 4	48 73
22	97 8594	15 78	35 52 8	48 70
23	98 0172	15 78	36 25 2	48 70
24	98 1750	15 78	36 57 6	48 70
25	98 3328	15 79	37 30 0	48 73
6,26	0,098 4907	15 78	05 38 02 4	48 70
27	98 6485	15 79	38 34 8	48 73
28	98 8064	15 78	39 07 2	48 70
29	98 9642	15 79	39 39 6	48 73
30	99 1221	15 78	40 12 0	48 70
6,31	0,099 2799	15 79	05 40 44 4	48 73
32	99 4378	15 78	41 16 8	48 70
33	99 5956	15 79	41 49 2	48 73
34	99 7535	15 79	42 21 6	48 73
35	99 9114	15 78	42 54 0	48 70
6,36	0,100 0692	15 79	05 43 26 4	48 73
37	00 2271	15 79	43 58 8	48 73
38	00 3850	15 79	44 31 2	48 73
39	00 5429	15 78	45 03 6	48 70
40	00 7007	15 79	45 36 0	48 73
6,41	0,100 8586	15 79	05 46 08 4	48 73
42	01 0165	15 79	46 40 8	48 73
43	01 1744	15 79	47 13 2	48 73
44	01 3323	15 79	47 45 6	48 73
45	01 4902	15 78	48 18 0	48 70
6,46	0,101 6480	15 79	05 48 50 4	48 73
47	01 8059	15 79	49 22 8	48 73
48	01 9638	15 79	49 55 2	48 73
49	02 1217	15 79	50 27 6	48 73
50	02 2796		51 00 0	

N. E. $k=6^0$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
6,50	0,102 2796	15 79	05 51 00 0	48 73
6,51	0,102 4375	15 79	05 51 32 4	48 73
52	02 5964	15 77	52 04 8	48 80
53	02 7534	15 79	52 37 2	48 73
54	02 9113	15 79	53 09 6	48 73
55	03 0692	15 79	53 42 0	48 73
6,56	0,103 2271	15 79	05 54 14 4	48 73
57	03 3850	15 79	54 46 8	48 73
58	03 5429	15 80	55 19 2	48 77
59	03 7009	15 79	55 51 6	48 73
60	03 8588	15 79	56 24 0	48 73
6,61	0,104 0167	15 79	05 56 56 4	48 73
62	04 1746	15 80	57 28 8	48 77
63	04 3326	15 79	58 01 2	48 73
64	04 4905	15 79	58 33 6	48 73
65	04 6484	15 80	59 06 0	48 77
6,66	0,104 8064	15 79	05 59 38 4	48 73
67	04 9643	15 80	06 00 10 8	48 77
68	05 1223	15 79	00 43 2	48 73
69	05 2802	15 80	01 15 6	48 77
70	05 4382	15 79	01 48 0	48 73
6,71	0,105 5961	15 80	06 02 20 4	48 77
72	05 7541	15 79	02 52 8	48 73
73	05 9120	15 80	03 25 2	48 77
74	06 0700	15 80	03 57 6	48 77
75	06 2280	15 80	04 30 0	48 77
6,76	0,106 3860	15 80	06 05 02 4	48 77
77	06 5440	15 80	05 34 8	48 77
78	06 7020	15 79	06 07 2	48 73
79	06 8599	15 79	06 39 6	48 73
80	07 0178	15 80	07 12 0	48 77
6,81	0,107 1758	15 80	06 07 44 4	48 77
82	07 3338	15 80	08 16 8	48 77
83	07 4918	15 80	08 49 2	48 77
84	07 6498	15 80	09 21 6	48 77
85	07 8078	15 80	09 54 0	48 77
6,86	0,107 9658	15 80	06 10 26 4	48 77
87	08 1238	15 80	10 58 8	48 77
88	08 2818	15 80	11 31 2	48 77
89	08 4398	15 80	12 03 6	48 77
90	08 5978	15 80	12 36 0	48 77
6,91	0,108 7558	15 80	06 13 08 4	48 77
92	08 9138	15 80	13 40 8	48 77
93	09 0718	15 80	14 13 2	48 77
94	09 2298	15 80	14 45 6	48 77
95	09 3878	15 81	15 18 0	48 80
6,96	0,109 5459	15 80	06 15 50 4	48 77
97	09 7039	15 80	16 22 8	48 77
98	09 8619	15 81	16 55 2	48 80
99	10 0200	15 80	17 27 6	48 77
7,00	10 1780		18 00 0	

N. E. $k=7^\circ$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1''.
7,00	0,110 1780	15 80	06	18	00 0	48 77
7,01	0,110 3360	15 81	06	18	32 4	48 80
02	10 4941	15 80		19	04 8	48 77
03	10 6621	15 80		19	37 2	48 77
04	10 8101	15 81		20	09 6	48 80
05	10 9682	15 80		20	42 0	48 77
7,06	0,111 1262	15 81	06	21	14 4	48 80
07	11 2843	15 80		21	46 8	48 77
08	11 4423	15 81		22	19 2	48 80
09	11 6004	15 81		22	51 6	48 80
10	11 7585	15 80		23	24 0	48 77
7,11	0,111 9165	15 81	06	23	56 4	48 80
12	12 0746	15 80		24	28 8	48 77
13	12 2326	15 81		25	01 2	48 80
14	12 3907	15 81		25	33 6	48 80
15	12 5488	15 81		26	06 0	48 80
7,16	0,112 7069	15 80	06	26	38 4	48 77
17	12 8649	15 81		27	10 8	48 80
18	13 0230	15 81		27	43 2	48 80
19	13 1811	15 81		28	15 6	48 80
20	13 3392	15 81		28	48 0	48 80
7,21	0,113 4973	15 81	06	29	20 4	48 80
22	13 6554	15 81		29	52 8	48 80
23	13 8135	15 81		30	25 2	48 80
24	13 9716	15 81		30	57 6	48 80
25	14 1297	15 81		31	30 0	48 80
7,26	0,114 2878	15 81	06	32	02 4	48 80
27	14 4459	15 81		32	34 8	48 80
28	14 6040	15 81		33	07 2	48 80
29	14 7621	15 81		33	39 6	48 80
30	14 9202	15 82		34	12 0	48 83
7,31	0,115 0784	15 81	06	34	44 4	48 80
32	15 2365	15 81		35	16 8	48 80
33	15 3946	15 81		35	49 2	48 80
34	15 5527	15 82		36	21 6	48 83
35	15 7109	15 81		36	54 0	48 80
7,36	0,115 8690	15 81	06	37	26 4	48 80
37	16 0271	15 82		37	58 8	48 83
38	16 1853	15 81		38	31 2	48 80
39	16 3434	15 82		39	03 6	48 83
40	16 5016	15 81		39	36 0	48 80
7,41	0,116 6597	15 82	06	40	08 4	48 83
42	16 8179	15 81		40	40 8	48 80
43	16 9760	15 82		41	13 2	48 83
44	17 1342	15 82		41	45 6	48 83
45	17 2924	15 81		42	18 0	48 80
7,46	0,117 4505	15 82	06	42	50 4	48 83
47	17 6087	15 82		43	22 8	48 83
48	17 7669	15 81		43	55 2	48 80
49	17 9250	15 82		44	27 6	48 83
50	18 0832			45	00 0	

N. E. $k=7^\circ$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1''.
7,50	0,118 0832	15 82	06	45	00 0	48 83
7,51	0,118 2414	15 82	06	45	32 4	48 83
52	18 3996	15 81		46	04 8	48 80
53	18 5577	15 82		46	37 2	48 83
54	18 7159	15 82		47	09 6	48 83
55	18 8741	15 82		47	42 0	48 83
7,56	0,119 0323	15 82	06	48	14 4	48 83
57	19 1905	15 82		48	46 8	48 83
58	19 3487	15 82		49	19 2	48 83
59	19 5069	15 82		49	51 6	48 83
60	19 6651	15 82		50	24 0	48 83
7,61	0,119 8233	15 82	06	50	56 4	48 83
62	19 9815	15 82		51	28 8	48 83
63	20 1397	15 83		52	01 2	48 83
64	20 2980	15 82		52	33 6	48 83
65	20 4562	15 82		53	06 0	48 83
7,66	0,120 6144	15 82	06	53	38 4	48 83
67	20 7726	15 82		54	10 8	48 83
68	20 9308	15 83		54	43 2	48 86
69	21 0891	15 82		55	15 6	48 83
70	21 2473	15 82		55	48 0	48 83
7,71	0,121 4055	15 83	06	56	20 4	48 86
72	21 5638	15 82		56	52 8	48 83
73	21 7220	15 83		57	25 2	48 86
74	21 8803	15 82		57	57 6	48 83
75	22 0385	15 83		58	30 0	48 86
7,76	0,122 1968	15 82	06	59	02 4	48 83
77	22 3550	15 83	06	59	34 8	48 83
78	22 5133	15 83	07	00	07 2	48 86
79	22 6716	15 82		00	39 6	48 83
80	22 8298	15 83		01	12 0	48 86
7,81	0,122 9881	15 83	07	01	44 4	48 86
82	23 1464	15 82		02	16 8	48 83
83	23 3046	15 83		02	49 2	48 86
84	23 4629	15 83		03	21 6	48 86
85	23 6212	15 82		03	54 0	48 83
7,86	0,123 7794	15 83	07	04	26 4	48 86
87	23 9377	15 83		04	58 8	48 86
88	24 0960	15 82		05	31 2	48 86
89	24 2543	15 83		06	03 6	48 86
90	24 4126	15 83		06	36 0	48 86
7,91	0,124 5709	15 83	07	07	08 4	48 86
92	24 7292	15 83		07	40 8	48 86
93	24 8875	15 83		08	13 2	48 86
94	25 0458	15 83		08	45 6	48 86
95	25 2041	15 83		09	18 0	48 86
7,96	0,125 3624	15 84	07	09	50 4	48 89
97	25 5208	15 83		10	22 8	48 86
98	25 6791	15 83		10	55 2	48 86
99	25 8374	15 84		11	27 6	48 89
8,00	25 9958			12	00 0	

N. E. $k=8^{\circ}$ Gr. M.	Ꝛ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
8,00	0,125 9958	15 83	07 12 00 0	48 86
8,01	0,126 1541	15 83	07 12 32 4	48 86
02	26 3124	15 84	13 04 8	48 89
03	26 4708	15 83	13 37 2	48 86
04	26 6201	15 84	14 09 6	48 89
05	26 7875	15 83	14 42 0	48 86
8,06	0,126 9458	15 84	07 15 14 4	48 89
07	27 1042	15 83	15 46 8	48 86
08	27 2625	15 84	16 19 2	48 89
09	27 4209	15 83	16 51 6	48 86
10	27 5792	15 84	17 24 0	48 89
8,11	0,127 7376	15 84	07 17 56 4	48 89
12	27 8960	15 83	18 28 8	48 86
13	28 0543	15 84	10 01 2	48 89
14	28 2127	15 84	19 33 6	48 89
15	28 3711	15 83	20 06 0	48 86
8,16	0,128 5294	15 84	07 20 38 4	48 89
17	28 6878	15 84	21 10 8	48 89
18	28 8462	15 84	21 43 2	48 89
19	29 0046	15 84	22 15 6	48 89
20	29 1630	15 83	22 48 0	48 86
8,21	0,129 3213	15 84	07 23 20 4	48 89
22	29 4797	15 84	23 52 8	48 89
23	29 6381	15 84	24 25 2	48 89
24	29 7966	15 84	24 57 6	48 89
25	29 9549	15 85	25 30 0	48 92
8,26	0,130 1134	15 84	07 26 02 4	48 89
27	30 2718	15 84	26 34 8	48 89
28	30 4302	15 84	27 07 2	48 89
29	30 5886	15 84	27 39 6	48 89
30	30 7470	15 84	28 12 0	48 89
8,31	0,130 9054	15 85	07 28 44 4	48 92
32	31 0639	15 84	29 16 8	48 89
33	31 2223	15 85	29 49 2	48 92
34	31 3808	15 84	30 21 6	48 89
35	31 5392	15 84	30 54 0	48 89
8,36	0,131 6976	15 85	07 31 26 4	48 92
37	31 8561	15 84	31 58 8	48 89
38	32 0145	15 85	32 31 2	4[illegible] 92
39	32 1730	15 84	33 03 6	48 89
40	32 3314	15 85	33 36 0	48 92
8,41	0,132 4899	15 86	07 34 08 4	48 92
42	32 6484	15 84	34 40 8	48 89
43	32 8068	15 85	35 13 2	48 92
44	32 9653	15 85	35 45 6	48 92
45	33 1238	15 84	36 18 0	48 89
8,46	0,133 2822	15 85	07 36 50 4	48 92
47	33 4407	15 85	37 22 8	48 92
48	33 5992	15 85	37 55 2	48 92
49	33 7577	15 85	38 27 6	48 92
50	33 9162		39 00 0	

N. E. $k=8^{\circ}$ Gr. M.	Ꝛ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
8,50	0,133 9162	15 85	07 39 00 0	48 92
8,51	0,134 0747	15 85	07 39 32 4	48 92
52	34 2332	15 85	40 04 8	48 92
53	34 3917	15 85	40 37 2	48 92
54	34 5502	15 85	41 09 6	48 92
55	34 7087	15 85	41 42 0	48 92
8,56	0,134 8672	15 85	07 42 14 4	48 92
57	35 0257	15 85	42 46 8	48 92
58	35 1842	15 85	43 19 2	48 92
59	35 3427	15 85	43 51 6	48 92
60	35 5012	15 86	44 24 0	48 95
8,61	0,135 6598	15 85	07 44 56 4	48 92
62	35 8183	15 85	45 28 8	48 92
63	35 9768	15 86	46 01 2	48 95
64	36 1354	15 85	46 33 6	48 92
65	36 2939	15 85	47 06 0	48 92
8,66	0,136 4524	15 86	07 47 38 4	48 95
67	36 6110	15 85	48 10 8	48 92
68	36 7695	15 86	48 43 2	48 95
69	36 9281	15 86	49 15 6	48 95
70	37 0867	15 85	40 48 0	48 92
8,71	0,137 2452	15 86	07 50 20 4	48 95
72	37 4038	15 85	50 52 8	48 92
73	37 5623	15 86	51 25 2	48 95
74	37 7209	15 86	51 57 6	48 95
75	37 8795	15 86	52 30 0	48 95
8,76	0,138 0381	15 85	07 53 02 4	48 92
77	38 1966	15 86	63 34 8	48 95
78	38 3552	15 86	64 07 2	48 95
79	38 5138	15 86	54 39 6	48 95
80	38 6724	15 86	65 12 0	48 95
8,81	0,138 8310	15 86	07 55 44 4	48 96
82	38 9896	15 86	66 16 8	48 95
83	39 1482	15 86	66 49 2	48 95
84	39 3068	15 86	67 21 6	48 95
85	39 4654	15 86	57 54 0	48 95
8,86	0,139 6240	15 86	07 68 26 4	48 96
87	39 7826	15 86	68 58 8	48 96
88	39 9412	15 87	07 69 31 2	48 98
89	40 0999	15 86	08 00 03 6	48 95
90	40 2585	15 86	00 36 0	48 95
8,91	0,140 4171	15 87	08 01 08 4	48 98
92	40 5758	15 86	01 40 8	48 95
93	40 7344	15 86	02 13 2	48 95
94	40 8930	15 87	02 45 6	48 98
95	41 0517	15 86	03 18 0	48 95
8,96	0,141 2103	15 87	08 03 50 4	48 98
97	41 3690	15 86	04 22 8	48 96
98	41 5276	15 87	04 55 2	48 98
99	41 6863	15 86	06 27 6	48 96
9,00	41 8449		06 00 0	

N. E. $k=9°$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
9,00	0,141 8449	15 87	08	06	00 0	48 98
9,01	0,142 0036	16 87	08	06	32 4	48 98
02	42 1623	15 87		07	04 8	48 98
03	42 3210	15 86		07	37 2	48 96
04	42 4796	15 87		08	09 6	48 98
05	42 6383	15 87		08	42 0	48 98
9,06	0,142 7970	15 87	08	09	14 4	48 98
07	42 9557	15 87		09	46 8	48 98
08	43 1144	16 87		10	19 2	48 98
09	43 2731	15 87		10	51 6	48 98
10	43 4318	16 87		11	24 0	48 98
9,11	0,143 5905	16 87	08	11	56 4	48 98
12	43 7492	15 87		12	28 8	48 98
13	43 9079	15 87		13	01 2	48 98
14	44 0666	16 87		13	33 6	48 98
15	44 2253	16 87		14	06 0	48 98
9,16	0,144 3840	15 87	08	14	38 4	48 98
17	44 5427	15 88		15	10 8	49 01
18	44 7015	15 87		16	43 2	48 98
19	44 8602	15 87		16	15 6	48 98
20	46 0189	15 88		16	48 0	49 01
9,21	0,146 1777	15 87	08	17	20 4	48 98
22	45 3364	15 87		17	52 8	48 98
23	45 4951	15 88		18	25 2	49 01
24	46 6539	15 87		18	57 6	48 98
25	46 8126	16 88		19	30 0	49 01
9,26	0,145 9714	15 87	08	20	02 4	48 98
27	46 1301	15 88		20	34 8	49 01
28	46 2889	16 88		21	07 2	49 01
29	46 4477	16 87		21	39 6	48 98
30	46 6064	15 88		22	12 0	49 01
9,31	0,146 7652	15 88	08	22	44 4	49 01
32	46 9240	16 88		23	16 8	49 01
33	47 0828	15 87		23	49 2	48 98
34	47 2415	15 88		24	21 6	49 01
35	47 4003	15 88		24	54 0	49 01
9,36	0,147 5591	15 88	08	25	26 4	49 01
37	47 7179	15 88		25	58 8	49 01
38	47 8767	15 88		26	31 2	49 01
39	48 0355	15 88		27	03 6	49 01
40	48 1943	15 88		27	36 0	49 01
9,41	0,148 3531	15 89	08	28	08 4	49 04
42	48 5120	15 88		28	40 8	49 01
43	48 6708	15 88		29	13 2	49 01
44	48 8296	15 88		29	45 6	49 01
45	48 9884	15 89		30	18 0	49 04
9,46	0,149 1473	15 88	08	30	50 4	49 01
47	49 3061	15 88		31	22 8	49 01
48	49 4649	15 89		31	55 2	49 04
49	49 6238	15 88		32	27 6	49 01
50	49 7826			33	00 0	
9,50	0,149 7826	15 89	08	33	00 0	49 04
9,51	0,149 9415	15 88	08	33	32 4	49 01
52	50 1003	15 89		34	04 8	49 04
53	50 2592	15 88		34	37 2	49 01
54	50 4180	15 89		35	09 6	49 04
55	50 5769	15 88		35	42 0	49 01
9,56	0,150 7357	15 89	08	36	14 4	49 04
57	50 8946	15 89		36	46 8	49 04
58	51 0535	15 89		37	19 2	49 04
59	51 2124	15 88		37	51 6	49 01
60	51 3712	15 89		38	24 0	49 04
9,61	0,151 5301	15 89	08	38	56 4	49 04
62	51 6890	15 89		39	28 8	49 04
63	51 8479	15 89		40	01 2	49 04
64	52 0068	15 89		40	33 6	49 04
65	52 1657	15 89		41	06 0	49 04
9,66	0,152 3246	15 89	08	41	38 4	49 04
67	52 4835	15 89		42	10 8	49 04
68	52 6424	15 89		42	43 2	49 04
69	52 8013	15 89		43	15 6	49 04
70	52 9602	15 90		43	48 0	49 07
9,71	0,153 1192	15 89	08	44	20 4	49 04
72	53 2781	15 89		44	52 8	40 04
73	53 4370	15 89		45	25 2	49 04
74	53 6059	15 90		45	57 6	49 07
75	53 7649	15 89		46	30 0	49 04
9,76	0,153 9138	15 90	08	47	02 4	49 07
77	54 0728	15 89		47	34 8	49 04
78	54 2317	15 90		48	07 2	49 07
79	54 3907	15 89		48	39 6	49 04
80	54 5496	15 90		49	12 0	49 07
9,81	0,154 7086	15 90	08	49	44 4	49 07
82	54 8676	15 88		50	16 8	49 01
83	55 0264	15 91		50	49 2	49 10
84	55 1855	15 90		51	21 6	49 07
85	55 3445	15 90		51	54 0	49 07
9,86	0,155 5035	15 89	08	52	26 4	49 04
87	55 6624	15 90		52	58 8	49 07
88	56 8214	15 90		53	31 2	49 07
89	55 9804	15 90		54	03 6	49 07
90	56 1394	15 90		54	36 0	49 07
9,91	0,156 2984	15 90	08	55	08 4	49 07
92	56 4574	15 90		55	40 8	49 07
93	56 6164	15 90		56	13 2	49 07
94	56 7754	15 91		56	45 6	49 10
95	56 9345	15 90		57	18 0	49 07
9,96	0,157 0935	15 90	08	57	50 4	49 07
97	57 2525	15 90		58	22 8	49 07
98	57 4115	15 91		58	55 2	49 10
99	57 5706	15 90	08	59	27 6	49 07
10,00	57 7296		09	00	00 0	

N. E. $k = 10°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
10,00	0,157 7296	15 90	09	00	00 0	49 07
10,01	0,157 8886	15 91	09	00	32 4	49 10
02	58 0477	15 90		01	04 8	49 07
03	58 2067	15 91		01	37 2	49 10
04	58 3658	15 90		02	09 6	49 07
05	58 5248	15 91		02	42 0	49 10
10,06	0,158 6839	15 91	09	03	14 4	49 10
07	58 8430	15 90		03	46 8	49 07
08	59 0020	15 91		04	19 2	49 10
09	59 1611	15 91		04	51 6	49 10
10	59 3202	15 91		05	24 0	49 10
10,11	0,159 4793	15 90	09	05	56 4	49 07
12	59 6383	15 91		06	28 8	49 10
13	59 7974	15 91		07	01 2	49 10
14	59 9565	15 91		07	33 6	49 10
15	60 1156	15 91		08	06 0	49 10
10,16	0,160 2747	15 91	09	08	38 4	49 10
17	60 4338	15 91		09	10 8	49 10
18	60 5929	15 91		09	43 2	49 10
19	60 7520	15 92		10	15 6	49 14
20	60 9112	15 91		10	48 0	49 10
10,21	0,161 0703	15 91	09	11	20 4	49 10
22	61 2294	15 91		11	52 8	49 10
23	61 3885	15 92		12	25 2	49 14
24	61 5477	15 91		12	57 6	49 10
25	61 7068	15 91		13	30 0	49 10
10,26	0,161 8659	15 92	09	14	02 4	49 14
27	62 0251	15 91		14	34 8	49 10
28	62 1842	15 92		15	07 2	49 14
29	62 3434	15 91		15	39 6	49 10
30	62 5025	15 92		16	12 0	49 14
10,31	0,162 6617	15 92	09	16	44 4	49 14
32	62 8209	15 91		17	16 8	49 10
33	62 9800	15 92		17	49 2	49 14
34	63 1392	15 92		18	21 6	49 14
35	63 2984	15 91		18	54 0	49 10
10,36	0,163 4576	15 92	09	19	26 4	49 14
37	63 6167	15 92		19	58 8	49 14
38	63 7759	15 92		20	31 2	49 14
39	63 9351	15 92		21	03 6	49 14
40	64 0943	15 92		21	36 0	49 14
10,41	0,164 2535	15 92	09	22	08 4	49 14
42	64 4127	15 92		22	40 8	49 14
43	64 5719	15 93		23	13 2	49 17
44	64 7312	15 92		23	45 6	49 14
45	64 8904	15 92		24	18 0	49 14
10,46	0,165 0496	15 92	09	24	50 4	49 14
47	65 2088	15 93		25	22 8	49 17
48	65 3681	15 92		25	55 2	49 14
49	65 5273	15 92		26	27 6	49 14
50	65 6865			27	00 0	

N. E. $k = 10°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
10,50	0,166 6865	15 93	09	27	00 0	49 17
10,51	0,165 8458	15 92	09	27	32 4	49 14
52	66 0050	15 93		28	04 8	49 17
53	66 1643	15 92		28	37 2	49 14
54	66 3235	15 93		29	09 6	49 17
55	66 4828	15 92		29	42 0	49 14
10,56	0,166 6420	15 93	09	30	14 4	49 17
57	66 8013	15 93		30	46 8	49 17
58	66 9606	15 92		31	19 2	49 14
59	67 1198	15 93		31	51 6	49 17
60	67 2791	15 93		32	24 0	49 17
10,61	0,167 4384	15 93	09	32	56 4	49 17
62	67 5977	15 93		33	28 8	49 17
63	67 7570	15 93		34	01 2	49 17
64	67 9163	15 93		34	33 6	49 17
65	68 0756	15 93		35	06 0	49 17
10,66	0,168 2349	15 93	09	35	38 4	49 17
67	68 3942	15 93		36	10 8	49 17
68	68 5535	15 93		36	43 2	49 17
69	68 7128	15 94		37	15 6	49 20
70	68 8722	15 93		37	48 0	49 17
10,71	0,169 0315	15 93	09	38	20 4	49 17
72	69 1908	15 94		38	52 8	49 20
73	69 3502	15 93		39	25 2	49 17
74	69 5095	15 93		39	57 6	49 17
75	69 6688	15 94		40	30 0	49 20
10,76	0,169 8282	15 93	09	41	02 4	49 17
77	69 9875	15 94		41	34 8	49 20
78	70 1469	15 93		42	07 2	49 17
79	70 3062	15 94		42	39 6	49 20
80	70 4656	15 94		43	12 0	49 20
10,81	0,170 6250	15 94	09	43	44 4	49 20
82	70 7844	15 94		44	16 8	49 20
83	70 9438	15 93		44	49 2	49 17
84	71 1031	15 94		45	21 6	49 20
85	71 2625	15 94		45	54 0	49 20
10,86	0,171 4219	15 94	09	46	26 4	49 20
87	71 5813	15 94		46	58 8	49 20
88	71 7407	15 94		47	31 2	49 20
89	71 9001	15 94		48	03 6	49 20
90	72 0595	15 94		48	36 0	49 20
10,91	0,172 2189	15 95	09	49	08 4	49 23
92	72 3784	15 94		49	40 8	49 20
93	72 5378	15 94		50	13 2	49 20
94	72 6972	15 94		50	45 6	49 20
95	72 8566	15 95		51	18 0	49 23
10,96	0,173 0161	15 94	09	51	50 4	49 20
97	73 1755	15 94		52	22 8	49 20
98	73 3349	15 95		52	55 2	49 23
99	73 4944	15 94		53	27 6	49 20
11,00	73 6538			54	00 0	

N. E. $k=11°$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
11,00	0,173 6538	15 95	09	54	00 0	49 23
01	0,173 8133	15 95	09	54	32 4	49 23
02	73 9728	15 94		55	04 8	49 20
03	74 1322	15 95		55	37 2	49 23
04	74 2917	15 95		56	09 6	49 23
05	74 4512	15 94		56	42 0	49 20
11,06	0,174 6106	15 95	09	57	14 4	49 23
07	74 7701	15 95		57	46 8	49 23
08	74 9296	15 95		58	19 2	49 23
09	75 0891	15 95		58	51 6	49 23
10	75 2486	15 95		59	24 0	49 23
11,11	0,175 4081	15 95	09	59	56 4	49 23
12	75 5676	15 95	10	00	28 8	49 23
13	75 7271	15 95		01	01 2	49 23
14	75 8866	15 95		01	33 6	49 23
15	76 0461	15 96		02	06 0	49 26
11,16	0,176 2057	15 95	10	02	38 4	49 23
17	76 3652	15 95		03	10 8	49 23
18	76 5247	15 95		03	43 2	49 23
19	76 6842	15 96		04	15 6	49 26
20	76 8438	15 96		04	48 0	49 26
11,21	0,177 0034	15 95	10	05	20 4	49 23
22	77 1629	15 96		05	52 8	49 26
23	77 3225	15 95		06	25 2	49 23
24	77 4820	15 96		06	57 6	49 26
25	77 6416	15 95		07	30 0	49 23
11,26	0,177 8011	15 96	10	08	02 4	49 26
27	77 9607	15 96		08	34 8	49 26
28	78 1203	15 96		09	07 2	49 26
29	78 2799	15 96		09	39 6	49 26
30	78 4395	15 95		10	12 0	49 23
11,31	0,178 5990	15 96	10	10	44 4	49 26
32	78 7586	15 96		11	16 8	49 26
33	78 9182	15 96		11	49 2	49 26
34	79 0778	15 96		12	21 6	49 26
35	79 2374	15 96		12	54 0	49 26
11,36	0,179 3970	15 96	10	13	26 4	49 26
37	79 5566	15 97		13	58 8	49 29
38	79 7163	15 96		14	31 2	49 26
39	79 8759	15 96		15	03 6	49 26
40	80 0355	15 97		15	36 0	49 29
11,41	0,180 1952	15 96	10	16	08 4	49 26
42	80 3548	15 97		16	40 8	49 29
43	80 5145	15 96		17	13 2	49 26
44	80 6741	15 97		17	45 6	49 29
45	80 8338	15 96		18	18 0	49 26
11,46	0,180 9934	15 97	10	18	50 4	49 29
47	81 1531	15 96		19	22 8	49 26
48	81 3127	15 97		19	55 2	49 29
49	81 4724	15 97		20	27 6	49 29
50	81 6321			21	00 0	

N. E. $k=11°$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
11,50	0,181 6321	15 97	10	21	00 0	49 29
11,51	0,181 7918	15 97	10	21	32 4	49 29
52	81 9515	15 96		22	04 8	49 26
53	82 1111	15 97		22	37 2	49 29
54	82 2708	15 97		23	09 6	49 29
55	82 4305	15 97		23	42 0	49 29
11,56	0,182 5902	15 98	10	24	14 4	49 32
57	82 7500	15 97		24	46 8	49 29
58	82 9097	15 97		25	19 2	49 29
59	83 0694	15 97		25	51 6	49 29
60	83 2291	15 97		26	24 0	49 29
11,61	0,183 3888	15 98	10	26	56 4	49 32
62	83 5486	15 97		27	28 8	49 29
63	83 7083	15 97		28	01 2	49 29
64	83 8680	15 98		28	33 6	49 32
65	84 0278	15 97		29	06 0	49 29
11,66	0,184 1875	15 98	10	29	38 4	49 32
67	84 3473	15 97		30	10 8	49 29
68	84 5070	15 98		30	43 2	49 32
69	84 6668	15 97		31	15 6	49 29
70	84 8265	15 98		31	48 0	49 32
11,71	0,184 9863	15 98	10	32	20 4	49 32
72	85 1461	15 98		32	52 8	49 32
73	85 3059	15 98		33	25 2	49 32
74	85 4657	15 98		33	57 6	49 32
75	85 6255	15 98		34	30 0	49 32
11,76	0,185 7853	15 98	10	35	02 4	49 32
77	85 9451	15 98		35	34 8	49 32
78	86 1049	15 98		36	07 2	49 32
79	86 2647	15 98		36	39 6	49 32
80	86 4245	15 98		37	12 0	49 32
11,81	0,186 5843	15 99	10	37	44 4	49 35
82	86 7442	15 98		38	16 8	49 32
83	86 9040	15 98		38	49 2	49 32
84	87 0638	15 99		39	21 6	49 35
85	87 2237	15 98		39	54 0	49 32
11,86	0,187 3835	15 99	10	40	26 4	49 35
87	87 5434	15 98		40	58 8	49 32
88	87 7032	15 99		41	31 2	49 35
89	87 8631	15 98		42	03 6	49 32
90	88 0229	15 99		42	36 0	49 35
11,91	0,188 1828	15 99	10	43	08 4	49 35
92	88 3427	15 99		43	40 8	49 35
93	88 5026	15 98		44	13 2	49 32
94	88 6624	15 99		44	45 6	49 35
95	88 8223	15 99		45	18 0	49 35
11,96	0,188 9822	15 99	10	45	50 4	49 35
97	89 1421	15 99		46	22 8	49 35
98	89 3020	15 99		46	55 2	49 35
99	89 4619	15 99		47	27 6	49 35
12,00	89 6218			48	00 0	

N. E. $k=12^\circ$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
12,00	0,189 6218	15 99	10	48	00 0	49 35
12,01	0,189 7817	15 99	10	48	32 4	49 35
02	89 9416	16 00		49	04 8	49 38
03	90 1016	15 99		49	37 2	49 35
04	90 2615	15 99		50	09 6	49 35
05	90 4214	16 00		50	42 0	49 38
12,06	0,190 5814	15 99	10	51	14 4	49 35
07	90 7413	16 00		51	46 8	49 38
08	90 9013	15 99		52	19 2	49 35
09	91 0612	16 00		52	51 6	49 38
10	91 2212	15 99		53	24 0	49 35
12,11	0,191 3811	16 00	10	53	56 4	49 38
12	91 5411	16 00		54	28 8	49 38
13	91 7011	15 99		55	01 2	49 35
14	91 8610	16 00		55	33 6	49 38
15	92 0210	16 00		56	06 0	49 38
12,16	0,192 1810	16 00	10	56	38 4	49 38
17	92 3410	16 00		57	10 8	49 38
18	92 5010	16 00		57	43 2	49 38
19	92 6610	16 00		58	15 6	49 38
20	92 8210	16 00		58	48 0	49 38
12,21	0,192 9810	16 00	10	59	20 4	49 38
22	93 1410	16 01	10	59	52 8	49 41
23	93 3011	16 00	11	00	25 2	49 38
24	93 4611	16 00		00	57 6	49 38
25	93 6211	16 01		01	30 0	49 41
12,26	0,193 7812	16 00	11	02	02 4	49 38
27	93 9412	16 00		02	34 8	49 38
28	94 1012	16 01		03	07 2	49 41
29	94 2613	16 01		03	39 6	49 41
30	94 4214	16 00		04	12 0	49 38
12,31	0,194 5814	16 01	11	04	44 4	49 41
32	94 7415	16 01		05	16 8	49 41
33	94 9015	16 01		05	49 2	49 41
34	95 0616	16 01		06	21 6	49 41
35	95 2217	16 01		06	54 0	49 41
12,36	0,195 3818	16 00	11	07	26 4	49 38
37	95 5418	16 01		07	58 8	49 41
38	95 7019	16 01		08	31 2	49 41
39	95 8620	16 01		09	03 6	49 41
40	96 0221	16 02		09	36 0	49 44
12,41	0,196 1823	16 01	11	10	08 4	49 41
42	96 3424	16 01		10	40 8	49 41
43	96 5025	16 01		11	13 2	49 41
44	96 6626	16 02		11	45 6	49 44
45	96 8228	16 01		12	18 0	49 41
12,46	0,196 9829	16 01	11	12	50 4	49 41
47	97 1430	16 02		13	22 8	49 44
48	97 3032	16 01		13	55 2	49 41
49	97 4633	16 02		14	27 6	49 44
50	97 6235			15	00 0	
12,50	0,197 6235	16 01	11	15	00 0	49 41
12,51	0,197 7836	16 02	11	15	32 4	49 44
52	97 9438	16 02		16	04 8	49 44
53	98 1040	16 02		16	37 2	49 44
54	98 2642	16 01		17	09 6	49 41
55	98 4243	16 02		17	42 0	49 44
12,56	0,198 5845	16 02	11	18	14 4	49 44
57	98 7447	16 02		18	46 8	49 44
58	98 9049	16 02		19	19 2	49 44
59	99 0651	16 02		19	51 6	49 44
60	99 2253	16 02		20	24 0	49 44
12,61	0,199 3855	16 02	11	20	56 4	49 44
62	99 5457	16 03		21	28 8	49 48
63	99 7060	16 02		22	01 2	49 44
64	0,199 8662	16 02		22	33 6	49 44
65	0,200 0264	16 03		23	06 0	49 48
12,66	0,200 1867	16 02	11	23	38 4	49 44
67	00 3469	16 03		24	10 8	49 48
68	00 5072	16 02		24	43 2	49 44
69	00 6674	16 03		25	15 6	49 48
70	00 8277	16 02		25	48 0	49 44
12,71	0,200 9879	16 03	11	26	20 4	49 48
72	01 1482	16 03		26	52 8	49 48
73	01 3085	16 02		27	25 2	49 44
74	01 4687	16 03		27	57 6	49 48
75	01 6290	16 03		28	30 0	49 48
12,76	0,201 7893	16 03	11	29	02 4	49 48
77	01 9496	16 03		29	34 8	49 48
78	02 1099	16 03		30	07 2	49 48
79	02 2702	16 03		30	39 6	49 48
80	02 4305	16 03		31	12 0	49 48
12,81	0,202 5908	16 03	11	31	44 4	49 48
82	02 7511	16 03		32	16 8	49 48
83	02 9114	16 04		32	49 2	49 51
84	03 0718	16 03		33	21 6	49 48
85	03 2321	16 03		33	54 0	49 48
12,86	0,203 3924	16 04	11	34	26 4	49 51
87	03 5528	16 03		34	58 8	49 48
88	03 7131	16 04		35	31 2	49 51
89	03 8735	16 03		36	03 6	49 48
90	04 0338	16 04		36	36 0	49 51
12,91	0,204 1942	16 04	11	37	08 4	49 51
92	04 3546	16 03		37	40 8	49 48
93	04 5149	16 04		38	13 2	49 51
94	04 6753	16 04		38	45 6	49 51
95	04 8357	16 04		39	18 0	49 51
12,96	0,204 9961	16 04	11	39	50 4	49 51
97	05 1565	16 04		40	22 8	49 51
98	05 3169	16 04		40	55 2	49 51
99	05 4773	16 04		41	27 6	49 51
13,00	05 6377			42	00 0	

N. E. k=13° Gr. M.	ℒ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
13,00	0,206 6377	16 04	11 42 00 0	49 51
13,01	0,206 7981	16 04	11 42 32 4	49 51
02	06 9585	16 04	43 04 8	49 51
03	06 1189	16 05	43 37 2	49 54
04	06 2794	16 04	44 09 6	49 51
05	06 4398	16 04	44 42 0	49 51
13,06	0,206 6002	16 05	11 45 14 4	49 54
07	06 7607	16 04	45 46 8	49 51
08	06 9211	16 05	46 19 2	49 54
09	07 0816	16 05	46 51 6	49 54
10	07 2421	16 04	47 24 0	49 51
13,11	0,207 4025	16 05	11 47 56 4	49 54
12	07 5630	16 05	48 28 8	49 54
13	07 7235	16 05	49 01 2	49 54
14	07 8840	16 05	49 33 6	49 54
15	08 0445	16 05	50 06 0	49 54
13,16	0,208 2050	16 05	11 50 38 4	49 54
17	08 3655	16 05	51 10 8	49 54
18	08 5260	16 05	51 43 2	49 54
19	08 6865	16 05	52 15 6	49 54
20	08 8470	16 05	52 48 0	49 54
13,21	0,209 0075	16 05	11 53 20 4	49 54
22	09 1680	16 06	53 52 8	49 57
23	09 3286	16 05	54 25 2	49 54
24	09 4891	16 05	54 57 6	49 54
25	09 6496	16 06	55 30 0	49 57
13,26	0,209 8102	16 05	11 56 02 4	49 54
27	09 9707	16 06	56 34 8	49 57
28	10 1313	16 06	57 07 2	49 57
29	10 2919	16 05	57 39 6	49 54
30	10 4524	16 06	58 12 0	49 57
13,31	0,210 6130	16 06	11 58 44 4	49 57
32	10 7736	16 05	59 16 8	49 54
33	10 9341	16 06	11 59 49 2	49 57
34	11 0947	16 06	12 00 21 6	49 57
35	11 2553	16 06	00 54 0	49 57
13,36	0,211 4159	16 06	12 01 26 4	49 57
37	11 5765	16 06	01 58 8	49 57
38	11 7371	16 06	02 31 2	49 57
39	11 8977	16 07	03 03 6	49 60
40	12 0584	16 06	03 36 0	49 57
13,41	0,212 2190	16 07	12 04 08 4	49 60
42	12 3797	16 06	04 40 8	49 57
43	12 5403	16 06	05 13 2	49 57
44	12 7009	16 07	05 45 6	49 60
45	12 8616	16 06	06 18 0	49 57
13,46	0,213 0222	16 07	12 06 50 4	49 60
47	13 1829	16 07	07 22 8	49 60
48	13 3436	16 06	07 55 2	49 57
49	13 5042	16 07	08 27 6	49 60
50	13 6649		09 00 0	
13,50	0,213 6649	16 07	12 09 00 0	49 60
13,51	0,213 8256	16 07	12 09 32 4	49 60
52	13 9863	16 07	10 04 8	49 60
53	14 1470	16 07	10 37 2	49 60
54	14 3077	16 07	11 09 6	49 60
55	14 4684	16 07	11 42 0	49 60
13,56	0,214 6291	16 07	12 12 14 4	49 60
57	14 7898	16 07	12 46 8	49 60
58	14 9505	16 07	13 19 2	49 60
59	15 1112	16 07	13 51 6	49 60
60	15 2719	16 08	14 24 0	49 63
13,61	0,215 4327	16 08	12 14 56 4	49 63
62	15 5935	16 07	15 28 8	49 60
63	15 7542	16 08	16 01 2	49 63
64	15 9150	16 07	16 33 6	49 60
65	16 0757	16 08	17 06 0	49 63
13,66	0,216 2365	16 07	12 17 38 4	49 60
67	16 3972	16 08	18 10 8	49 63
68	16 5580	16 08	18 43 2	49 63
69	16 7188	16 08	19 15 6	49 63
70	16 8796	16 08	19 48 0	49 63
13,71	0,217 0404	16 07	12 20 20 4	49 60
72	17 2011	16 08	20 52 8	49 63
73	17 3619	16 08	21 25 2	49 63
74	17 5227	16 08	21 57 6	49 63
75	17 6835	16 09	22 30 0	49 66
13,76	0,217 8444	16 08	12 23 02 4	49 63
77	18 0052	16 09	23 34 8	49 66
78	18 1661	16 08	24 07 2	49 63
79	18 3269	16 09	24 39 6	49 66
80	18 4878	16 08	25 12 0	49 63
13,81	0,218 6486	16 08	12 25 44 4	49 63
82	18 8094	16 09	26 16 8	49 66
83	18 9703	16 09	26 49 2	49 66
84	19 1312	16 08	27 21 6	49 63
85	19 2920	16 09	27 54 0	49 66
13,86	0,219 4529	16 09	12 28 26 4	49 66
87	19 6138	16 09	28 58 8	49 66
88	19 7747	16 09	29 31 2	49 66
89	19 9356	16 09	30 03 6	49 66
90	20 0965	16 09	30 36 0	49 66
13,91	0,220 2574	16 09	12 31 08 4	49 66
92	20 4183	16 09	31 40 8	49 66
93	20 5792	16 09	32 13 2	49 66
94	20 7401	16 09	32 45 6	49 66
95	20 9010	16 10	33 18 0	49 69
13,96	0,221 0620	16 09	12 33 50 4	49 66
97	21 2229	16 09	34 22 8	49 66
98	21 3838	16 09	34 55 2	49 66
99	21 5447	16 10	35 27 6	49 69
14,00	21 7057		36 00 0	

N. E. $k = 14°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
14,00	0,221 7067	16 10	12 36 00 0	49 69
14,01	0,221 8667	16 09	12 36 32 4	49 69
02	22 0277	16 10	37 04 8	49 66
03	22 1866	16 10	37 37 2	49 69
04	22 3496	16 10	38 09 6	49 69
05	22 5106	16 10	38 42 0	49 69
14,06	0,222 6716	16 10	12 39 14 4	49 69
07	22 8326	16 10	39 46 8	49 69
08	22 9936	16 10	40 19 2	49 69
09	23 1546	16 10	40 51 6	49 69
10	23 3156	16 10	41 24 0	49 69
14,11	0,223 4766	16 10	12 41 56 4	49 69
12	23 6376	16 10	42 28 8	49 69
13	23 7986	16 11	43 01 2	49 72
14	23 9597	16 10	43 33 6	49 69
15	24 1207	16 11	44 06 0	49 72
14,16	0,224 2818	16 10	12 44 38 4	49 69
17	24 4428	16 11	45 10 8	49 72
18	24 6039	16 10	45 43 2	49 69
19	24 7649	16 11	46 15 6	49 72
20	24 9260	16 11	46 48 0	49 72
14,21	0,225 0871	16 11	12 47 20 4	49 72
22	25 2482	16 10	47 52 8	49 69
23	25 4092	16 11	48 25 2	49 72
24	25 5703	16 11	48 57 6	49 72
25	25 7314	16 11	49 30 0	49 72
14,26	0,225 8925	16 11	12 50 02 4	49 72
27	26 0536	16 11	50 34 8	49 72
28	26 2147	16 12	51 07 2	49 75
29	26 3759	16 11	51 39 6	49 72
30	26 5370	16 11	52 12 0	49 72
14,31	0,226 6981	16 11	12 52 44 4	49 72
32	26 8592	16 12	53 16 8	49 75
33	27 0204	16 11	53 49 2	49 72
34	27 1815	16 12	54 21 6	49 75
35	27 3427	16 12	54 54 0	49 75
14,36	0,227 5039	16 11	12 55 26 4	49 72
37	27 6650	16 12	55 58 8	49 75
38	27 8262	16 12	56 31 2	49 75
39	27 9874	16 12	57 03 6	49 75
40	28 1486	16 11	57 36 0	49 72
14,41	0,228 3097	16 12	12 58 08 4	49 75
42	28 4709	16 12	58 40 8	49 75
43	28 6321	16 12	59 13 2	49 75
44	28 7933	16 13	12 59 45 6	49 78
45	28 9546	16 12	13 00 18 0	49 75
14,46	0,229 1158	16 12	13 00 50 4	49 75
47	29 2770	16 12	01 22 8	49 75
48	29 4382	16 13	01 55 2	49 78
49	29 5995	16 12	02 27 6	49 75
50	29 7607		03 00 0	

N. E. $k = 14°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
14,50	0,229 7607	16 12	13 03 00 0	49 75
14,51	0,229 9219	16 13	13 03 32 4	49 78
52	30 0832	16 13	04 04 8	49 78
53	30 2445	16 12	04 37 2	49 75
54	30 4057	16 13	05 09 6	49 78
55	30 5670	16 13	05 42 0	49 78
14,56	0,230 7283	16 13	13 06 14 4	49 78
57	30 8896	16 12	06 46 8	49 75
58	31 0508	16 13	07 19 2	49 78
59	31 2121	16 13	07 51 6	49 78
60	31 3734	16 13	08 24 0	49 78
14,61	0,231 5347	16 13	13 08 56 4	49 78
62	31 6960	16 14	09 28 8	49 81
63	31 8574	16 13	10 01 2	49 78
64	32 0187	16 13	10 33 6	49 78
65	32 1800	16 14	11 06 0	49 81
14,66	0,232 3414	16 13	13 11 38 4	49 78
67	32 5027	16 13	12 10 8	49 78
68	32 6640	16 14	12 43 2	49 81
69	32 8254	16 14	13 15 6	49 81
70	32 9868	16 13	13 48 0	49 78
14,71	0,233 1481	16 14	13 14 20 4	49 81
72	33 3095	16 14	14 52 8	49 81
73	33 4709	16 14	16 25 2	49 81
74	33 6323	16 13	16 57 6	49 78
75	33 7936	16 14	16 30 0	49 81
14,76	0,233 9550	16 14	13 17 02 4	49 81
77	34 1164	16 14	17 34 8	49 81
78	34 2778	16 15	18 07 2	49 85
79	34 4393	16 14	18 39 0	49 81
80	34 6007	16 14	19 12 0	49 81
14,81	0,234 7621	16 14	13 19 44 4	49 81
82	34 9236	16 15	20 16 8	49 85
83	35 0850	16 14	20 49 2	49 81
84	35 2464	16 15	21 21 6	49 85
85	35 4079	16 14	21 54 0	49 81
14,86	0,235 5693	16 15	13 22 26 4	49 85
87	35 7308	16 15	22 58 8	49 85
88	35 8923	16 14	23 31 2	49 81
89	36 0537	16 15	24 03 6	49 85
90	36 2152	16 15	24 36 0	49 85
14,91	0,236 3767	16 15	13 25 08 4	49 85
92	36 5382	16 15	25 40 8	49 85
93	36 6997	16 15	26 13 2	49 85
94	36 8612	16 15	26 45 6	49 85
95	37 0227	16 15	27 18 0	49 85
14,96	0,237 1842	16 15	31 27 50 4	49 85
97	37 3457	16 16	28 22 8	49 85
98	37 5073	16 15	28 55 2	49 85
99	37 6688	16 15	29 27 6	49 85
15,00	37 8303		30 00 0	

N. E. k=15° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
15,00	0,237 8303	16 16	13 30 00 0	49 88
15,01	0,237 9919	16 15	13 30 32 4	49 86
02	38 1534	16 16	31 04 8	49 88
03	38 3150	16 16	31 37 2	49 88
04	38 4766	16 15	32 09 6	49 85
05	38 6381	16 16	32 42 0	49 88
15,06	0,238 7997	16 16	13 33 14 4	49 88
07	38 9613	16 16	33 46 8	49 88
08	39 1229	16 16	34 19 2	49 88
09	39 2845	16 16	34 51 6	49 88
10	39 4461	16 16	35 24 0	49 88
15,11	0,239 6077	16 16	13 35 56 4	49 88
12	39 7693	16 16	36 28 8	49 88
13	39 9309	16 16	37 01 2	49 88
14	40 0925	16 17	37 33 6	49 91
15	40 2542	16 16	38 06 0	49 88
15,16	0,240 4158	16 16	13 38 38 4	49 88
17	40 5774	16 17	39 10 8	49 91
18	40 7391	16 16	39 43 2	49 88
19	40 9007	16 17	40 15 6	49 91
20	41 0624	16 17	40 48 0	49 91
15,21	0,241 2241	16 17	13 41 20 4	49 91
22	41 3858	16 16	41 52 8	49 88
23	41 5474	16 17	42 25 2	49 91
24	41 7091	16 17	42 57 6	49 91
25	41 8708	16 17	43 30 0	49 91
15,26	0,242 0325	16 17	13 44 02 4	49 91
27	42 1942	16 17	44 34 8	49 91
28	42 3559	16 18	45 07 2	49 94
29	42 5177	16 17	45 39 6	49 91
30	42 6794	16 17	46 12 0	49 91
15,31	0,242 8411	16 18	13 46 44 4	49 94
32	43 0029	16 17	47 16 8	49 91
33	43 1646	16 17	47 49 2	49 91
34	43 3263	16 18	48 21 6	49 94
35	43 4881	16 18	48 54 0	49 94
15,36	0,243 6499	16 17	13 49 26 4	49 91
37	43 8116	16 18	49 58 8	49 94
38	43 9734	16 18	50 31 2	49 94
39	44 1352	16 18	51 03 6	49 94
40	44 2970	16 18	51 36 0	49 94
15,41	0,244 4588	16 18	13 52 08 4	49 94
42	44 6206	16 18	52 40 8	49 94
43	44 7824	16 18	53 13 2	49 94
44	44 9442	16 18	53 45 6	49 94
45	45 1060	16 18	54 18 0	49 94
15,46	0,245 2678	16 19	13 54 50 4	49 97
47	45 4297	16 18	55 22 8	49 94
48	45 5915	16 18	55 55 2	49 94
49	45 7533	16 19	56 27 6	49 97
50	45 9152		57 00 0	

N. E. k=15° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
15,50	0,245 9152	16 18	13 57 00 0	49 94
15,51	0,246 0770	16 19	13 57 32 4	49 97
52	46 2389	16 19	58 04 8	49 97
53	46 4008	16 18	58 37 2	49 94
54	46 5626	16 19	59 09 6	49 97
55	46 7245	16 19	13 59 42 0	49 97
15,56	0,246 8864	16 19	14 00 14 4	49 97
57	47 0483	16 19	00 46 8	49 97
58	47 2102	16 19	01 19 2	49 97
59	47 3721	16 19	01 51 6	49 97
60	47 5340	16 20	02 24 0	50 00
15,61	0,247 6960	16 19	14 02 56 4	49 97
62	47 8579	16 19	03 28 8	49 97
63	48 0198	16 20	04 01 2	50 00
64	48 1818	16 19	04 33 6	49 97
65	48 3437	16 20	05 06 0	50 00
15,66	0,248 5057	16 19	14 05 38 4	49 97
67	48 6676	16 20	06 10 8	50 00
68	48 8296	16 19	06 43 2	49 97
69	48 9915	16 20	07 15 6	50 00
70	49 1535	16 20	07 48 0	50 00
15,71	0,249 3155	16 20	14 08 20 4	50 00
72	49 4775	16 20	08 52 8	50 00
73	49 6395	16 20	09 25 2	50 00
74	49 8015	16 20	09 57 6	50 00
75	49 9635	16 20	10 30 0	50 00
15,76	0,250 1255	16 20	14 11 02 4	50 00
77	50 2875	16 20	11 34 8	50 00
78	50 4495	16 20	12 07 2	50 00
79	50 6115	16 21	12 39 6	50 03
80	50 7737	16 20	13 12 0	50 00
15,81	0,250 9357	16 21	14 13 44 4	50 03
82	51 0978	16 20	14 16 8	50 00
83	51 2598	16 21	14 49 2	50 03
84	51 4219	16 21	15 21 6	50 03
85	51 5840	16 20	15 54 0	50 00
15,86	0,251 7460	16 21	14 16 26 4	50 03
87	51 9081	16 21	16 58 8	50 03
88	52 0702	16 21	17 31 2	50 03
89	52 2323	16 21	18 03 6	50 03
90	52 3944	16 21	18 36 0	50 03
15,91	0,252 5565	16 21	14 19 08 4	50 03
92	52 7186	16 22	19 40 8	50 06
93	52 8808	16 21	20 13 2	50 03
94	53 0429	16 21	20 45 6	50 03
95	53 2050	16 22	21 18 0	50 06
15,96	0,253 3672	16 21	14 21 50 4	50 03
97	53 5293	16 22	22 22 8	50 06
98	53 6915	16 22	22 55 2	50 06
99	53 8537	16 21	23 27 6	50 03
16,00	54 0158		24 00 0	

N. E. $k=16°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
16,00	0,254 0158	16 22	14 24 00 0	50 06
16,01	0,254 1780	16 22	14 24 32 4	50 06
02	54 3402	16 22	25 04 8	50 06
03	54 5024	16 22	25 37 2	50 06
04	54 6646	16 22	26 09 6	50 06
05	54 8268	16 22	26 42 0	50 06
16,06	0,254 9890	16 22	14 27 14 4	50 06
07	55 1512	16 22	27 46 8	50 06
08	55 3134	16 23	28 10 2	50 09
09	55 4757	16 22	28 51 6	50 06
10	55 6379	16 22	29 24 0	50 06
16,11	0,255 8001	16 23	14 29 56 4	50 09
12	55 9624	16 23	30 28 8	50 09
13	56 1247	16 22	31 01 2	50 06
14	56 2869	16 23	31 33 6	50 09
15	56 4492	16 23	32 06 0	50 09
16,16	0,256 6115	16 23	14 32 38 4	50 09
17	56 7738	16 23	33 10 8	50 09
18	56 9361	16 23	33 43 2	50 09
19	57 0984	16 23	34 15 6	50 09
20	57 2607	16 23	34 48 0	50 09
16,21	0,257 4230	16 23	14 35 20 4	50 09
22	57 5853	16 23	35 52 8	50 09
23	57 7476	16 23	36 25 2	50 09
24	57 9099	16 24	36 57 6	50 12
25	58 0723	16 23	37 30 0	50 09
16,26	0,258 2346	16 24	14 38 02 4	50 12
27	58 3970	16 23	38 34 8	50 09
28	58 5593	16 24	39 07 2	50 12
29	58 7217	16 23	39 39 6	50 09
30	58 8840	16 24	40 12 0	50 12
16,31	0,259 0464	16 24	14 40 44 4	50 12
32	59 2088	16 24	41 16 8	50 12
33	59 3712	16 24	41 49 2	50 12
34	59 5336	16 24	42 21 6	50 12
35	59 6960	16 24	42 54 0	50 12
16,36	0,259 8584	16 24	14 43 26 4	50 12
37	60 0208	16 24	43 58 8	50 12
38	60 1832	16 25	44 31 2	50 15
39	60 3457	16 24	45 03 6	50 12
40	60 5081	16 25	45 36 0	50 15
16,41	0,260 6706	16 24	14 46 08 4	50 12
42	60 8330	16 25	46 40 8	50 15
43	60 9955	16 24	47 13 2	50 12
44	61 1579	16 25	47 45 6	50 15
45	61 3204	16 25	48 18 0	50 15
16,46	0,261 4829	16 24	14 48 50 4	50 12
47	61 6453	16 25	49 22 8	50 15
48	61 8078	16 26	49 55 2	50 15
49	61 9703	16 25	50 27 6	50 15
50	62 1328		51 00 0	

N. E. $k=16°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
16,50	0,262 1328	16 25	14 51 00 0	50 15
16,51	0,262 2953	16 25	14 51 32 4	50 15
52	62 4578	16 26	52 04 8	50 19
53	62 6204	16 25	52 37 2	50 15
54	62 7829	16 26	53 09 6	50 19
55	62 9455	16 25	53 42 0	50 15
16,56	0,263 1080	16 26	14 54 14 4	50 19
57	63 2706	16 25	54 46 8	50 15
58	63 4331	16 26	55 19 2	50 19
59	63 5957	16 26	55 51 6	50 19
60	63 7583	16 25	56 24 0	50 15
16,61	0,263 9208	16 26	14 56 56 4	50 19
62	64 0834	16 26	57 28 8	50 19
63	64 2460	16 26	58 01 2	50 19
64	64 4086	16 26	58 33 6	50 19
65	64 5712	16 26	59 06 0	50 19
16,66	0,264 7338	16 27	14 59 38 4	50 22
67	64 8965	16 26	15 00 10 8	50 19
68	65 0591	16 26	00 43 2	50 19
69	65 2217	16 27	01 15 6	50 22
70	65 3844	16 26	01 48 0	50 19
16,71	0,265 5470	16 27	15 02 20 4	50 22
72	65 7097	16 26	02 52 8	50 19
73	65 8723	16 27	03 25 2	50 22
74	66 0350	16 27	03 57 6	50 22
75	66 1977	16 26	04 30 0	50 19
16,76	0,266 3603	16 27	15 05 02 4	50 22
77	66 5230	16 27	05 34 8	50 22
78	66 6857	16 27	06 07 2	50 22
79	66 8484	16 27	06 39 6	50 22
80	67 0111	16 28	07 12 0	50 25
16,81	0,267 1739	16 27	15 07 44 4	50 22
82	67 3366	16 27	08 16 8	50 22
83	67 4993	16 27	08 49 2	50 22
84	67 6620	16 28	09 21 6	50 25
85	67 8248	16 27	09 54 0	50 22
16,86	0,267 9875	16 28	15 10 26 4	50 25
87	68 1503	16 28	10 58 8	50 25
88	68 3131	16 27	11 31 2	50 22
89	68 4758	16 28	12 03 6	50 25
90	68 6386	16 28	12 36 0	50 25
16,91	0,268 8014	16 28	15 13 08 4	50 25
92	68 9642	16 28	13 40 8	50 25
93	69 1270	16 28	14 13 2	50 25
94	69 2898	16 28	14 45 6	50 25
95	69 4526	16 28	15 18 0	50 25
16,96	0,269 6154	16 29	15 15 50 4	50 28
97	69 7783	16 28	16 22 8	50 25
98	69 9411	16 28	16 55 2	50 25
99	70 1039	16 29	17 27 6	50 28
17,00	70 2668		18 00 0	

N. E. k=17° Gr. M.	Ꝋ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
17,00	0,270 2668	16 28	15	18	00 0	50 25
17,01	0,270 4296	16 29	15	18	32 4	50 28
02	70 5925	16 28		19	04 8	50 25
03	70 7553	16 29		19	37 2	50 28
04	70 9182	16 29		20	09 6	50 28
05	71 0811	16 29		20	42 0	50 28
17,06	0,271 2440	16 29	15	21	14 4	50 28
07	71 4069	16 29		21	46 8	50 28
08	71 5698	16 29		22	19 2	50 28
09	71 7327	16 29		22	51 6	50 28
10	71 8956	16 29		23	24 0	50 28
17,11	0,272 0585	16 30	15	23	56 4	50 31
12	72 2215	16 29		24	28 8	50 28
13	72 3844	16 30		25	01 2	50 31
14	72 5474	16 29		25	33 6	50 28
15	72 7103	16 30		26	06 0	50 31
17,16	0,272 8733	16 29	15	26	38 4	50 28
17	73 0362	16 30		27	10 8	50 31
18	73 1992	16 30		27	43 2	50 31
19	73 3622	16 30		28	15 6	50 31
20	73 5252	16 30		28	48 0	50 31
17,21	0,273 6882	16 30	15	29	20 4	50 31
22	73 8512	16 30		29	52 8	50 31
23	74 0142	16 30		30	25 2	50 31
24	74 1772	16 30		30	57 6	50 31
25	74 3403	16 30		31	30 0	50 31
17,26	0,274 5033	16 30	15	32	02 4	50 31
27	74 6663	16 31		32	34 8	50 34
28	74 8294	16 30		33	07 2	50 31
29	74 9924	16 31		33	39 6	50 34
30	75 1555	16 31		34	12 0	50 34
17,31	0,275 3186	16 30	15	34	44 4	50 31
32	75 4816	16 31		35	16 8	50 34
33	75 6447	16 31		35	49 2	50 34
34	75 8078	16 31		36	21 6	50 34
35	75 9709	16 31		36	54 0	50 34
17,36	0,276 1340	16 31	15	37	26 4	50 34
37	76 2971	16 31		37	58 8	50 34
38	76 4602	16 32		38	31 2	50 37
39	76 6234	16 31		39	03 6	50 34
40	76 7865	16 31		39	36 0	50 34
17,41	0,276 9496	16 32	15	40	08 4	50 37
42	77 1128	16 31		40	40 8	50 34
43	77 2759	16 32		41	13 2	50 37
44	77 4391	16 31		41	45 6	50 34
45	77 6022	16 32		42	18 0	50 37
17,46	0,277 7664	16 32	15	42	50 4	50 37
47	77 9286	16 32		43	22 8	50 37
48	78 0918	16 32		43	55 2	50 37
49	78 2550	16 32		44	27 6	50 37
50	78 4182			45	00 0	

N. E. k=17° Gr. M.	Ꝋ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
17,50	0,278 4182	16 32	15	45	00 0	50 37
17,51	0,278 5814	16 32	15	45	32 4	50 37
52	78 7446	16 32		46	04 8	50 37
53	78 9078	16 33		46	37 2	50 40
54	79 0711	16 32		47	09 6	50 37
55	79 2343	16 32		47	42 0	50 37
17,56	0,279 3975	16 33	15	48	14 4	50 40
57	79 5608	16 33		48	46 8	50 40
58	79 7241	16 32		49	19 2	50 37
59	79 8873	16 33		49	51 6	50 40
60	80 0506	16 33		50	24 0	50 40
17,61	0,280 2139	16 33	15	50	56 4	50 40
62	80 3772	16 33		51	28 8	50 40
63	80 5405	16 33		52	01 2	50 40
64	80 7038	16 33		52	33 6	50 40
65	80 8671	16 33		53	06 0	50 40
17,66	0,281 0304	16 34	15	53	38 4	50 43
67	81 1938	16 33		54	10 8	50 40
68	81 3571	16 33		54	43 2	50 40
69	81 5204	16 34		55	15 6	50 43
70	81 6838	16 33		55	48 0	50 40
17,71	0,281 8471	16 34	15	56	20 4	50 43
72	82 0105	16 34		56	52 8	50 43
73	82 1739	16 33		57	25 2	50 40
74	82 3372	16 34		57	57 6	50 43
75	82 5006	16 34		58	30 0	50 43
17,76	0,282 6640	16 34	15	59	02 4	50 43
77	82 8274	16 34	15	59	34 8	50 43
78	82 9908	16 35	16	00	07 2	50 46
79	83 1543	16 34		00	39 6	50 43
80	83 3177	16 34		01	12 0	50 43
17,81	0,283 4811	16 35	16	01	44 4	50 46
82	83 6446	16 34		02	16 8	50 43
83	83 8080	16 34		02	49 2	50 43
84	83 9714	16 35		03	21 6	50 46
85	84 1349	16 35		03	54 0	50 46
17,86	0,284 2984	16 34	16	04	26 4	50 43
87	84 4618	16 35		04	58 8	50 46
88	84 6253	16 35		05	31 2	50 46
89	84 7888	16 35		06	03 6	50 46
90	84 9523	16 35		06	36 0	50 46
17,91	0,285 1158	16 35	16	07	08 4	50 46
92	85 2793	16 35		07	40 8	50 46
93	85 4428	16 36		08	13 2	50 49
94	85 6064	16 35		08	45 6	50 46
95	85 7699	16 35		09	18 0	50 46
17,96	0,285 9334	16 36	16	09	50 4	50 49
97	86 0970	16 36		10	22 8	50 49
98	86 2606	16 35		10	55 2	50 46
99	86 4241	16 36		11	27 6	50 49
18,00	86 5877			12	00 0	

N. E. k=18° Gr. M.	ℓ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
18,00	0,286 5877	16 36	16	12	00 0	50 40
18,01	0,286 7513	16 36	16	12	32 4	50 49
02	86 9149	16 35		13	04 8	50 46
03	87 0784	16 36		13	37 2	50 49
04	87 2420	16 37		14	09 6	50 52
05	87 4057	16 36		14	42 0	50 49
18,06	0,287 5693	16 36	16	15	14 4	50 49
07	87 7329	16 36		15	46 8	50 49
08	87 8965	16 37		16	19 2	50 52
09	88 0602	16 36		16	51 6	50 49
10	88 2238	16 36		17	24 0	50 49
18,11	0,288 3874	16 37	16	17	56 4	50 52
12	88 5511	16 37		18	28 8	50 52
13	88 7148	16 37		19	01 2	50 52
14	88 8785	16 36		19	33 6	50 49
15	89 0421	16 37		20	06 0	50 52
18,16	0,289 2058	16 37	16	20	38 4	50 52
17	89 3695	16 37		21	10 8	50 52
18	89 5332	16 38		21	43 2	50 56
19	89 6970	16 37		22	15 6	50 52
20	89 8607	16 37		22	48 0	50 52
18,21	0,290 0244	16 37	16	23	20 4	50 52
22	90 1881	16 38		23	52 8	50 56
23	90 3519	16 37		24	25 2	50 52
24	90 5156	16 38		24	57 6	50 56
25	90 6794	16 38		25	30 0	50 56
18,26	0,290 8432	16 37	16	26	02 4	50 52
27	91 0069	16 38		26	34 8	50 56
28	91 1707	16 38		27	07 2	50 56
29	91 3345	16 38		27	39 6	50 56
30	91 4983	16 38		28	12 0	50 56
18,31	0,291 6621	16 38	16	28	44 4	50 56
32	91 8259	16 38		29	16 8	50 56
33	91 9897	16 39		29	49 2	50 59
34	92 1536	16 38		30	21 6	50 56
35	92 3174	16 38		30	54 0	50 56
18,36	0,292 4812	16 39	16	31	26 4	50 59
37	92 6451	16 38		31	58 8	50 56
38	92 8089	16 39		32	31 2	50 59
39	92 9728	16 39		33	03 6	50 59
40	93 1367	16 39		33	36 0	50 59
18,41	0,293 3006	16 39	16	34	08 4	50 59
42	93 4645	16 39		34	40 8	50 59
43	93 6284	16 39		35	13 2	50 59
44	93 7923	16 39		35	45 6	50 59
45	93 9562	16 39		36	18 0	50 59
18,46	0,294 1201	16 39	16	36	50 4	50 59
47	94 2840	16 39		37	22 8	50 59
48	94 4479	16 40		37	55 2	50 62
49	94 6119	16 39		38	27 6	50 59
50	94 7758			39	00 0	

N. E. k=18° Gr. M.	ℓ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
18,50	0,294 7758	16 40	16	39	00 0	50 62
18,51	0,294 9398	16 40	16	39	32 4	50 62
52	95 1038	16 40		40	04 8	50 62
53	95 2677	16 40		40	37 2	50 62
54	95 4317	16 40		41	09 6	50 62
55	95 5957	16 40		41	42 0	50 62
18,56	0,295 7597	16 40	16	42	14 4	50 62
57	95 9237	16 40		42	46 8	50 62
58	96 0877	16 40		43	19 2	50 62
59	96 2517	16 40		43	51 6	50 62
60	96 4158	16 40		44	24 0	50 62
18,61	0,296 5798	16 40	16	44	56 4	50 62
62	96 7438	16 40		45	28 8	50 62
63	96 9079	16 41		46	01 2	50 65
64	97 0720	16 40		46	33 6	50 62
65	97 2360	16 40		47	06 0	50 62
18,66	0,297 4001	16 41	16	47	38 4	50 65
67	97 5642	16 41		48	10 8	50 65
68	97 7283	16 41		48	43 2	50 65
69	97 8924	16 41		49	15 6	50 65
70	98 0565	16 41		49	48 0	50 65
18,71	0,298 2206	16 41	16	50	20 4	50 65
72	98 3847	16 41		50	52 8	50 65
73	98 5488	16 42		51	25 2	50 68
74	98 7130	16 41		51	57 6	50 65
75	98 8771	16 42		52	30 0	50 68
18,76	0,299 0413	16 41	16	53	02 4	50 65
77	99 2054	16 42		53	34 8	50 68
78	99 3696	16 42		54	07 2	50 68
79	99 5338	16 41		54	39 6	50 65
80	99 6979	16 42		55	12 0	50 68
18,81	0,299 8621	16 42	16	55	44 4	50 68
82	0,300 0263	16 42		56	16 8	50 68
83	00 1905	16 43		56	49 2	50 71
84	00 3548	16 42		57	21 6	50 68
85	00 5190	16 42		57	54 0	50 68
18,86	0,300 6832	16 42	16	58	26 4	50 68
87	00 8474	16 43		58	58 8	50 71
88	01 0117	16 42	16	59	31 2	50 68
89	01 1759	16 43	17	00	03 6	50 71
90	01 3402	16 43		00	36 0	50 71
18,91	0,301 5045	16 43	17	01	08 4	50 71
92	01 6688	16 42		01	40 8	50 68
93	01 8330	16 43		02	13 2	50 71
94	01 9973	16 43		02	45 6	50 71
95	02 1616	16 43		03	18 0	50 71
18,96	0,302 3259	16 44	17	03	50 4	50 74
97	02 4903	16 43		04	22 8	50 71
98	02 6546	16 43		04	55 2	50 71
99	02 8189	16 44		05	27 6	50 74
19,00	02 9833			06	00 0	

N. E. $k=19^\circ$ Gr. M.	Ձ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
19,00	0,302 9833	16 43	17 06 00 0	50 71
19,01	0,303 1476	16 44	17 06 32 4	50 74
02	03 3120	16 43	07 04 8	50 71
03	03 4763	16 44	07 37 2	50 74
04	03 6407	16 44	08 09 6	50 74
05	03 8051	16 44	08 42 0	50 74
19,06	0,303 9695	16 44	17 09 14 4	50 74
07	04 1339	16 44	09 46 8	50 74
08	04 2983	16 44	10 19 2	50 74
09	04 4627	16 44	10 51 6	50 74
10	04 6271	16 45	11 24 0	50 77
19,11	0,304 7916	16 44	17 11 56 4	50 74
12	04 9560	16 44	12 28 8	50 74
13	05 1204	16 45	13 01 2	50 77
14	05 2849	16 45	13 33 6	50 77
15	05 4494	16 44	14 06 0	50 74
19,16	0,305 6138	16 45	17 14 38 4	50 77
17	05 7783	16 45	15 10 8	50 77
18	05 9428	16 45	15 43 2	50 77
19	06 1073	16 45	16 15 6	50 77
20	06 2718	16 45	16 48 0	50 77
19,21	0,306 4363	16 45	17 17 20 4	50 77
22	06 6008	16 45	17 52 8	50 77
23	06 7653	16 45	18 25 2	50 77
24	06 9298	16 46	18 57 6	50 80
25	07 0944	16 46	19 30 0	50 77
19,26	0,307 2589	16 46	17 20 02 4	50 80
27	07 4235	16 45	20 34 8	50 77
28	07 5880	16 46	21 07 2	50 80
29	07 7526	16 46	21 39 6	50 80
30	07 9172	16 46	22 12 0	50 80
19,31	0,308 0818	16 46	17 22 44 4	50 80
32	08 2464	16 46	23 16 8	50 80
33	08 4110	16 46	23 49 2	50 80
34	08 5756	16 46	24 21 6	50 80
35	08 7402	16 46	24 54 0	50 80
19,36	0,308 9048	16 47	17 25 26 4	50 83
37	09 0695	16 46	25 58 8	50 80
38	09 2341	16 47	26 31 2	50 83
39	09 3988	16 47	27 03 6	50 83
40	09 5635	16 46	27 36 0	50 80
19,41	0,309 7281	16 47	17 28 08 4	50 83
42	09 8928	16 47	28 40 8	50 83
43	10 0575	16 47	29 13 2	50 83
44	10 2222	16 47	20 45 6	50 83
45	10 3869	16 47	30 18 0	50 83
19,46	0,310 5516	16 47	17 30 50 4	50 83
47	10 7163	16 48	31 22 8	50 86
48	10 8811	16 47	31 55 2	50 83
49	11 0458	16 47	32 27 6	50 83
50	11 2105		33 00 0	

N. E. $k=19^\circ$ Gr. M.	Ձ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
19,50	0,311 2105	16 48	17 33 00 0	50 86
19,51	0,311 3753	16 47	17 33 32 4	50 83
52	11 5400	16 48	34 04 8	50 86
53	11 7048	16 48	34 37 2	50 86
54	11 8696	16 48	35 09 6	50 86
55	12 0344	16 48	35 42 0	50 86
19,56	0,312 1992	16 48	17 36 14 4	50 86
57	12 3640	16 48	36 46 8	50 86
58	12 5288	16 48	37 19 2	50 86
59	12 6936	16 48	37 51 6	50 86
60	12 8584	16 49	38 24 0	50 90
19,61	0,313 0233	16 48	17 38 56 4	50 86
62	13 1881	16 48	39 28 8	50 86
63	13 3529	16 49	40 01 2	50 90
64	13 5178	16 49	40 33 6	50 90
65	13 6827	16 48	41 06 0	50 86
19,66	0,313 8475	16 49	17 41 38 4	50 90
67	14 0124	16 49	42 10 8	50 90
68	14 1773	16 49	42 43 2	50 90
69	14 3422	16 49	43 15 6	50 90
70	14 5071	16 49	43 48 0	50 90
19,71	0,314 6720	16 50	17 44 20 4	50 93
72	14 8370	16 49	44 52 8	50 90
73	15 0019	16 49	45 25 2	50 90
74	15 1668	16 50	45 57 6	50 93
75	15 3318	16 49	46 30 0	50 90
19,76	0,315 4967	16 50	17 47 02 4	50 93
77	15 6617	16 50	47 34 8	50 93
78	15 8267	16 50	48 07 2	50 93
79	15 9917	16 50	48 39 6	30 93
80	16 1567	16 50	49 12 0	50 93
19,81	0,316 3217	16 50	17 49 44 4	50 93
82	16 4867	16 50	50 16 8	50 93
83	16 6517	16 50	50 49 2	50 93
84	16 8167	16 50	51 21 6	50 93
85	16 9818	16 50	51 54 0	50 93
19,86	0,317 1468	16 50	17 52 26 4	50 93
87	17 3118	16 51	52 58 8	50 96
88	17 4769	16 51	53 31 2	50 96
89	17 6420	16 50	54 03 6	50 93
90	17 8070	16 51	54 36 0	50 96
19,91	0,317 9721	16 51	17 55 08 4	50 96
92	18 1372	16 51	55 40 8	50 96
93	18 3023	16 51	56 13 2	50 96
94	18 4674	16 51	56 45 6	50 96
95	18 6325	16 52	57 18 0	50 90
19,96	0,318 7977	16 51	17 57 50 4	50 96
97	18 9628	16 51	58 22 8	50 96
98	19 1279	16 52	58 55 2	50 90
99	19 2931	16 52	17 59 27 6	50 99
20,00	19 4583		18 00 00 0	

N. E. $k=20°$ Gr. M.	ℒ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
20,00	0,319 4583	16 51	18	00	00 0	50 96
20,01	0,319 6234	16 52	18	00	32 4	50 99
02	19 7886	16 52		01	04 8	50 99
03	19 9538	16 52		01	37 2	50 99
04	20 1190	16 52		02	09 6	50 99
05	20 2842	16 52		02	42 0	50 99
20,06	0,320 4494	16 52	18	03	14 4	50 99
07	20 6146	16 52		03	46 8	50 99
08	20 7798	16 53		04	19 2	51 02
09	20 9451	16 52		04	51 6	50 99
10	21 1103	16 53		05	24 0	51 02
20,11	0,321 2756	16 52	18	05	56 4	50 99
12	21 4408	16 53		06	28 8	51 02
13	21 6061	16 53		07	01 2	51 02
14	21 7714	16 52		07	33 6	50 99
15	21 9366	16 53		08	06 0	51 02
20,16	0,322 1019	16 53	18	08	38 4	51 02
17	22 2672	16 54		09	10 8	51 05
18	22 4326	16 53		09	43 2	51 02
19	22 5979	16 53		10	15 6	51 02
20	22 7632	16 54		10	48 0	51 05
20,21	0,322 9286	16 53	18	11	20 4	51 02
22	23 0939	16 54		11	52 8	51 05
23	23 2593	16 53		12	25 2	51 02
24	23 4246	16 54		12	57 6	51 05
25	23 5900	16 54		13	30 0	51 05
20,26	0,323 7554	16 53	18	14	02 4	51 02
27	23 9207	16 54		14	34 8	51 05
28	24 0861	16 54		15	07 2	51 05
29	24 2515	16 55		15	39 6	51 08
30	24 4170	16 54		16	12 0	51 05
20,31	0,324 5824	16 54	18	16	44 4	51 05
32	24 7478	16 55		17	16 8	51 08
33	24 9133	16 54		17	49 2	51 05
34	25 0787	16 55		18	21 6	51 08
35	25 2442	16 54		18	54 0	51 05
20,36	0,325 4096	16 55	19	19	26 4	51 08
37	25 5751	16 55		19	58 8	51 08
38	25 7406	16 55		20	31 2	51 08
39	25 9061	16 55		21	03 6	51 08
40	26 0716	16 55		21	36 0	51 08
20,41	0,326 2371	16 55	18	22	08 4	51 08
42	26 4026	16 55		22	40 8	51 08
43	26 5681	16 56		23	13 2	51 11
44	26 7337	16 55		23	45 6	51 08
45	26 8992	16 56		24	18 0	51 11
20,46	0,327 0648	16 55	18	24	50 4	51 08
47	27 2303	16 56		25	22 8	51 11
48	27 3959	16 56		25	55 2	51 11
49	27 5615	16 56		26	27 6	51 11
50	27 7271			27	00 0	
20,50	0,327 7271	16 55	18	27	00 0	51 14
20,51	0,327 8926	16 57	18	27	32 4	51 11
52	28 0583	16 56		28	04 8	51 11
53	28 2239	16 56		28	37 2	51 11
54	28 3895	16 56		29	09 6	51 11
55	28 5551	16 57		29	42 0	51 14
20,56	0,328 7208	16 56	18	30	14 4	51 10
57	28 8864	16 57		30	46 8	51 14
58	29 0521	16 56		31	19 2	51 11
59	29 2177	16 57		31	51 6	51 14
60	29 3834	16 57		32	24 0	51 14
20,61	0,329 5491	16 57	18	32	56 4	51 14
62	29 7148	16 57		33	28 8	51 14
63	29 8805	16 57		34	01 2	51 14
64	30 0462	16 57		34	33 6	51 14
65	30 2119	16 57		35	06 0	51 14
20,66	0,330 3776	16 58	18	35	38 4	51 17
67	30 5434	16 57		36	10 8	51 14
68	30 7091	16 58		36	43 2	51 17
69	30 8749	16 57		37	15 6	51 14
70	31 0406	16 58		37	48 0	51 17
20,71	0,331 2064	16 58	18	38	20 4	51 17
72	31 3722	16 58		38	52 8	51 17
73	31 5380	16 58		39	25 2	51 17
74	31 7038	16 58		39	57 6	51 17
75	31 8696	16 58		40	30 0	51 17
20,76	0,332 0354	16 58	18	41	02 4	51 17
77	32 2012	16 58		41	34 8	51 17
78	32 3670	16 59		42	07 2	51 20
79	32 5329	16 58		42	39 6	51 17
80	32 6987	16 59		43	12 0	51 20
20,81	0,332 8646	16 58	18	43	44 4	51 17
82	33 0304	16 59		44	16 8	51 20
83	33 1963	16 59		44	49 2	51 17
84	33 3622	16 59		46	21 6	51 20
85	33 5281	16 59		45	54 0	51 20
20,86	0,333 6940	16 59	18	46	26 4	51 20
87	33 8599	16 59		46	58 8	51 20
88	34 0258	16 60		47	31 2	51 23
89	34 1918	16 59		48	03 6	51 20
90	34 3577	16 59		48	36 0	51 20
20,91	0,334 5236	16 60	18	49	08 4	51 23
92	34 6896	16 60		49	40 8	51 23
93	34 8556	16 60		50	13 2	51 23
94	35 0215	16 60		50	45 6	51 23
95	35 1875	16 60		51	18 0	51 23
20,96	0,335 3535	16 60	18	51	50 4	51 23
97	35 5195	16 60		52	22 8	51 23
98	35 6855	16 60		52	55 2	51 23
99	35 8515	16 61		53	27 6	51 27
21,00	36 0176			54	00 0	

N. E. k=21° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1''.
21,00	0,336 0176	16 60	18 54 00 0	51 23
21,01	0,336 1836	16 60	18 54 32 4	51 23
02	36 3496	16 61	55 04 8	51 27
03	36 5157	16 61	55 37 2	51 27
04	36 6818	16 60	56 09 6	51 23
05	36 8478	16 61	56 42 0	51 27
21,06	0,337 0139	16 61	18 57 14 4	51 27
07	37 1800	16 61	57 46 8	51 27
08	37 3461	16 61	58 19 2	51 27
09	37 5122	16 61	58 51 6	51 27
10	37 6783	16 62	59 24 0	51 30
21,11	0,337 8445	16 61	18 59 56 4	51 27
12	38 0106	16 61	19 00 28 8	51 27
13	38 1767	16 62	01 01 2	51 30
14	38 3429	16 62	01 33 6	51 30
15	38 5091	16 61	02 06 0	51 27
21,16	0,338 6752	16 62	19 02 38 4	51 30
17	38 8414	16 62	03 10 8	51 30
18	39 0076	16 62	03 43 2	51 30
19	39 1738	16 62	04 15 6	51 30
20	39 3400	16 62	04 48 0	51 30
21,21	0,339 5062	16 62*	19 05 20 4	51 30
22	39 6724	16 63	05 52 8	51 33
23	39 8387	16 62	06 25 2	51 30
24	40 0049	16 62	06 57 6	51 30
25	40 1711	16 63	07 30 0	51 33
21,26	0,340 3374	16 63	19 08 02 4	51 33
27	40 5037	16 63	08 34 8	51 33
28	40 6700	16 62	09 07 2	51 30
29	40 8362	16 63	09 39 6	51 33
30	41 0025	16 63	10 12 0	51 33
21,31	0,341 1688	16 64	19 10 44 4	51 36
32	41 3352	16 63	11 16 8	51 33
33	41 5015	16 63	11 49 2	51 33
34	41 6678	16 64	12 21 6	51 36
35	41 8342	16 63	12 54 0	51 33
21,36	0,342 0005	16 64	19 13 26 4	51 36
37	42 1669	16 63	13 58 8	51 33
38	42 3332	16 64	14 31 2	51 36
39	42 4996	16 64	15 03 6	51 36
40	42 6660	16 64	15 36 0	51 36
21,41	0,342 8324	16 64	19 16 08 4	51 36
42	42 9988	16 64	16 40 8	51 36
43	43 1652	16 65	17 13 2	51 39
44	43 3317	16 64	17 45 6	51 36
45	43 4981	16 64	18 18 0	51 36
21,46	0,343 6646	16 65	19 18 50 4	51 39
47	43 8310	16 64	19 22 8	51 36
48	43 9974	16 66	19 55 2	51 39
49	44 1639	16 66	20 27 6	51 39
50	44 3304	–	21 00 0	

N. E. k=21° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1''.
21,50	0,344 3304	16 66	19 21 00 0	51 39
21,51	0,344 4969	16 66	19 21 32 4	51 39
52	44 6634	16 66	22 04 8	51 39
53	44 8299	16 66	22 37 2	51 39
54	44 9964	16 65	23 09 6	51 39
65	46 1629	16 65	23 42 0	51 39
21,56	0,345 3294	16 66	19 24 14 4	51 42
57	45 4960	16 65	24 46 8	51 39
58	45 6625	16 66	25 19 2	51 42
59	45 8291	16 66	25 51 6	51 42
60	46 9957	16 66	26 24 0	51 42
21,61	0,346 1623	16 66	19 26 56 4	51 42
62	46 3289	16 66	27 28 8	51 42
63	46 4955	16 66	28 01 2	51 42
64	46 6621	16 66	28 33 6	51 42
65	46 8287	16 66	29 06 0	51 42
21,66	0,346 9953	16 66	19 29 38 4	51 42
67	47 1619	16 67	30 10 8	51 45
68	47 3286	16 66	30 43 2	51 42
69	47 4952	16 67	31 15 6	51 45
70	47 6619	16 67	31 48 0	51 45
21,71	0,347 8286	16 67	19 32 20 4	51 45
72	47 9953	16 66	32 52 8	51 42
73	48 1619	16 67	33 25 2	51 45
74	48 3286	16 68	33 57 6	51 48
75	48 4954	16 67	34 30 0	51 45
21,76	0,348 6621	16 67	19 35 02 4	51 45
77	48 8288	16 68	35 34 8	51 48
78	48 9956	16 67	36 07 2	51 45
79	49 1623	16 68	36 39 6	51 48
80	49 3291	16 67	37 12 0	51 45
21,81	0,349 4958	16 68	19 37 44 4	51 48
82	49 6626	16 68	38 16 8	51 48
83	49 8294	16 68	38 49 2	51 48
84	49 9962	16 68	39 21 6	51 48
85	50 1630	16 68	39 54 0	51 48
21,86	0,350 3298	16 68	19 40 26 4	51 48
87	50 4966	16 69	40 58 8	51 51
88	50 6635	16 68	41 31 2	51 48
89	50 8303	16 68	42 03 6	51 48
90	50 9971	16 69	42 36 0	51 51
21,91	0,351 1640	16 69	19 43 08 4	51 51
92	51 3309	16 68	43 40 8	51 48
93	51 4977	16 69*	44 13 2	51 51
94	51 6646	16 69	44 45 6	51 51
95	51 8315	16 69	45 18 0	51 51
21,96	0,351 9984	16 70	19 45 50 4	51 54
97	52 1654	16 69	46 22 8	51 51
98	52 3323	16 69	46 55 2	51 51
99	52 4992	16 70	47 27 6	51 54
22,00	52 6662		48 00 0	

N. E. k=22° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1".	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1".
22,00	0,352 6662	16 69	19 48 00 0	51 51
22,01	0,352 8331	16 70	19 48 32 4	51 54
02	53 0001	16 70	49 04 8	51 54
03	53 1671	16 69	49 37 2	51 51
04	53 3340	16 70	50 09 6	51 54
05	53 5010	16 70	50 42 0	51 54
22,06	0,353 6680	16 70	19 51 14 4	51 54
07	53 8350	16 71	51 46 8	51 57
08	54 0021	16 70	52 19 2	51 54
09	54 1691	16 70	52 51 6	51 54
10	54 3361	16 71	53 24 0	51 57
22,11	0,354 5032	16 70	19 53 56 4	51 54
12	54 6702	16 71	54 28 8	51 57
13	54 8373	16 71	55 01 2	51 57
14	55 0044	16 71	55 33 6	51 57
15	55 1715	16 71	56 06 0	51 57
22,16	0,355 3386	16 71	19 56 38 4	51 57
17	55 5057	16 71	57 10 8	51 57
18	55 6728	16 71	57 43 2	51 57
19	55 8399	16 72	58 15 6	51 60
20	56 0071	16 71	58 48 0	51 57
22,21	0,356 1742	16 72	19 59 20 4	51 60
22	56 3414	16 71	19 59 52 8	51 57
23	56 5085	16 72	20 00 25 2	51 60
24	56 6757	16 72	00 57 6	51 60
25	56 8429	16 72	01 30 0	51 60
22,26	0,357 0101	16 72	20 02 02 4	51 60
27	57 1773	16 72	02 34 8	51 60
28	57 3445	16 72	03 07 2	51 60
29	57 5117	16 72	03 39 6	51 60
30	57 6789	16 73	04 12 0	51 64
22,31	0,357 8462	16 72	20 04 44 4	51 60
32	58 0134	16 73	05 16 8	51 64
33	58 1807	16 72	05 49 2	51 60
34	58 3479	16 73	06 21 6	51 64
35	58 5152	16 73	06 54 0	51 64
22,36	0,358 6825	16 73	20 07 26 4	51 64
37	58 8498	16 73	07 58 8	51 64
38	59 0171	16 73	08 31 2	51 64
39	59 1844	16 74	09 03 6	51 67
40	59 3518	16 73	09 36 0	51 64
22,41	0,359 5191	16 73	20 10 08 4	51 64
42	59 6864	16 74	10 40 8	51 67
43	59 8538	16 74	11 13 2	51 67
44	60 0212	16 73	11 45 6	51 64
45	60 1885	16 74	12 18 0	51 67
22,46	0,360 3559	16 74	20 12 50 4	51 67
47	60 5233	16 74	13 22 8	51 67
48	60 6907	16 74	13 55 2	51 67
49	60 8581	16 74	14 27 6	51 67
50	61 0255		15 00 0	
22,50	0,361 0255	16 75	20 15 00 0	51 67
22,51	0,361 1930	16 74	20 15 32 4	51 70
52	61 3604	16 75	16 04 8	51 67
53	61 5279	16 74	16 37 2	51 70
54	61 6953	16 75	17 09 6	51 70
55	61 8628	16 75	17 42 0	51 70
22,56	0,362 0303	16 75	20 18 14 4	51 70
57	62 1978	16 75	18 46 8	51 70
58	62 3653	16 75	19 19 2	51 70
59	62 5328	16 75	19 51 6	51 70
60	62 7003	16 76	20 24 0	51 73
22,61	0,362 8679	16 75	20 20 56 4	51 70
62	63 0354	16 75	21 28 8	51 70
63	63 2029	16 76	22 01 2	51 73
64	63 3705	16 76	22 33 6	51 73
65	63 5381	16 76	23 06 0	51 73
22,66	0,363 7057	16 75	20 23 38 4	51 70
67	63 8732	16 76	24 10 8	51 73
68	64 0408	16 76	24 43 2	51 73
69	64 2084	16 76	25 15 6	51 73
70	64 3760	16 77	25 48 0	51 76
22,71	0,364 5437	16 76	20 26 20 4	51 73
72	64 7113	16 77	26 52 8	51 76
73	64 8790	16 76	27 25 2	51 73
74	65 0466	16 77	27 57 6	51 76
75	65 2143	16 77	28 30 0	51 76
22,76	0,365 3820	16 77	20 29 02 4	51 76
77	65 5497	16 77	29 34 8	51 76
78	65 7174	16 77	30 07 2	51 76
79	65 8851	16 77	30 39 6	51 76
80	66 0528	16 77	31 12 0	51 76
22,81	0,366 2260	16 78	20 31 44 4	51 79
82	66 3883	16 77	32 16 8	51 76
83	66 5560	16 78	32 49 2	51 79
84	66 7238	16 77	33 21 6	51 76
85	66 8915	16 78	33 54 0	51 79
22,86	0,367 0593	16 78	20 34 26 4	51 79
87	67 2271	16 78	34 58 8	51 79
88	67 3949	16 78	35 31 2	51 79
89	67 5627	16 78	36 03 6	51 79
90	67 7305	16 78	36 36 0	51 79
22,91	0,367 8983	16 79	20 37 08 4	51 82
92	68 0662	16 78	37 40 8	51 79
93	68 2340	16 79	38 13 2	51 82
94	68 4019	16 78	38 45 6	51 79
95	68 5697	16 79	39 18 0	51 82
22,96	0,368 7376	16 79	20 39 50 4	51 82
97	68 9055	16 79	40 22 8	51 82
98	69 0734	16 79	40 55 2	51 82
99	69 2413	16 79	41 27 6	51 85
23,00	69 4092		42 00 0	

N. E. $k=23°$	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth.	D. 1″.	N. E. $k=23°$	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth.	D. 1″.
Gr. M.			Gr. M. S.		Gr. M.			Gr. M. S.	
23,00	0,369 4092	16 79	20 42 00 0	51 82	23,50	0,377 8178	16 84	21 09 00 0	51 98
23,01	0,369 5771	16 80	20 42 32 4	51 85	23,51	0,377 9862	16 84	21 09 32 4	51 98
02	69 7451	16 80	43 04 8	51 85	52	78 1546	16 85	10 04 8	52 01
03	69 9130	16 80	43 37 2	51 85	53	78 3231	16 84	10 37 2	51 98
04	70 0810	16 79	44 09 6	51 82	54	78 4915	16 85	11 09 6	52 01
05	70 2489	16 80	44 42 0	51 85	55	78 6600	16 85	11 42 0	52 01
23,06	0,370 4169	16 80	20 45 14 4	51 85	23,56	0,378 8285	16 85	21 12 14 4	52 01
07	70 5849	16 80	45 46 8	51 85	57	78 9970	16 85	12 46 8	52 01
08	70 7529	16 80	46 19 2	51 85	58	79 1655	16 85	13 19 2	52 01
09	70 9209	16 80	46 51 6	51 85	59	79 3340	16 85	13 51 6	52 01
10	71 0889	16 80	47 24 0	51 85	60	79 5025	16 86	14 24 0	52 04
23,11	0,371 2569	16 79	20 47 56 4	51 82	23,61	0,379 6711	16 85	21 14 56 4	52 01
12	71 4250	16 80	48 28 8	51 85	62	79 8396	16 86	15 28 8	52 04
13	71 5930	16 81	49 01 2	51 88	63	80 0082	16 85	16 01 2	52 01
14	71 7611	16 80	49 33 6	51 85	64	80 1767	16 86	16 33 6	52 04
15	71 9291	16 81	50 06 0	51 88	65	80 3453	16 86	17 06 0	52 04
23,16	0,372 0972	16 81	20 50 38 4	51 88	23,66	0,380 5139	16 86	21 17 38 4	52 04
17	72 2063	16 81	51 10 8	51 88	67	80 6825	16 86	18 10 8	52 04
18	72 4334	16 81	51 43 2	51 88	68	80 8511	16 86	18 43 2	52 04
19	72 6015	16 81	52 15 6	51 88	69	81 0197	16 86	19 15 6	52 04
20	72 7696	16 81	52 48 0	51 88	70	81 1883	16 86	19 48 0	52 04
23,21	0,372 9377	16 82	20 53 20 4	51 91	23,71	0,381 3569	16 87	21 20 20 4	52 07
22	73 1059	16 81	53 52 8	51 88	72	81 5256	16 86	20 52 8	52 04
23	73 2740	16 82	54 25 2	51 91	73	81 6942	16 87	21 25 2	52 07
24	73 4422	16 81	54 57 6	51 88	74	81 8629	16 87	21 57 6	52 07
25	73 6103	16 82	55 30 0	51 91	75	82 0316	16 87	22 30 0	52 07
23,26	0,373 7785	16 82	20 56 02 4	51 94	23,76	0,382 2003	16 87	21 23 02 4	52 07
27	73 9467	16 82	56 34 8	51 91	77	82 3690	16 87	23 34 8	52 07
28	74 1149	16 82	57 07 2	51 91	78	82 5377	16 87	24 07 2	52 07
29	74 2831	16 82	57 39 6	51 91	79	82 7064	16 87	24 39 6	52 07
30	74 4513	16 82	58 12 0	51 91	80	82 8751	16 88	25 12 0	52 10
23,31	0,374 6195	16 83	20 58 44 4	51 94	23,81	0,383 0439	16 87	21 25 44 4	52 07
32	74 7878	16 82	59 16 8	51 91	82	83 2126	16 88	26 16 8	52 10
33	74 9560	16 83	20 59 49 2	51 94	83	83 3814	16 88	26 49 2	52 10
34	75 1243	16 82	21 00 21 6	51 91	84	83 5502	16 88	27 21 6	52 10
35	75 2025	16 83	00 54 0	51 94	85	83 7190	16 87	27 54 0	52 07
23,36	0,375 4608	16 83	21 01 26 4	51 94	23,86	0,383 8877	16 88	21 28 26 4	52 10
37	75 6291	16 83	01 58 8	51 94	87	84 0565	16 89	28 58 8	52 13
38	75 7974	16 83	02 31 2	51 94	88	84 2254	16 88	29 31 2	52 10
39	75 9657	16 83	03 03 6	51 94	89	84 3942	16 88	30 03 6	52 10
40	76 1340	16 84	03 36 0	51 98	90	84 5630	16 88	30 36 0	52 10
23,41	0,376 3024	16 83	21 04 08 4	51 94	23,91	0,384 7318	16 89	21 31 08 4	52 13
42	76 4707	16 83	04 40 8	51 94	92	84 9007	16 89	31 40 8	52 13
43	76 6390	16 84	05 13 2	51 98	93	85 0696	16 88	32 13 2	52 10
44	76 8074	16 84	05 45 6	51 98	94	85 2384	16 89	32 45 6	52 13
45	76 9758	16 83	06 18 0	51 94	95	85 4037	16 89	33 18 0	52 13
23,46	0,377 1441	16 84	21 06 50 4	51 98	23,96	0,385 5762	16 89	21 33 50 4	52 13
47	77 3125	16 84	07 22 8	51 98	97	85 7451	16 90	34 22 8	52 16
48	77 4809	16 84	07 55 2	51 98	98	85 9141	16 89	34 55 2	52 13
49	77 6493	16 85	08 27 6	52 01	99	86 0830	16 89	35 27 6	52 13
50	77 8178		09 00 0		24,00	86 2519		36 00 0	

N. E. k=24° Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
24,00	0,386 2519	16 90	21 36 00 0	52 16
24,01	0,386 4209	16 89	21 36 32 4	52 19
02	86 5898	16 90	37 04 8	52 16
03	86 7588	16 90	37 37 2	52 16
04	86 9278	16 90	38 09 6	52 16
05	87 0968	16 90	38 42 0	52 16
24,06	0,387 2658	16 90	21 39 14 4	52 16
07	87 4348	16 90	39 46 8	52 16
08	87 6038	16 90	40 19 2	52 16
09	87 7728	16 91	40 51 6	52 19
10	87 9419	16 90	41 24 0	52 16
24,11	0,388 1109	16 91	21 41 56 4	52 19
12	88 2800	16 91	42 28 8	52 19
13	88 4401	16 91	43 01 2	52 19
14	88 6182	16 90	43 33 6	52 16
15	88 7872	16 92	44 06 0	52 22
24,16	0,388 9564	16 91	21 44 38 4	52 19
17	89 1265	16 91	45 10 8	52 19
18	89 2946	16 91	45 43 2	52 19
19	89 4637	16 92	46 15 6	52 22
20	89 6329	16 92	46 48 0	52 22
24,21	0,389 8021	16 91	21 47 20 4	52 19
22	89 9712	16 92	47 52 8	52 22
23	90 1404	16 92	48 25 2	52 22
24	90 3096	16 92	48 57 6	52 22
25	90 4788	16 92	49 30 0	52 22
24,26	0,390 6480	16 92	21 50 02 4	52 22
27	90 8172	16 93	50 34 8	52 25
28	90 9865	16 92	51 07 2	52 22
29	91 1557	16 93	51 39 6	52 25
30	91 3260	16 92	52 12 0	52 22
24,31	0,391 4942	16 93	21 52 44 4	52 25
32	91 6635	16 93	53 16 8	52 25
33	91 8328	16 93	53 49 2	52 25
34	92 0021	16 93	54 21 6	52 25
35	92 1714	16 93	54 54 0	52 25
24,36	0,392 3407	16 94	21 55 26 4	52 28
37	92 5101	16 93	55 58 8	52 25
38	92 6794	16 94	56 31 2	52 28
39	92 8488	16 93	57 03 6	52 25
40	93 0181	16 94	57 36 0	52 28
24,41	0,393 1875	16 94	21 58 08 4	52 28
42	93 3569	16 94	58 40 8	52 28
43	93 5263	16 94	59 13 2	52 28
44	93 6957	16 94	21 59 45 6	52 28
45	93 8651	16 94	22 00 18 0	52 28
24,46	0,394 0345	16 95	22 00 50 4	52 31
47	94 2040	16 94	01 22 8	52 28
48	94 3734	16 95	01 55 2	52 31
49	94 5429	16 94	02 27 6	52 28
50	94 7123		03 00 0	

N. E. k=24° Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
24,50	0,394 7123	16 95	22 03 00 0	52 31
24,51	0,394 8818	16 95	22 03 32 4	52 31
52	95 0513	16 95	04 04 8	52 31
53	95 2208	16 95	04 37 2	52 31
54	95 3903	16 95	05 09 6	52 31
55	95 5598	16 95	05 42 0	52 31
24,56	0,395 7293	16 96	22 06 14 4	52 35
57	95 8989	16 96	06 46 8	52 35
58	96 0685	16 96	07 19 2	52 35
59	96 2381	16 95	07 51 6	52 31
60	96 4076	16 96	08 24 0	52 35
24,61	0,396 5772	16 96	22 08 56 4	52 35
62	96 7468	16 96	09 28 8	52 35
63	96 9164	16 97	10 01 2	52 38
64	97 0861	16 96	10 33 6	52 35
65	97 2557	16 96	11 06 0	52 35
24,66	0,397 4253	16 97	22 11 38 4	52 38
67	97 5950	16 97	12 10 8	52 38
68	97 7647	16 97	12 43 2	52 38
69	97 9343	16 97	13 15 6	52 38
70	98 1040	16 97	13 48 0	52 38
24,71	0,398 2737	16 97	22 14 20 4	52 38
72	98 4434	16 97	14 52 8	52 38
73	98 6131	16 98	15 25 2	52 41
74	98 7829	16 97	15 57 6	52 38
75	98 9526	16 98	16 30 0	52 41
24,76	0,399 1224	16 97	22 17 02 4	52 38
77	99 2921	16 98	17 34 8	52 41
78	99 4619	16 98	18 07 2	52 41
79	99 6317	16 98	18 39 6	52 41
80	99 8015	16 98	19 12 0	52 41
24,81	0,399 9713	16 98	22 19 44 4	52 41
82	0,400 1411	16 98	20 16 8	52 41
83	00 3109	16 99	20 49 2	52 44
84	00 4808	16 98	21 21 6	52 41
85	00 6506	16 99	21 54 0	52 44
24,86	0,400 8205	16 99	22 22 26 4	52 44
87	00 9904	16 99	22 58 8	52 44
88	01 1603	16 99	23 31 2	52 44
89	01 3302	16 99	24 03 6	52 44
90	01 5001	16 99	24 36 0	52 44
24,91	0,401 6700	16 99	22 25 08 4	52 44
92	01 8399	17 00	25 40 8	52 47
93	02 0099	16 99	26 13 2	52 44
94	02 1798	17 00	26 45 6	52 47
95	02 3498	16 99	27 18 0	52 44
24,96	0,402 5197	17 00	22 27 50 4	52 47
97	02 6897	17 00	28 22 8	52 47
98	02 8597	17 00	28 55 2	52 47
99	03 0297	17 00	29 27 6	52 47
25,00	03 1997		30 00 0	

N. E. $k=25°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1''.
25,00	0,403 1997	17 00	22	30	00 0	52 47
25,01	0,403 3697	17 01	22	30	32 4	52 50
02	03 5398	17 00		31	04 8	52 47
03	03 7098	17 01		31	37 2	52 50
04	03 8799	17 01		32	09 6	52 50
05	04 0400	17 00		32	42 0	52 47
25,06	0,404 2200	17 01	22	33	14 4	52 50
07	04 3901	17 01		33	46 8	52 50
08	04 5602	17 02		34	19 2	52 53
09	04 7304	17 01		34	51 6	52 50
10	04 9005	17 01		35	24 0	52 50
25,11	0,405 0706	17 02	22	35	56 4	52 53
12	05 2408	17 01		36	28 8	52 50
13	05 4109	17 02		37	01 2	52 53
14	05 5811	17 02		37	33 6	52 53
15	05 7513	17 02		38	06 0	52 53
25,16	0,405 9215	17 02	22	38	38 4	52 53
17	06 0917	17 02		39	10 8	52 53
18	06 2619	17 02		39	43 2	52 53
19	06 4321	17 03		40	15 6	52 56
20	06 6024	17 02		40	48 0	52 53
25,21	0,406 7726	17 03	22	41	20 4	52 56
22	06 9429	17 03		41	52 8	52 56
23	07 1132	17 02		42	25 2	52 53
24	07 2834	17 03		42	57 6	52 56
25	07 4537	17 03		43	30 0	52 56
25,26	0,407 6240	17 03	22	44	02 4	52 56
27	07 7943	17 04		44	34 8	52 59
28	07 9647	17 03		45	07 2	52 56
29	08 1350	17 04		45	39 6	52 59
30	08 3054	17 03		46	12 0	52 56
25,31	0,408 4757	17 04	22	46	44 4	52 59
32	08 6461	17 04		47	16 8	52 59
33	08 8165	17 04		47	49 2	52 59
34	08 9869	17 04		48	21 6	52 59
35	09 1573	17 04		48	54 0	52 59
25,36	0,409 3277	17 04	22	49	26 4	52 59
37	09 4981	17 05		49	58 8	52 62
38	09 6686	17 04		50	31 2	52 59
39	09 8390	17 05		51	03 6	52 62
40	10 0095	17 05		51	36 0	52 62
25,41	0,410 1800	17 05	22	52	08 4	52 62
42	10 3505	17 05		52	40 8	52 62
43	10 5210	17 05		53	13 2	52 62
44	10 6915	17 05		53	45 6	52 62
45	10 8620	17 05		54	18 0	52 62
25,46	0,411 0325	17 05	22	54	50 4	52 62
47	11 2030	17 06		55	22 8	52 65
48	11 3736	17 06		55	55 2	52 66
49	11 5442	17 05		56	27 6	52 62
50	11 7147			57	00 0	
25,50	0,411 7147	17 06	22	57	00 0	52 66
25,51	0,411 8853	17 06	22	57	32 4	52 66
52	12 0559	17 06		58	04 8	52 65
53	12 2265	17 07		58	37[illegible]	52 69
54	12 3972	17 06		59	09 6	52 65
55	12 5678	17 06	22	59	42 0	52 65
25,56	0,412 7384	17 07	23	00	14 4	52 69
57	12 9091	17 07		00	46 8	52 69
58	13 0798	17 06		01	19 2	52 65
59	13 2504	17 07		01	51 6	52 69
60	13 4211	17 07		02	24 0	52 69
25,61	0,413 5018	17 08	23	02	56 4	52 72
62	13 7626	17 07		03	28 8	52 69
63	13 9333	17 07		04	01 2	52 69
64	14 1040	17 08		04	33 6	52 72
65	14 2748	17 07		05	06 0	52 69
25,66	0,414 4455	17 08	23	05	38 4	52 72
67	14 6163	17 08		06	10 8	52 72
68	14 7871	17 08		06	43 2	52 72
69	14 9579	17 08		07	15 6	52 72
70	15 1287	17 08		07	48 0	52 72
25,71	0,415 2995	17 08	23	08	20 4	52 72
72	15 4703	17 08		08	52 8	52 72
73	15 6411	17 09		09	25 2	52 75
74	15 8120	17 08		09	57 6	52 72
75	15 9828	17 09		10	30 0	52 75
25,76	0,416 1537	17 09	23	11	02 4	52 75
77	16 3246	17 09		11	34 8	52 75
78	16 4965	17 09		12	07 2	52 75
79	16 6664	17 09		12	39 6	52 75
80	16 8373	17 10		13	12 0	52 78
25,81	0,417 0083	17 09	23	13	44 4	52 75
82	17 1792	17 10		14	16 8	52 78
83	17 3502	17 09		14	49 2	52 75
84	17 5211	17 10		15	21 6	52 78
85	17 6921	17 10		15	54 0	52 78
25,86	0,417 8631	17 10	23	16	26 4	52 78
87	18 0341	17 10		16	58 8	52 78
88	18 2051	17 10		17	31 2	52 78
89	18 3761	17 11		18	03 6	52 78
90	18 5472	17 10		18	36 0	52 78
25,91	0,418 7182	17 11	23	19	08 4	52 81
92	18 8893	17 10		19	40 8	52 78
93	19 0603	17 10		20	13 2	52 78
94	19 2314	17 11		20	45 6	52 81
95	19 4025	17 11		21	18 0	52 81
25,96	0,419 5736	17 11	23	21	50 4	52 81
97	19 7447	17 12		22	22 8	52 84
98	19 9159	17 11		22	55 2	52 81
99	20 0870	17 12		23	27 6	52 84
26,00	20 2582			24	00 0	

N. E. k=26° Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
26,00	0,420 2582	17 11	23	24	00 0	52 81
26,01	0,420 4293	17 12	23	24	32 4	52 84
02	20 6005	17 12		25	04 8	52 84
03	20 7717	17 12		25	37 2	52 84
04	20 9429	17 12		26	09 6	52 84
05	21 1141	17 12		26	42 0	52 84
26,06	0,421 2853	17 12	23	27	14 4	52 84
07	21 4565	17 13		27	46 8	52 87
08	21 6278	17 12		28	19 2	52 84
09	21 7090	17 13		28	51 6	52 87
10	21 9703	17 13		29	24 0	52 87
26,11	0,422 1416	17 13	23	29	56 4	52 87
12	22 3129	17 13		30	28 8	52 87
13	22 4842	17 13		31	01 2	52 87
14	22 6555	17 13		31	33 6	52 87
15	22 8268	17 13		32	06 0	52 87
26,16	0,422 9981	17 14	23	32	38 4	52 90
17	23 1695	17 14		33	10 8	52 90
18	23 3409	17 13		33	43 2	52 87
19	23 5122	17 14		34	15 6	52 90
20	23 6836	17 14		34	48 0	52 90
26,21	0,423 8550	17 14	23	35	20 4	52 90
22	24 0264	17 14		35	52 8	52 90
23	24 1978	17 15		36	25 2	52 93
24	24 3693	17 14		36	57 6	52 90
25	24 5407	17 15		37	30 0	52 93
26,26	0,424 7122	17 14	23	38	02 4	52 90
27	24 8836	17 15		38	34 8	52 93
28	25 0551	17 15		39	07 2	52 93
29	25 2266	17 15		39	39 6	52 93
30	25 3981	17 15		40	12 0	52 93
26,31	0,425 5696	17 15	23	40	44 4	52 93
32	25 7411	17 16		41	16 8	52 96
33	25 9127	17 15		41	49 2	52 93
34	26 0842	17 16		42	21 6	52 96
35	26 2558	17 16		42	54 0	52 96
26,36	0,426 4274	17 16	23	43	26 4	52 96
37	26 5990	17 15		43	58 8	52 93
38	26 7705	17 17		44	31 2	52 99
39	26 9422	17 16		45	03 6	52 96
40	27 1138	17 16		45	36 0	52 96
26,41	0,427 2854	17 17	23	46	08 4	52 99
42	27 4571	17 16		46	40 8	52 96
43	27 6287	17 17		47	13 2	52 99
44	27 8004	17 17		47	45 6	52 99
45	27 9721	17 17		48	18 0	52 99
26,46	0,428 1438	17 17	23	48	50 4	52 99
47	28 3155	17 17		49	22 8	52 99
48	28 4872	17 17		49	55 2	52 99
49	28 6589	17 17		50	27 6	52 99
50	28 8306			51	00 0	

N. E. k=26° Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
26,50	0,428 8306	17 18	23	51	00 0	53 02
26,51	0,429 0024	17 18	23	51	32 4	53 02
52	29 1742	17 17		52	04 8	52 99
53	29 3459	17 18		52	37 2	53 02
54	29 5177	17 18		53	09 6	53 02
55	29 6895	17 18		53	42 0	53 02
26,56	0,429 8613	17 19	23	54	14 4	53 06
57	30 0332	17 18		54	46 8	53 02
58	30 2050	17 18		55	19 2	53 02
59	30 3768	17 19		55	51 6	53 06
60	30 5487	17 19		56	24 0	53 06
26,61	0,430 7206	17 18	23	56	56 4	53 02
62	30 8924	17 19		57	28 8	53 06
63	31 0643	17 19		58	01 2	53 06
64	31 2362	17 20		58	33 6	53 09
65	31 4082	17 19		59	06 0	53 06
26,66	0,431 5801	17 19	23	59	38 4	53 06
67	31 7520	17 20	24	00	10 8	53 09
68	31 9240	17 20		00	43 2	53 09
69	32 0960	17 19		01	15 6	53 06
70	32 2679	17 20		01	48 0	53 09
26,71	0,432 4399	17 20	24	02	20 4	53 09
72	32 6119	17 21		02	52 8	53 12
73	32 7840	17 20		03	25 2	53 09
74	32 9560	17 20		03	57 6	53 09
75	33 1280	17 21		04	30 0	53 12
26,76	0,433 3001	17 20	24	05	02 4	53 09
77	33 4721	17 21		05	34 8	53 12
78	33 6442	17 21		06	07 2	53 12
79	33 8163	17 21		06	39 6	53 12
80	33 9884	17 21		07	12 0	53 12
26,81	0,434 1606	17 21	24	07	44 4	53 12
82	34 3326	17 21		08	16 8	53 12
83	34 5048	17 21		08	49 2	53 12
84	34 6769	17 22		09	21 6	53 15
85	34 8491	17 22		09	54 0	53 15
26,86	0,435 0213	17 21	24	10	26 4	53 12
87	35 1934	17 22		10	58 8	53 15
88	35 3656	17 22		11	31 2	53 15
89	35 5378	17 23		12	03 6	53 18
90	35 7101	17 22		12	36 0	53 15
26,91	0,435 8823	17 22	24	13	08 4	53 15
92	36 0545	17 23		13	40 8	53 18
93	36 2268	17 23		14	13 2	53 18
94	36 3991	17 22		14	45 6	53 15
95	36 5713	17 23		15	18 0	53 18
26,96	0,436 7436	17 23	24	15	50 4	53 18
97	36 9159	17 24		16	22 8	53 21
98	37 0883	17 23		16	55 2	53 18
99	37 2606	17 23		17	27 6	53 18
27,00	37 4329			18	00 0	

N. E. k=27° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
27,00	0,437 4329	17 24	24 18 00 0	53 21
27,01	0,437 6053	17 24	24 18 32 4	53 21
02	37 7777	17 23	19 04 8	53 18
03	37 9500	17 24	19 37 2	53 21
04	38 1224	17 24	20 09 6	53 21
05	38 2948	17 25	20 42 0	53 24
27,06	0,438 4673	17 24	24 21 14 4	53 21
07	38 6397	17 24	21 46 8	53 21
08	38 8121	17 25	22 19 2	53 24
09	38 9846	17 24	22 51 6	53 21
10	39 1570	17 25	23 24 0	53 24
27,11	0,439 3295	17 25	24 23 56 4	53 24
12	39 5020	17 22	24 28 8	53 24
13	39 6745	17 25	25 01 2	53 24
14	39 8470	17 22	25 33 6	53 24
15	40 0195	17 26	26 06 0	53 27
27,16	0,440 1921	17 25	24 26 38 4	53 24
17	40 3646	17 26	27 10 8	53 27
18	40 5372	17 26	27 43 2	53 27
19	40 7098	17 26	28 15 6	53 27
20	40 8824	17 26	28 48 0	53 27
27,21	0,441 0550	17 26	24 29 20 4	53 27
22	41 2276	17 26	29 52 8	53 27
23	41 4002	17 27	30 25 2	53 30
24	41 5729	17 26	30 57 6	53 27
25	41 7455	17 27	31 30 0	53 30
27,26	0,441 9182	17 26	24 32 02 4	53 27
27	42 0908	17 27	32 34 8	53 30
28	42 2635	17 27	33 07 2	53 30
29	42 4362	17 27	33 39 6	53 30
30	42 6089	17 28	34 12 0	53 33
27,31	0,442 7817	17 27	24 34 44 4	53 30
32	42 9544	17 27	35 16 8	53 30
33	43 1271	17 27	35 49 2	53 30
34	43 2999	17 28	36 21 6	53 33
35	43 4727	17 28	36 54 0	53 33
27,36	0,443 6455	17 28	24 37 26 4	53 33
37	43 8183	17 28	37 58 8	53 33
38	43 9911	17 28	38 31 2	53 33
39	44 1639	17 29	39 03 6	53 36
40	44 3368	17 28	39 36 0	53 33
27,41	0,444 5096	17 29	24 40 08 4	53 36
42	44 6825	17 28	40 40 8	53 33
43	44 8553	17 29	41 13 2	53 36
44	45 0282	17 29	41 45 6	53 36
45	45 2011	17 29	42 18 0	53 36
27,46	0,445 3740	17 30	24 42 50 4	53 40
47	45 5470	17 29	43 22 8	53 36
48	45 7199	17 29	43 55 2	53 36
49	45 8928	17 30	44 27 6	53 40
50	46 0658		45 00 0	

N. E. k=27° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
27,50	0,446 0658	17 30	24 45 00 0	53 40
27,51	0,446 2388	17 30	24 45 32 4	53 40
52	46 4118	17 30	46 04 8	53 40
53	46 5848	17 30	46 37 2	53 40
54	46 7578	17 30	47 09 6	53 40
55	46 9308	17 30	47 42 0	53 40
27,56	0,447 1038	17 31	24 48 14 4	53 43
57	47 2769	17 31	48 46 8	53 43
58	47 4500	17 30	49 19 2	53 40
59	47 6230	17 31	49 51 6	53 43
60	47 7961	17 31	50 24 0	53 43
27,61	0,447 9692	17 31	24 50 56 4	53 43
62	48 1423	17 32	51 28 8	53 46
63	48 3155	17 31	52 01 2	53 43
64	48 4886	17 31	52 33 6	53 43
65	48 6617	17 32	53 06 0	53 46
27,66	0,448 8349	17 32	24 53 38 4	53 46
67	49 0081	17 32	54 10 8	53 46
68	49 1813	17 32	54 43 2	53 46
69	49 3545	17 32	55 15 6	53 46
70	49 5277	17 32	55 48 0	53 46
27,71	0,449 7009	17 32	24 56 20 4	53 46
72	49 8741	17 33	56 52 8	53 49
73	50 0474	17 32	57 25 2	53 46
74	50 2206	17 33	57 57 6	53 49
75	50 3939	17 33	58 30 0	53 49
27,76	0,450 5672	17 33	24 59 02 4	53 49
77	50 7405	17 33	24 59 34 8	53 49
78	50 9138	17 34	25 00 07 2	53 52
79	51 0872	17 33	00 39 6	53 49
80	51 2605	17 34	01 12 0	53 52
27,81	0,451 4339	17 33	25 01 44 4	53 49
82	51 6072	17 34	02 16 8	53 52
83	51 7806	17 34	02 49 2	53 52
84	51 9540	17 34	03 21 6	53 52
85	52 1274	17 34	03 54 0	53 52
27,86	0,452 3008	17 34	25 04 26 4	53 52
87	52 4742	17 35	04 58 8	53 55
88	52 6477	17 34	05 31 2	53 52
89	52 8211	17 35	06 03 6	53 55
90	52 9946	17 35	06 36 0	53 55
27,91	0,453 1681	17 35	25 07 08 4	53 55
92	53 3416	17 35	07 40 8	53 55
93	53 5151	17 35	08 13 2	53 55
94	53 6886	17 35	08 45 6	53 55
95	53 8621	17 36	09 18 0	53 58
27,96	0,454 0357	17 35	25 09 50 4	53 55
97	54 2092	17 36	10 22 8	53 58
98	54 3828	17 36	10 55 2	53 58
99	54 5564	17 36	11 27 6	53 58
28,00	54 7300		12 00 0	

N. E. k=28° Gr. M.	ℒ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
28,00	0,454 7300	17 36	25	12	00 0	53 58
82,01	0,454 9036	17 36	25	12	32 4	53 58
02	55 0772	17 37		13	04 8	53 61
03	55 2509	17 36		13	37 2	53 58
04	55 4245	17 37		14	09 6	53 61
05	55 5982	17 36		14	42 0	53 58
28,06	0,455 7718	17 37	25	15	14 4	53 61
07	55 9456	17 37		15	46 8	53 61
08	56 1192	17 37		16	19 2	53 61
09	56 2929	17 37		16	51 6	53 61
10	56 4666	17 38		17	24 0	53 64
28,11	0,456 6404	17 37	25	17	56 4	53 61
12	56 8141	17 38		18	28 8	53 64
13	56 9879	17 38		19	01 2	53 64
14	57 1617	17 38		19	33 6	53 64
15	57 3355	17 38		20	06 0	53 64
28,16	0,457 5093	17 38	25	20	38 4	53 64
17	57 6831	17 38		21	10 8	53 64
18	57 8569	17 39		21	43 2	53 67
19	58 0308	17 38		22	15 6	53 64
20	58 2046	17 39		22	48 0	53 67
28,21	0,458 3786	17 38	25	23	20 4	53 64
22	58 5523	17 39		23	52 8	53 67
23	58 7262	17 39		24	25 2	53 67
24	58 9001	17 40		24	57 6	53 70
25	59 0741	17 39		25	30 0	53 67
28,26	0,459 2480	17 39	25	26	02 4	53 67
27	59 4219	17 40		26	34 8	53 70
28	59 5959	17 40		27	07 2	53 70
29	59 7699	17 39		27	39 6	53 67
30	59 9438	17 40		28	12 0	53 70
28,31	0,460 1178	17 41	25	28	44 4	53 73
32	60 2919	17 40		29	16 8	53 70
33	60 4659	17 40		29	49 2	53 70
34	60 6399	17 41		30	21 6	53 73
35	60 8140	17 40		30	54 0	53 70
28,36	0,460 9880	17 41	25	31	26 4	53 73
37	61 1621	17 41		31	58 8	53 73
38	61 3362	17 41		32	31 2	53 73
39	61 5103	17 41		33	03 6	53 73
40	61 6844	17 41		33	36 0	53 73
28,41	0,461 8585	17 42	25	34	08 4	53 77
42	62 0327	17 41		34	40 8	53 73
43	62 2068	17 42		35	13 2	53 77
44	62 3810	17 42		35	45 6	53 77
45	62 5552	17 41		36	18 0	53 73
28,46	0,462 7293	17 43	25	36	50 4	53 80
47	62 9036	17 42		37	22 8	53 77
48	63 0778	17 42		37	55 2	53 77
49	63 2520	17 42		38	27 6	53 77
50	63 4262			39	00 0	
28,50	0,463 4262	17 43	25	39	00 0	53 80
28,51	0,463 6005	17 43	25	39	32 4	53 80
52	63 7748	17 42		40	04 8	53 77
53	63 9490	17 43		40	37 2	53 80
54	64 1233	17 44		41	09 6	53 83
55	64 2977	17 43		41	42 0	53 80
28,56	0,464 4720	17 43	25	42	14 4	53 80
57	64 6463	17 44		42	46 8	53 83
58	64 8207	17 43		43	19 2	53 80
59	64 9950	17 44		43	51 6	53 83
60	65 1694	17 44		44	24 0	53 83
28,61	0,465 3438	17 44	25	44	56 4	53 83
62	65 5182	17 44		45	28 8	53 83
63	65 6926	17 45		46	01 2	53 86
64	65 8671	17 44		46	33 6	53 83
65	66 0415	17 45		47	06 0	53 86
28,66	0,466 2160	17 44	25	47	38 4	53 83
67	66 3904	17 45		48	10 8	53 86
68	66 5649	17 45		48	43 2	53 86
69	66 7394	17 45		49	15 6	53 86
70	66 9139	17 45		49	48 0	53 86
28,71	0,467 0884	17 46	25	50	20 4	53 89
72	67 2630	17 45		50	52 8	53 86
73	67 4375	17 46		51	25 2	53 89
74	67 6121	17 45		51	57 6	53 86
75	67 7866	17 46		52	30 0	53 89
28,76	0,467 9612	17 46	25	53	02 4	53 89
77	68 1358	17 46		53	34 8	53 89
78	68 3104	17 47		54	07 2	53 92
79	68 4851	17 46		54	39 6	53 89
80	68 6597	17 47		55	12 0	53 92
28,81	0,468 8344	17 47	25	55	44 4	53 92
82	69 0091	17 46		56	16 8	53 89
83	69 1837	17 47		56	49 2	53 92
84	69 3584	17 47		57	21 6	53 92
85	69 5331	17 48		57	54 0	53 95
28,86	0,469 7079	17 47	25	58	26 4	53 92
87	69 8826	17 47		58	58 8	53 92
88	70 0573	17 48		59	31 2	53 95
89	70 2321	17 48		00	03 6	53 95
90	70 4069	17 48		00	36 0	53 95
28,91	0,470 5817	17 48	26	01	08 4	53 95
92	70 7565	17 48		01	40 8	53 95
93	70 9313	17 48		02	13 2	53 95
94	71 1061	17 48		02	45 6	53 95
95	71 2809	17 48		03	18 0	53 95
28,96	0,471 4558	17 49	26	03	50 4	53 98
97	71 6307	17 49		04	22 8	53 98
98	71 8056	17 49		04	55 2	53 98
99	71 9805	17 49		05	27 6	53 98
29,00	72 1554			06	00 0	

N. E. k=29° Gr. M.	Ł. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
29,00	0,472 1554	17 49	26 06 00 0	53 98
29,01	0,472 3303	17 49	26 06 32 4	53 98
02	72 5052	17 50	07 04 8	54 01
03	72 6802	17 49	07 37 2	53 98
04	72 8551	17 50	08 09 6	54 01
05	73 0301	17 50	08 42 0	54 01
29,06	0,473 2051	17 50	26 09 14 4	54 01
07	73 3801	17 50	09 46 8	54 01
08	73 5551	17 51	10 19 2	54 04
09	73 7302	17 50	10 51 6	54 01
10	73 9052	17 51	11 24 0	54 04
29,11	0,474 0803	17 50	26 11 56 4	54 01
12	74 2553	17 51	12 28 8	54 04
13	74 4304	17 51	13 01 2	54 04
14	74 6055	17 51	13 33 6	54 04
15	74 7806	17 52	14 06 0	54 07
29,16	0,474 9558	17 51	26 14 38 4	54 04
17	75 1309	17 51	15 10 8	54 04
18	75 3060	17 52	15 43 2	54 07
19	75 4812	17 52	16 15 6	54 07
20	75 6664	17 52	16 48 0	54 07
29,21	0,475 8316	17 52	26 17 20 4	54 07
22	76 0068	17 52	17 52 8	54 07
23	76 1820	17 52	18 25 2	54 07
24	76 3672	17 53	18 57 6	54 10
25	76 5325	17 53	19 30 0	54 10
29,26	0,476 7078	17 52	26 20 02 4	54 07
27	76 8830	17 53	20 34 8	54 10
28	77 0683	17 53	21 07 2	54 10
29	77 2336	17 53	21 39 6	54 10
30	77 4089	17 53	22 12 0	54 10
29,31	0,477 5842	17 54	26 22 44 4	54 14
32	77 7696	17 54	23 16 8	54 14
33	77 9350	17 53	23 49 2	54 10
34	78 1103	17 54	24 21 6	54 14
35	78 2857	17 54	24 54 0	54 14
29,36	0,478 4611	17 54	26 25 26 4	54 14
37	78 6365	17 55	25 58 8	54 17
38	78 8120	17 54	26 31 2	54 14
39	78 9874	17 55	27 03 6	54 17
40	79 1629	17 54	27 36 0	54 14
29,41	0,479 338[illegible]	17 55	26 28 08 4	54 17
42	79 5138	17 55	28 40 8	54 17
43	79 6893	17 55	29 13 2	54 17
44	79 8648	17 55	29 45 6	54 17
45	80 0403	17 56	30 18 0	54 20
29,46	0,480 2159	17 55	26 30 50 4	54 17
47	80 3914	17 56	31 22 8	54 20
48	80 5670	17 55	31 55 2	54 17
49	80 7425	17 56	32 27 6	54 20
50	80 9181		33 00 0	
29,50	0,480 9181	17 56	26 33 00 0	54 20
29,51	0,481 0937	17 57	26 33 32 4	54 23
52	81 2694	17 56	34 04 8	54 20
53	81 4450	17 56	34 37 2	54 20
54	81 6206	17 57	35 09 6	54 23
55	81 7963	17 57	35 42 0	54 23
29,56	0,481 9720	17 57	26 36 14 4	54 23
57	82 1477	17 57	36 46 8	54 23
58	82 3234	17 57	37 19 2	54 23
59	82 4991	17 57	37 51 6	54 23
60	82 6748	17 58	38 24 0	54 23
29,61	0,482 8605	17 58	26 38 56 4	54 26
62	83 0263	17 58	39 28 8	54 26
63	83 2021	17 58	40 01 2	54 26
64	83 3779	17 58	40 33 6	54 26
65	83 5537	17 58	41 06 0	54 26
29,66	0,483 7295	17 58	26 41 38 4	54 26
67	83 9053	17 58	42 10 8	54 26
68	84 0811	17 59	42 43 2	54 29
69	84 2570	17 58	43 15 6	54 26
70	84 4328	17 59	43 48 0	54 29
29,71	0,484 6087	17 59	26 44 20 4	54 29
72	84 7846	17 59	44 52 8	54 29
73	84 9605	17 60	45 25 2	54 32
74	85 1365	17 59	45 57 6	54 29
75	85 3124	17 59	46 30 0	54 29
29,76	0,485 4883	17 60	26 47 02 4	54 32
77	85 6643	17 60	47 34 8	54 32
78	85 8403	17 60	48 07 2	54 32
79	86 0163	17 60	48 39 6	54 32
80	86 1923	17 60	49 12 0	54 32
29,81	0,486 3683	17 61	26 49 44 4	54 35
82	86 5444	17 60	50 16 8	54 32
83	86 7204	17 61	50 49 2	54 35
84	86 8965	17 60	51 21 6	54 32
85	87 0725	17 61	51 54 0	54 35
29,86	0,487 2486	17 61	26 52 26 4	54 35
87	87 4247	17 62	52 58 8	54 38
88	87 6009	17 61	53 31 2	54 35
89	87 7770	17 61	54 03 6	54 35
90	87 9531	17 62	54 36 0	54 38
29,91	0,488 1293	17 62	26 55 08 4	54 38
92	88 3055	17 62	55 40 8	54 38
93	88 4817	17 62	56 13 2	54 38
94	88 6579	17 62	56 45 6	54 38
95	88 8341	17 62	57 18 0	54 38
29,96	0,489 0103	17 63	26 57 50 4	54 41
97	89 1866	17 62	58 22 8	54 38
98	89 3628	17 63	58 55 2	54 41
99	89 5391	17 63	26 59 27 6	54 41
30,00	89 7154		27 00 00 0	

N. E. $k=30°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
30,00	0,489 7154	17 63	27	00	00 0	54 41
30,01	0,489 8917	17 63	27	00	32 4	54 41
02	90 0680	17 63		01	04 8	54 41
03	90 2443	17 64		01	37 2	54 44
04	90 4207	17 63		02	09 6	54 41
05	90 5970	17 64		02	42 0	54 44
30,06	0,490 7734	17 64	27	03	14 4	54 44
07	90 9498	17 64		03	46 8	54 44
08	91 1262	17 64		04	19 2	54 44
09	91 3026	17 64		04	51 6	54 44
10	91 4790	17 65		05	24 0	54 48
30,11	0,491 6555	17 64	27	05	56 4	54 44
12	91 8319	17 65		06	28 8	54 48
13	92 0084	17 66		07	01 2	54 48
14	92 1849	17 65		07	33 6	54 48
15	92 3614	17 66		08	06 0	54 48
30,16	0,492 5379	17 65	27	08	38 4	54 48
17	92 7144	17 66		09	10 8	54 51
18	92 8910	17 65		00	43 2	54 48
19	93 0675	17 66		10	15 6	54 51
20	93 2441	17 66		10	48 0	54 51
30,21	0,493 4207	17 66	27	11	20 4	54 51
22	93 5973	17 66		11	52 8	54 51
23	93 7739	17 66		12	25 2	54 51
24	93 9505	17 67		12	57 6	54 54
25	94 1272	17 66		13	30 0	54 51
30,26	0,494 3038	17 67	27	14	02 4	54 54
27	94 4805	17 67		14	34 8	54 54
28	94 6572	17 67		15	07 2	54 54
29	94 8339	17 67		15	39 6	54 54
30	95 0106	17 67		16	12 0	54 54
30,31	0,495 1873	17 67	27	16	44 4	54 54
32	96 3640	17 68		17	16 8	54 57
33	95 5408	17 68		17	49 2	54 57
34	95 7176	17 68		18	21 6	54 57
35	96 8944	17 68		18	54 0	54 57
30,36	0,496 0712	17 68	27	19	26 4	54 57
37	96 2480	17 68		19	58 8	54 57
38	96 4248	17 68		20	31 2	54 57
39	96 6016	17 69		21	03 6	54 60
40	96 7785	17 69		21	36 0	54 60
30,41	0,496 9554	17 69	27	22	08 4	54 60
42	97 1323	17 69		22	40 8	54 60
43	97 3092	17 69		23	13 2	54 60
44	97 4861	17 69		23	45 6	54 60
45	97 6630	17 70		24	18 0	54 63
30,46	0,497 8400	17 69	27	24	50 4	54 60
47	98 0169	17 70		25	22 8	54 63
48	98 1939	17 70		25	55 2	54 63
49	98 3709	17 70		26	27 6	54 63
50	98 5479			27	00 0	

N. E. $k=30°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
30,50	0,498 5479	17 70	27	27	00 0	54 63
30,51	0,498 7249	17 70	27	27	32 4	54 63
52	98 9019	17 71		28	04 8	54 66
53	99 0790	17 70		28	37 2	54 63
54	99 2560	17 71		29	09 6	54 66
55	99 4331	17 71		29	42 0	54 66
30,56	0,499 6102	17 71	27	30	14 4	54 66
57	99 7873	17 71		30	46 8	54 66
58	0,499 9644	17 71		31	19 2	54 66
59	0,500 1415	17 72		31	51 6	54 69
60	00 3187	17 71		32	24 0	54 66
30,61	0,500 4958	17 72	27	32	56 4	54 69
62	00 6730	17 72		33	28 8	54 69
63	00 8502	17 72		34	01 2	54 69
64	01 0274	17 72		34	33 6	54 69
65	01 2046	17 73		35	06 0	54 72
30,66	0,501 3819	17 72	27	35	38 4	54 69
67	01 5591	17 73		36	10 8	54 72
68	01 7364	17 72		36	43 2	54 69
69	01 9136	17 73		37	15 6	54 72
70	02 0909	17 73		37	48 0	54 72
30,71	0,502 2682	17 74	27	38	20 4	54 75
72	02 4456	17 73		38	52 8	54 72
73	02 6229	17 73		39	26 2	54 72
74	02 8002	17 74		39	57 6	54 75
75	02 9776	17 74		40	30 0	54 75
30,76	0,503 1550	17 74	27	41	02 4	54 75
77	03 3324	17 74		41	34 8	54 75
78	03 5098	17 74		42	07 2	54 75
79	03 6872	17 75		42	39 6	54 78
80	03 8647	17 74		43	12 0	54 75
30,81	0,504 0421	17 75	27	43	44 4	54 78
82	04 2196	17 75		44	16 8	54 78
83	04 3971	17 75		44	49 2	54 78
84	04 5746	17 75		45	21 6	54 78
85	04 7521	17 75		45	54 0	54 78
30,86	0,504 9296	17 75	27	46	26 4	54 78
87	05 1071	17 76		46	58 8	54 81
88	05 2847	17 75		47	31 2	54 78
89	05 4622	17 76		48	03 6	54 81
90	05 6398	17 76		48	36 0	54 81
30,91	0,505 8174	17 76	27	49	08 4	54 81
92	05 9950	17 77		49	40 8	54 85
93	06 1727	17 76		50	13 2	54 81
94	06 3503	17 77		50	45 6	54 85
95	06 5280	17 77		51	18 0	54 85
30,96	0,506 7057	17 76	27	51	50 4	54 81
97	06 8833	17 77		52	22 8	54 85
98	07 0610	17 78		52	55 2	54 88
99	07 2388	17 77		53	27 6	54 86
31,00	07 4165			54	00 0	

N. E. $k=31°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
31,00	0,507 4166	17 77	27	54	00 0	54 85
31,01	0,507 5942	17 78	27	54	32 4	54 88
02	07 7720	17 78		55	04 8	54 88
03	07 9498	17 78		55	37 2	54 88
04	08 1276	17 78		56	09 6	54 88
05	08 3054	17 78		56	42 0	54 88
31,06	0,508 4832	17 78	27	57	14 4	54 88
07	08 6610	17 79		57	46 8	54 91
08	08 8389	17 78		58	19 2	54 88
09	09 0167	17 79		58	51 6	54 91
10	09 1946	17 79		59	24 0	54 91
31,11	0,509 3725	17 79	27	59	56 4	54 91
12	09 5504	17 80	28	00	28 8	54 94
13	09 7284	17 79		01	01 2	54 01
14	09 9063	17 80		01	33 6	54 94
15	10 0843	17 79		02	06 0	54 91
31,16	0,510 2622	17 80	28	02	38 4	54 94
17	10 4402	17 80		03	10 8	54 94
18	10 6182	17 80		03	43 2	54 94
19	10 7962	17 80		04	15 6	54 94
20	10 9742	17 81		04	48 0	54 97
31,21	0,511 1523	17 80	28	05	20 4	54 94
22	11 3303	17 81		05	52 8	54 97
23	11 5084	17 81		06	25 2	54 97
24	11 6865	17 81		06	57 6	54 97
25	11 8646	17 81		07	30 0	54 97
31,26	0,512 0427	17 82	28	08	02 4	55 00
27	12 2209	17 81		08	34 8	54 97
28	12 3990	17 82		09	07 2	55 00
29	12 5772	17 81		09	39 6	54 97
30	12 7553	17 82		10	12 0	55 00
31,31	0,512 9335	17 82	28	10	44 4	55 00
32	13 1117	17 83		11	16 8	55 03
33	13 2900	17 82		11	49 2	55 00
34	13 4682	17 83		12	21 6	55 03
35	13 6465	17 82		12	54 0	55 00
31,36	0,513 8247	17 83	28	13	26 4	55 03
37	14 0030	17 83		13	58 8	55 03
38	14 1813	17 83		14	31 2	55 03
39	14 3596	17 84		15	03 6	55 06
40	14 5380	17 83		15	36 0	55 03
31,41	0,514 7163	17 84	28	16	08 4	55 06
42	15 8947	17 83		16	40 8	55 03
43	15 0730	17 84		17	13 2	55 06
44	15 2514	17 84		17	45 6	55 06
45	15 4298	17 84		18	18 0	55 06
31,46	0,515 6082	17 85	28	18	50 4	55 09
47	15 7867	17 84		19	22 8	55 06
48	15 9651	17 85		19	55 2	55 09
49	16 1436	17 85		20	27 6	55 09
50	16 3221			21	00 0	

N. E. $k=31°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
31,50	0,516 3221	17 85	28	21	00 0	55 09
31,51	0,516 5006	17 85	28	21	32 4	55 09
52	16 6791	17 85		22	04 8	55 09
53	16 8576	17 85		22	37 2	55 09
54	17 0361	17 86		23	09 6	55 12
55	17 2147	17 85		23	42 0	55 09
31,56	0,517 3932	17 86	28	24	14 4	55 12
57	17 5718	17 86		24	46 8	55 12
58	17 7504	17 87		25	19 2	55 15
59	17 9291	17 86		25	51 6	55 12
60	18 1077	17 86		26	24 0	55 12
31,61	0,518 2863	17 87	28	26	56 4	55 15
62	18 4650	17 87		27	28 8	55 15
63	18 6437	17 87		28	01 2	55 15
64	18 8224	17 87		28	33 6	55 15
65	19 0011	17 87		29	06 0	55 15
31,66	0,519 1798	17 87	28	29	38 4	55 15
67	19 3585	17 88		30	10 8	55 19
68	19 5373	17 87		30	43 2	55 15
69	19 7160	17 88		31	15 6	55 19
70	19 8948	17 88		31	48 0	55 19
31,71	0,520 0736	17 88	28	32	20 4	55 10
72	20 2524	17 89		32	52 8	55 22
73	20 4313	17 88		33	25 2	55 19
74	20 6101	17 89		33	57 6	55 22
75	20 7890	17 88		34	30 0	55 19
31,76	0,520 9678	17 89	28	35	02 4	55 22
77	21 1467	17 89		35	34 8	55 22
78	21 3256	17 90		36	07 2	55 25
79	21 5046	17 89		36	39 6	55 22
80	21 6835	17 90		37	12 0	55 25
31,81	0,521 8625	17 89	28	37	44 4	55 22
82	22 0414	17 90		38	16 8	55 25
83	22 2204	17 90		38	49 2	55 25
84	22 3994	17 90		39	21 6	55 25
85	22 5784	17 90		30	54 0	55 25
31,86	0,522 7574	17 91	28	40	26 4	55 28
87	22 9365	17 90		40	58 8	55 25
88	23 1155	17 91		41	31 2	55 28
89	23 2946	17 91		42	03 6	55 28
90	23 4737	17 91		42	36 0	55 28
31,91	0,523 6528	17 91	28	43	08 4	55 28
92	23 8319	17 92		43	40 8	55 31
93	24 0111	17 91		44	13 2	55 28
94	24 1902	17 92		44	45 6	55 31
95	24 3694	17 92		45	18 0	55 31
31,96	0,524 5486	17 92	28	45	50 4	55 31
97	24 7278	17 92		46	22 8	55 31
98	24 9070	17 92		46	55 2	55 31
99	25 0862	17 93		47	27 6	55 34
32,00	25 2655			48	00 0	

N. E. $k=32^\circ$ Gr. M.	Ł. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1''.
32,00	0,526 2655	17 92	28	48	00 0	55 31
32,01	0,526 4447	17 93	28	48	32 4	55 34
02	26 6240	17 93		49	04 8	55 34
03	26 8033	17 93		49	37 2	55 34
04	26 9826	17 93		50	09 6	55 34
05	26 1619	17 93		50	42 0	55 34
32,06	0,526 3412	17 94	28	51	14 4	55 37
07	26 5206	17 94		51	46 8	55 37
08	26 7000	17 93		52	19 2	55 34
09	26 8793	17 94		52	51 6	55 37
10	27 0687	17 94		53	24 0	55 37
32,11	0,527 2381	17 95	28	53	56 4	55 40
12	27 4176	17 94		54	28 8	55 37
13	27 5970	17 95		55	01 2	55 40
14	27 7765	17 95		55	33 6	55 40
15	27 9560	17 95		56	06 0	55 40
32,16	0,528 1365	17 95	28	56	38 4	55 40
17	28 3150	17 95		57	10 8	55 40
18	28 4945	17 95		57	43 2	55 40
19	28 6740	17 96		58	15 6	55 43
20	28 8536	17 96		58	48 0	55 43
32,21	0,529 0332	17 96	28	59	20 4	55 43
22	29 2128	17 96	28	59	52 8	55 43
23	29 3924	17 96	29	00	25 2	55 43
24	29 5720	17 96		00	57 6	55 43
25	29 7516	17 97		01	30 0	55 46
32,26	0,529 9313	17 96	29	02	02 4	55 43
27	30 1109	17 97		02	34 8	55 46
28	30 2906	17 97		03	07 2	55 46
29	30 4703	17 97		03	39 6	55 46
30	30 6500	17 97		04	12 0	55 46
32,31	0,530 8297	17 98	29	04	44 4	55 49
32	31 0095	17 97		05	16 8	55 46
33	31 1892	17 98		05	49 2	55 49
34	31 3690	17 98		06	21 6	55 49
35	31 5488	17 98		06	54 0	55 49
32,36	0,531 7286	17 98	29	07	26 4	55 49
37	31 9084	17 98		07	58 8	55 49
38	32 0882	17 99		08	31 2	55 52
39	32 2681	17 99		09	03 6	55 52
40	32 4480	17 99		09	36 0	55 52
32,41	0,532 6279	17 99	29	10	08 4	55 52
42	32 8078	17 99		10	40 8	55 52
43	32 9877	17 99		11	13 2	55 52
44	33 1676	18 00		11	45 6	55 56
45	33 3476	17 99		12	18 0	55 52
32,46	0,533 5275	18 00	29	12	50 4	55 56
47	33 7075	18 00		13	22 8	55 56
48	33 8875	18 00		13	55 2	55 56
49	34 0675	18 00		14	27 6	55 56
50	34 2475			15	00 0	
32,50	0,534 2475	18 01	29	15	00 0	55 59
32,51	0,534 4276	18 00	29	15	32 4	55 56
52	34 6076	18 01		16	04 8	55 59
53	34 7877	18 01		16	37 2	55 59
54	34 9678	18 01		17	09 6	55 59
55	35 1479	18 01		17	42 0	55 59
32,56	0,535 3280	18 02	29	18	14 4	55 62
57	35 5082	18 01		18	46 8	55 59
58	35 6883	18 02		19	19 2	55 62
59	35 8685	18 02		19	51 6	55 62
60	36 0487	18 02		20	24 0	55 62
32,61	0,536 2289	18 02	29	20	56 4	55 62
62	36 4091	18 02		21	28 8	55 62
63	36 5893	18 03		22	01 2	55 65
64	36 7696	18 03		22	33 6	55 65
65	36 9499	18 02		23	06 0	55 62
32,66	0,537 1301	18 03	29	23	38 4	55 65
67	37 3104	18 03		24	10 8	55 65
68	37 4907	18 04		24	43 2	55 68
69	37 6711	18 03		25	15 6	55 65
70	37 8614	18 04		25	48 0	55 68
32,71	0,538 0318	18 04	29	26	20 4	55 68
72	38 2122	18 04		26	52 8	55 68
73	38 3926	18 04		27	25 2	55 68
74	38 5730	18 04		27	57 6	55 68
75	38 7534	18 04		28	30 0	55 68
32,76	0,538 9338	18 05	29	29	02 4	55 71
77	39 1143	18 05		29	34 8	55 71
78	39 2948	18 04		30	07 2	55 68
79	39 4752	18 06		30	39 6	55 74
80	39 6558	18 05		31	12 0	55 71
32,81	0,539 8363	18 05	20	31	44 4	55 71
82	40 0168	18 06		32	16 8	55 74
83	40 1974	18 05		32	49 2	55 71
84	40 3779	18 06		33	21 6	55 74
85	40 5585	18 06		33	54 0	55 74
32,86	0,540 7391	18 06	29	34	26 4	55 74
87	40 9197	18 07		34	58 8	55 77
88	41 1004	18 06		35	31 2	55 74
89	41 2810	18 07		36	03 6	55 77
90	41 4617	18 07		36	36 0	55 77
32,91	0,541 6424	18 07	29	37	08 4	55 77
92	41 8231	18 07		37	40 8	55 77
93	42 0038	18 07		38	13 2	55 77
94	42 1845	18 08		38	45 6	55 80
95	42 3653	18 07		39	18 0	55 77
32,96	0,542 5460	18 08	29	39	50 4	55 80
97	42 7268	18 08		40	22 8	55 80
98	42 9076	18 08		40	55 2	55 80
99	43 0884	18 08		41	27 6	55 80
33,00	43 2692			42	00 0	

N. E. k=33° Gr. M.	ℒ. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1''.
33,00	0,543 2692	18 09	29 42 00 0	55 83
33,01	0,543 4501	18 08	29 42 32 4	55 80
02	43 6309	18 09	43 04 8	55 83
03	43 8118	18 09	43 37 2	55 83
04	43 9927	18 09	44 09 6	55 83
05	44 1736	18 09	44 42 0	55 83
33,06	0,544 3545	18 10	29 45 14 4	55 86
07	44 5355	18 09	45 46 8	55 83
08	44 7164	18 10	46 19 2	55 86
09	44 8974	18 10	46 51 6	55 86
10	45 0784	18 10	47 24 0	55 86
33,11	0,545 2594	18 10	29 47 56 4	55 86
12	45 4404	18 11	48 28 8	55 90
13	45 6215	18 10	40 01 2	55 86
14	45 8025	18 11	49 33 6	55 90
15	46 9836	18 11	50 06 0	55 90
33,16	0,546 1647	18 11	29 50 38 4	55 90
17	46 3458	18 11	51 10 8	55 90
18	46 5269	18 11	51 43 2	55 90
19	46 7080	18 12	52 15 6	55 93
20	46 8892	18 12	52 48 0	55 93
33,21	0,547 0704	18 12	29 53 20 4	55 93
22	47 2516	18 12	53 52 8	55 93
23	47 4328	18 12	54 25 2	55 93
24	47 6140	18 12	54 57 6	55 93
25	47 7952	18 13	55 30 0	55 96
33,26	0,547 9765	18 12	29 56 02 4	55 93
27	48 1577	18 13	56 34 8	55 96
28	48 3390	18 13	57 07 2	55 96
29	48 5203	18 13	57 39 6	55 96
30	48 7016	18 14	58 12 0	55 96
33,31	0,548 8830	18 13	29 58 44 4	55 96
32	49 0643	18 14	59 16 8	55 99
33	49 2457	18 13	29 59 49 2	55 96
34	49 4270	18 15	30 00 21 6	56 02
35	49 6085	18 14	00 54 0	55 99
33,36	0,549 7899	18 14	30 01 26 4	55 99
37	49 9713	18 15	01 58 8	56 02
38	50 1528	18 14	02 31 2	55 99
39	50 3342	18 15	03 03 6	56 02
40	50 5157	18 15	03 36 0	56 02
33,41	0,550 6972	18 15	30 04 08 4	56 02
42	50 8787	18 16	04 40 8	56 05
43	51 0603	18 15	05 13 2	56 02
44	51 2418	18 16	05 45 6	56 05
45	51 4234	18 15	06 18 0	56 02
33,46	0,551 6049	18 16	30 06 50 4	56 05
47	51 7865	18 16	07 22 8	56 05
48	51 9681	18 17	07 55 2	56 08
49	52 1498	18 16	08 27 6	56 05
50	52 3314		09 00 0	

N. E. k=33° Gr. M.	ℒ. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1''.
33,50	0,552 3314	18 17	30 09 00 0	56 08
33,51	0,552 5131	18 17	30 09 32 4	56 08
52	52 6948	18 17	10 04 8	56 08
53	52 8765	18 17	10 37 2	56 08
54	53 0582	18 17	11 09 6	56 08
55	53 2399	18 18	11 42 0	56 11
33,56	0,553 4217	18 17	30 12 14 4	56 08
57	53 6034	18 18	12 46 8	56 11
58	53 7852	18 18	13 19 2	56 11
59	53 9670	18 18	13 51 6	56 11
60	54 1488	18 18	14 24 0	56 11
33,61	0,554 3306	18 19	30 14 56 4	56 14
62	54 5125	18 18	15 28 8	56 11
63	54 6943	18 19	16 01 2	56 14
64	54 8762	18 19	16 33 6	56 14
65	55 0581	18 19	17 06 0	56 14
33,66	0,555 2400	18 20	30 17 38 4	56 17
67	55 4220	18 19	18 10 8	56 14
68	55 6039	18 20	18 43 2	56 17
69	55 7859	18 20	19 15 6	56 17
70	55 9679	18 20	19 48 0	56 17
33,71	0,556 1498	18 21	30 20 20 4	56 20
72	56 3319	18 20	20 52 8	56 17
73	56 5139	18 20	21 25 2	56 17
74	56 6959	18 21	21 57 6	56 20
75	56 8780	18 21	22 30 0	56 20
33,76	0,557 0601	18 21	30 23 02 4	56 20
77	57 2422	18 21	23 34 8	56 20
78	57 4243	18 21	24 07 2	56 20
79	57 6064	18 22	24 39 6	56 23
80	57 7886	18 21	25 12 0	56 20
33,81	0,557 9707	18 22	30 25 44 4	56 23
82	58 1529	18 22	26 16 8	56 23
83	58 3351	18 22	26 49 2	56 23
84	58 5173	18 23	27 21 6	56 27
85	58 6996	18 22	27 54 0	56 23
33,86	0,558 8818	18 23	30 28 26 4	56 27
87	59 0641	18 23	28 58 8	56 27
88	59 2464	18 23	29 31 2	56 27
89	59 4287	18 23	30 03 6	56 27
90	59 6110	18 23	30 36 0	56 27
33,91	0,559 7933	18 24	30 31 08 4	56 30
92	59 9757	18 23	31 40 8	56 27
93	60 1580	18 24	32 13 2	56 30
94	60 3404	18 24	32 45 6	56 30
95	60 5228	18 24	33 18 0	56 30
33,96	0,560 7052	18 25	30 33 50 4	56 33
97	60 8877	18 24	34 22 8	56 30
98	61 0701	18 25	34 55 2	56 33
99	61 2526	18 25	35 27 6	56 33
34,00	61 4351		36 00 0	

N. E. $k=34°$ Gr. M.	$\mathfrak{L}.\ k.$	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
34,00	0,561 4351	18 25	30 36 00 0	56 33
34,01	0,561 6176	18 25	30 36 32 4	56 33
02	61 8001	18 25	37 04 8	56 33
03	61 9826	18 26	37 37 2	56 36
04	62 1652	18 25	38 09 6	56 33
05	62 3477	18 26	38 42 0	56 36
34,06	0,562 5303	18 26	30 39 14 4	56 36
07	62 7129	18 26	39 46 8	56 36
08	62 8955	18 27	40 19 2	56 39
09	63 0782	18 26	40 51 6	56 36
10	63 2608	18 27	41 24 0	56 39
34,11	0,563 4435	18 27	30 41 56 4	56 39
12	63 6262	18 27	42 28 8	56 39
13	63 8089	18 27	43 01 2	56 39
14	63 9916	18 28	43 33 6	56 42
15	64 1744	18 27	44 06 0	56 39
34,16	0,564 3571	18 28	30 44 38 4	56 42
17	64 5399	18 28	45 10 8	56 42
18	64 7227	18 28	45 43 2	56 42
19	64 9055	18 28	46 15 6	56 42
20	65 0883	18 29	46 48 0	56 45
34,21	0,565 2712	18 28	30 47 20 4	56 42
22	65 4540	18 29	47 52 8	56 45
23	65 6369	18 29	48 25 2	56 45
24	65 8198	18 29	48 57 6	56 45
25	66 0027	18 29	49 30 0	56 45
34,26	0,566 1856	18 30	30 50 02 4	56 48
27	66 3686	18 29	50 34 8	56 45
28	66 5515	18 30	51 07 2	56 48
29	66 7345	18 30	51 39 6	56 48
30	66 9175	18 30	52 12 0	56 48
34,31	0,567 1005	18 31	30 52 44 4	56 51
32	67 2836	18 30	53 16 8	56 48
33	67 4666	18 31	53 49 2	56 51
34	67 6497	18 30	54 21 6	56 48
35	67 8327	18 31	54 54 0	56 51
34,36	0,568 0158	18 32	30 55 26 4	56 54
37	68 1990	18 31	55 58 8	56 51
38	68 3821	18 31	56 31 2	56 51
39	68 5652	18 32	57 03 6	56 54
40	68 7484	18 32	57 36 0	56 54
34,41	0,568 9316	18 32	30 58 08 4	56 54
42	69 1148	18 32	58 40 8	56 54
43	69 2980	18 33	59 13 2	56 57
44	69 4813	18 32	30 59 45 6	56 54
45	69 6645	18 33	31 00 18 0	56 57
34,46	0,569 8478	18 33	31 00 50 4	56 57
47	70 0311	18 33	01 22 8	56 57
48	70 2144	18 33	01 55 2	56 57
49	70 3977	18 34	02 27 6	56 60
50	70 5811		03 00 0	

N. E. $k=34°$ Gr. M.	$\mathfrak{L}.\ k.$	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
34,50	0,570 5811	18 33	31 03 00 0	56 57
34,51	0,570 7644	18 34	31 03 32 4	56 60
52	70 9478	18 34	04 04 8	56 60
53	71 1312	18 34	04 37 2	56 60
54	71 3146	18 34	05 09 6	56 60
55	71 4980	18 35	05 42 0	56 64
34,56	0,571 6815	18 34	31 06 14 4	56 60
57	71 8649	18 35	06 46 8	56 64
58	72 0484	18 35	07 19 2	56 64
59	72 2319	18 36	07 51 6	56 67
60	72 4155	18 35	08 24 0	56 64
34,61	0,572 5990	18 36	31 08 56 4	56 64
62	72 7826	18 36	09 28 8	56 67
63	72 9661	18 36	10 01 2	56 67
64	73 1497	18 36	10 33 6	56 67
65	73 3333	18 36	11 06 0	56 67
34,66	0,573 5169	18 36	31 11 38 4	56 67
67	73 7005	18 37	12 10 8	56 70
68	73 8842	18 37	12 43 2	56 70
69	74 0679	18 37	13 15 6	56 70
70	74 2516	18 37	13 48 0	56 70
34,71	0,574 4353	18 37	31 14 20 4	56 70
72	74 6190	18 37	14 52 8	56 70
73	74 8027	18 38	15 25 2	56 73
74	74 9865	18 38	15 57 6	56 73
75	75 1703	18 38	16 30 0	56 73
34,76	0,575 3541	18 38	31 17 02 4	56 73
77	75 5379	18 38	17 34 8	56 73
78	75 7217	18 39	18 07 2	56 76
79	75 9056	18 38	18 39 6	56 73
80	76 0894	18 39	19 12 0	56 76
34,81	0,576 2733	18 39	31 19 44 4	56 76
82	76 4572	18 39	20 16 8	56 76
83	76 6411	18 40	20 49 2	56 79
84	76 8251	18 39	21 21 6	56 76
85	77 0090	18 40	21 54 0	56 79
34,86	0,577 1930	18 40	31 22 26 4	56 79
87	77 3770	18 40	22 58 8	56 79
88	77 5610	18 40	23 31 2	56 79
89	77 7450	18 41	24 03 6	56 82
90	77 9291	18 40	24 36 0	56 79
34,91	0,578 1131	18 41	31 25 08 4	56 82
92	78 2972	18 41	25 40 8	56 82
93	78 4813	18 41	26 13 2	56 82
94	78 6654	18 41	26 45 6	56 82
95	78 8495	18 42	27 18 0	56 85
34,96	0,579 0337	18 41	31 27 50 4	56 82
97	79 2178	18 42	28 22 8	56 85
98	79 4020	18 42	28 55 2	56 85
99	79 5862	18 42	29 27 6	56 85
35,00	79 7704		30 00 0	

N. E. $k=35°$ Gr. M.	𝔏. *k*.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
35,00	0,579 7704	18 43	31	30	00 0	56 88
35,01	0,579 9647	18 42	31	30	32 4	56 85
02	80 1389	18 43		31	04 8	56 88
03	80 3232	18 43		31	37 2	56 88
04	80 5075	18 43		32	09 6	56 88
05	80 6918	18 43		32	42 0	56 88
35,06	0,580 8761	18 44	31	33	14 4	56 91
07	81 0605	18 43		33	46 8	56 88
08	81 2448	18 44		34	19 2	56 91
09	81 4292	18 44		34	51 6	56 91
10	81 6136	18 44		35	24 0	56 91
35,11	0,581 7980	18 44	31	35	56 4	56 91
12	81 9824	18 45		36	28 8	56 94
13	82 1669	18 45		37	01 2	56 94
14	82 3514	18 44		37	33 6	56 91
15	82 5358	18 46		38	06 0	56 98
35,16	0,582 7204	18 45	31	38	38 4	56 94
17	82 9049	18 45		39	10 8	56 94
18	83 0894	18 46		39	43 2	56 98
19	83 2740	18 45		40	15 6	56 94
20	83 4585	18 46		40	48 0	56 98
35,21	0,583 6431	18 47	31	41	20 4	57 01
22	83 8278	18 46		41	52 8	56 98
23	84 0124	18 46		42	25 2	56 98
24	84 1970	18 47		42	57 6	57 01
25	84 3817	18 47		43	30 0	57 01
35,26	0,584 5664	18 47	31	44	02 4	57 01
27	84 7511	18 47		44	34 8	57 01
28	84 9358	18 47		45	07 2	57 01
29	85 1205	18 48		45	39 6	57 04
30	85 3053	18 48		46	12 0	57 04
35,31	0,585 4901	18 47	31	46	44 4	57 01
32	85 6748	18 49		47	16 8	57 07
33	85 8597	18 48		47	49 2	57 04
34	86 0445	18 48		48	21 6	57 04
35	86 2293	18 49		48	54 0	57 07
35,36	0,586 4142	18 49	31	49	26 4	57 07
37	86 5991	18 49		49	58 8	57 07
38	86 7840	18 49		50	31 2	57 07
39	86 9689	18 49		51	03 6	57 07
40	87 1538	18 50		51	36 0	57 10
35,41	0,587 3388	18 49	31	52	08 4	57 07
42	87 5237	18 50		52	40 8	57 10
43	87 7087	18 50		53	13 2	57 10
44	87 8937	18 51		53	45 6	57 13
45	88 0788	18 50		54	18 0	57 10
35,46	0,588 2638	18 51	31	54	50 4	57 13
47	88 4489	18 50		55	22 8	57 10
48	88 6339	18 51		55	55 2	57 13
49	88 8190	18 51		56	27 6	57 13
50	89 0041			57	00 0	
35,50	0,589 0041	18 52	31	57	00 0	57 16
35,51	0,589 1893	18 51	31	57	32 4	57 13
52	89 3744	18 52		58	04 8	57 16
53	89 5596	18 52		58	37 2	57 16
54	89 7448	18 52		59	09 6	57 16
55	89 9300	18 52	31	59	42 0	57 16
35,56	0,590 1152	18 52	32	00	14 4	57 16
57	90 3004	18 53		00	46 8	57 19
58	90 4857	18 53		01	19 2	57 19
59	90 6710	18 53		01	51 6	57 19
60	90 8563	18 53		02	24 0	57 19
35,61	0,591 0416	18 53	32	02	56 4	57 19
62	91 2269	18 54		03	28 8	57 22
63	91 4123	18 54		04	01 2	57 22
64	91 5977	18 53		04	33 6	57 19
65	91 7830	18 55		05	06 0	57 25
35,66	0,591 9685	18 54	32	05	38 4	57 22
67	92 1539	18 54		06	10 8	57 22
68	92 3393	18 55		06	43 2	57 25
69	92 5248	18 55		07	15 6	57 25
70	92 7103	18 55		07	48 0	57 25
35,71	0,592 8958	18 55	32	08	20 4	57 25
72	93 0813	18 55		08	52 8	57 25
73	93 2668	18 56		09	25 2	57 28
74	93 4524	18 55		09	57 6	57 25
75	93 6379	18 56		10	30 0	57 28
35,76	0,593 8235	18 56	32	11	02 4	57 28
77	94 0091	18 57		11	34 8	57 31
78	94 1948	18 56		12	07 2	57 28
79	94 3804	18 57		12	39 6	57 31
80	94 5661	18 56		13	12 0	57 28
35,81	0,594 7517	18 57	32	13	44 4	57 31
82	94 9374	18 58		14	16 8	57 35
83	95 1232	18 57		14	49 2	57 31
84	95 3089	18 57		15	21 6	57 31
85	95 4946	18 58		15	54 0	57 35
35,86	0,595 6804	18 58	32	16	26 4	57 35
87	95 8662	18 58		16	58 8	57 35
88	96 0520	18 58		17	31 2	57 35
89	96 2378	18 59		18	03 6	57 38
90	96 4237	18 59		18	36 0	57 38
35,91	0,596 6096	18 58	32	19	08 4	57 35
92	96 7954	18 59		19	40 8	57 38
93	96 9813	18 60		20	13 2	57 41
94	97 1673	18 59		20	45 6	57 38
95	97 3532	18 60		21	18 0	57 41
35,96	0,597 5392	18 59	32	21	50 4	57 38
97	97 7251	18 60		22	22 8	57 41
98	97 9111	18 60		22	55 2	57 41
99	98 0970	18 61		23	27 6	57 44
36,00	98 2832			24	00 0	

N. E. $k=36°$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
36,00	0,598 2832	18 60	32	24	00 0	57 41
36,01	0,598 4692	18 61	32	24	32 4	57 44
02	98 6553	18 61		25	04 8	57 44
03	98 8414	18 61		25	37 2	57 44
04	99 0275	18 61		26	09 6	57 44
05	99 2136	18 62		26	42 0	57 47
36,06	0,599 3908	18 61	32	27	14 4	57 44
07	99 5859	18 62		27	46 8	57 47
08	99 7721	18 62		28	19 2	57 47
09	0,599 9683	18 62		28	51 6	57 47
10	0,600 1445	18 62		29	24 0	57 47
36,11	0,600 3307	18 63	32	29	56 4	57 50
12	00 5170	18 63		30	28 8	57 50
13	00 7033	18 63		31	01 2	57 50
14	00 8896	18 63		31	33 6	57 50
15	01 0759	18 63		32	06 0	57 50
36,16	0,601 2622	18 64	32	32	38 4	57 53
17	01 4486	18 63		33	10 8	57 50
18	01 6349	18 64		33	43 2	57 53
19	01 8213	18 64		34	15 6	57 53
20	02 0077	18 65		34	48 0	57 56
36,21	0,602 1942	18 64	32	35	20 4	57 53
22	02 3806	18 65		35	52 8	57 56
23	02 5671	18 64		36	25 2	57 53
24	02 7535	18 65		36	57 6	57 56
25	02 9400	18 65		37	30 0	57 56
36,26	0,603 1265	18 66	32	38	02 4	57 59
27	03 3131	18 65		38	34 8	57 56
28	03 4996	18 66		39	07 2	57 59
29	03 6862	18 67		39	39 6	57 62
30	03 8729	18 65		40	12 0	57 56
36,31	0,604 0594	18 66	32	40	44 4	57 59
32	04 2460	18 67		41	16 8	57 62
33	04 4327	18 66		41	49 2	57 59
34	04 6193	18 67		42	21 6	57 62
35	04 8060	18 67		42	54 0	57 62
36,36	0,604 9927	18 68	32	43	26 4	57 65
37	05 1795	18 67		43	58 8	57 62
38	05 3662	18 68		44	31 2	57 65
39	05 5530	18 68		45	03 6	57 65
40	05 7398	18 68		45	36 0	57 65
36,41	0,605 9266	18 68	32	46	08 4	57 65
42	06 1134	18 68		46	40 8	57 65
43	06 3002	18 69		47	13 2	57 69
44	06 4871	18 68		47	45 6	57 65
45	06 6739	18 69		48	18 0	57 69
36,46	0,606 8608	18 69	32	48	50 4	57 69
47	07 0477	18 70		49	22 8	57 72
48	07 2347	18 69		49	55 2	57 69
49	07 4216	18 70		50	27 6	57 72
50	07 6086			51	00 0	
36,50	0,607 6086	18 70	32	51	00 0	57 72
36,51	0,607 7956	18 70	32	51	32 4	57 72
52	07 9826	18 70		52	04 8	57 72
53	08 1696	18 71		52	37 2	57 75
54	08 3567	18 70		53	09 6	57 72
55	08 5437	18 71		53	42 0	57 75
36,56	0,608 7308	18 71	32	54	14 4	57 75
57	08 9179	18 71		54	46 8	57 75
58	09 1050	18 72		55	19 2	57 78
59	09 2922	18 71		55	51 6	57 75
60	09 4793	18 72		56	24 0	57 78
36,61	0,609 6665	18 72	32	56	56 4	57 78
62	09 8537	18 72		57	28 8	57 78
63	10 0409	18 73		58	01 2	57 81
64	10 2282	18 72		58	33 6	57 78
65	10 4154	18 73		59	06 0	57 81
36,66	0,610 6027	18 73	32	59	38 4	57 81
67	10 7900	18 73	33	00	10 8	57 81
68	10 9773	18 73		00	43 2	57 81
69	11 1646	18 74		01	15 6	57 84
70	11 3520	18 73		01	48 0	57 81
36,71	0,611 5393	18 74	33	02	20 4	57 84
72	11 7267	18 74		02	52 8	57 84
73	11 9141	18 75		03	25 2	57 87
74	12 1016	18 74		03	57 6	57 84
75	12 2890	18 75		04	30 0	57 87
36,76	0,612 4765	18 74	33	05	02 4	57 84
77	12 6639	18 75		05	34 8	57 87
78	12 8514	18 76		06	07 2	57 90
79	13 0390	18 75		06	39 6	57 87
80	13 2265	18 76		07	12 0	57 90
26,81	0,613 4141	18 76	33	07	44 4	57 90
82	13 6017	18 76		08	16 8	57 90
83	13 7893	18 76		08	49 2	57 90
84	13 9769	18 76		09	21 6	57 90
85	14 1645	18 77		09	54 0	57 93
36,86	0,614 3522	18 77	33	10	26 4	57 93
87	14 5390	18 76		10	58 8	57 90
88	14 7275	18 78		11	31 2	57 96
89	14 9153	18 77		12	03 6	57 93
90	15 1030	18 77		12	36 0	57 93
36,91	0,615 2907	18 78	33	13	08 4	57 96
92	15 4785	18 78		13	40 8	57 96
93	15 6663	18 78		14	13 2	57 96
94	15 8541	18 79		14	45 6	57 99
95	16 0420	18 78		15	18 0	57 96
36,96	0,616 2298	18 79	33	15	50 4	57 99
97	16 4177	18 79		16	22 8	57 99
98	16 6056	18 79		16	55 2	57 99
99	16 7935	18 79		17	27 6	57 99
37,00	16 9814			18	00 0	

N. E. k=37° Gr. M.	$\mathfrak{L}$. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
37,00	0,616 9814	18 80	33 18 00 0	58 02
37,01	0,617 1694	18 79	33 18 32 4	57 99
02	17 3573	18 80	19 04 8	58 02
03	17 5453	18 80	19 37 2	58 02
04	17 7333	18 80	20 09 6	58 02
05	17 9213	18 81	20 42 0	58 06
37,06	0,618 1094	18 80	33 21 14 4	58 02
07	18 2974	18 81	21 46 8	58 06
08	18 4855	18 81	22 19 2	58 06
09	18 6736	18 81	22 51 6	58 06
10	18 8617	18 82	23 24 0	58 09
37,11	0,619 0499	18 81	33 23 56 4	58 06
12	19 2380	18 81	24 28 8	58 09
13	19 4262	18 82	25 01 2	58 09
14	19 6144	18 82	25 33 6	58 09
15	19 8026	18 83	26 06 0	58 12
37,16	0,619 9909	18 83	33 26 38 4	58 12
17	20 1792	18 82	27 10 8	58 09
18	20 3674	18 83	27 43 2	58 12
19	20 5557	18 84	28 15 6	58 15
20	20 7441	18 83	28 48 0	58 12
37,21	0,620 9324	18 83	33 29 20 4	58 12
22	21 1207	18 84	29 52 8	58 15
23	21 3091	18 84	30 25 2	58 15
24	21 4976	18 84	30 57 6	58 15
25	21 6859	18 86	31 30 0	58 18
37,26	0,621 8744	18 84	33 32 02 4	58 15
27	22 0628	18 85	32 34 8	58 18
28	22 2513	18 86	33 07 2	58 18
29	22 4398	18 85	33 39 6	58 18
30	22 6283	18 85	34 12 0	58 18
37,31	0,622 8168	18 86	33 34 44 4	58 21
32	23 0054	18 86	35 16 8	58 21
33	23 1940	18 85	35 49 2	58 18
34	23 3825	18 87	36 21 6	58 24
35	23 5712	18 86	36 54 0	58 21
37,36	0,623 7598	18 86	33 37 26 4	58 21
37	23 9484	18 87	37 58 8	58 24
38	24 1371	18 87	38 31 2	58 24
39	24 3258	18 87	39 03 6	58 24
40	24 5145	18 88	39 36 0	58 27
37,41	0,624 7033	18 87	33 40 08 4	58 24
42	24 8920	18 88	40 40 8	58 27
43	25 0808	18 88	41 13 2	58 27
44	25 2696	18 88	41 45 6	58 27
45	25 4584	18 88	42 18 0	58 27
37,46	0,625 6472	18 88	33 42 50 4	58 27
47	45 8360	18 89	43 22 8	58 30
48	46 0249	18 89	43 55 2	58 30
49	46 2138	18 89	44 27 6	58 30
50	46 4027		45 00 0	

N. E. k=37° Gr. M.	$\mathfrak{L}$. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
37,50	0,626 4027	18 89	33 45 00 0	58 30
37,51	0,626 5916	18 90	33 45 32 4	58 33
52	26 7806	18 90	46 04 8	58 33
53	26 9696	18 89	46 37 2	58 30
54	27 1585	18 90	47 09 6	58 33
55	27 3475	18 91	47 42 0	58 36
37,56	0,627 5366	18 90	33 48 14 4	58 33
57	27 7256	18 91	48 46 8	58 36
58	27 9147	18 91	49 19 2	58 36
59	28 1038	18 91	49 51 6	58 36
60	28 2929	18 91	50 24 0	58 36
37,61	0,628 4820	18 92	33 50 56 4	58 40
62	28 6712	18 91	51 28 8	58 36
63	28 8603	18 92	52 01 2	58 40
64	29 0495	18 92	52 33 6	58 40
65	29 2387	18 93	53 06 0	58 43
37,66	0,629 4280	18 92	33 53 38 4	58 40
67	29 6172	18 93	54 10 8	58 43
68	29 8065	18 93	54 43 2	58 43
69	29 9958	18 93	55 15 6	58 43
70	30 1851	18 93	55 48 0	58 43
37,71	0,630 3744	18 93	33 56 20 4	58 43
72	30 5637	18 94	56 52 8	58 46
73	30 7531	18 94	57 25 2	58 46
74	30 9425	18 94	57 57 6	58 46
75	31 1319	18 94	58 30 0	58 46
37,76	0,631 3213	18 95	33 59 02 4	58 49
77	31 5108	18 94	33 59 34 8	58 46
78	31 7002	18 95	34 00 07 2	58 49
79	31 8897	18 95	00 39 6	58 49
80	32 0792	18 95	01 12 0	58 49
37,81	0,632 2687	18 96	34 01 44 4	58 52
82	32 4583	18 96	02 16 8	58 52
83	32 6479	18 95	02 49 2	58 49
84	32 8374	18 96	03 21 6	58 52
85	33 0270	18 97	03 54 0	58 55
37,86	0,633 2167	18 96	34 04 26 4	58 52
87	33 4063	18 97	04 58 8	58 55
88	33 5960	18 97	05 31 2	58 55
89	33 7857	18 97	06 03 6	58 55
90	33 9754	18 97	06 36 0	58 55
37,91	0,634 1651	18 98	34 07 08 4	58 58
92	34 3549	18 97	07 40 8	58 55
93	34 5446	18 98	08 13 2	58 58
94	34 7344	18 98	08 45 6	58 58
95	34 9242	18 98	09 18 0	58 58
37,96	0,635 1140	18 99	34 09 50 4	58 61
97	35 3039	18 99	10 22 8	58 61
98	35 4938	18 99	10 55 2	58 61
99	36 6837	18 99	11 27 6	58 61
38,00	35 9736		12 00 0	

N. E. $k=38°$ Gr. M.	L. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1''.
38,00	0,635 8736	18 99	34	12	00 0	58 61
38,01	0,636 0635	19 00	34	12	32 4	58 64
02	36 2535	18 99		13	04 8	58 61
03	36 4434	19 00		13	37 2	58 64
04	36 6334	19 00		14	09 6	58 64
05	36 8234	19 01		14	42 0	58 67
38,06	0,637 0135	19 00	34	15	14 4	58 64
07	37 2035	19 01		15	46 8	58 67
08	37 3936	19 01		16	19 2	58 67
09	37 5837	19 01		16	51 6	58 67
10	37 7738	19 01		17	24 0	58 67
38,11	0,637 9639	19 02	34	17	56 4	58 70
12	38 1541	19 02		18	28 8	58 70
13	38 3443	19 02		19	01 2	58 70
14	38 5345	19 02		19	33 6	58 70
15	38 7247	16 02		20	06 0	58 70
38,16	0,638 9149	19 03	34	20	38 4	58 73
17	39 1052	19 02		21	10 8	58 70
18	39 2954	19 03		21	43 2	58 73
19	39 4857	19 04		22	15 6	58 77
20	39 6761	19 03		22	48 0	58 73
38,21	0,639 8664	19 04	34	23	20 4	58 77
22	40 0668	19 03		23	52 8	58 73
23	40 2471	19 04		24	25 2	58 77
24	40 4375	19 05		24	57 6	58 80
25	40 6280	19 04		25	30 0	58 77
38,26	0,640 8184	19 05	34	26	02 4	58 80
27	41 0089	19 04		26	34 8	58 77
28	41 1993	19 05		27	07 2	58 80
29	41 3898	19 06		27	39 6	58 83
30	41 5804	19 05		28	12 0	58 80
38,31	0,641 7709	19 06	34	28	44 4	58 83
32	41 9615	19 06		29	16 8	58 83
33	42 1520	19 07		29	49 2	58 86
34	42 3427	19 06		30	21 6	58 83
35	42 5333	19 06		30	54 0	58 83
38,36	0,642 7239	19 07	34	31	26 4	58 86
37	42 9146	19 07		31	58 8	58 86
38	43 1053	19 07		32	31 2	58 86
39	43 2960	19 07		33	03 6	58 86
40	43 4867	19 08		33	36 0	58 89
38,41	0,643 6775	19 07	34	34	08 4	58 86
42	43 8682	19 08		34	40 8	58 89
43	44 0690	19 08		35	13 2	58 89
44	44 2498	19 09		35	45 6	58 92
45	44 4407	19 08		36	18 0	58 80
38,46	0,644 6315	19 09	34	36	50 4	58 92
47	44 8224	10 09		37	22 8	58 92
48	45 0133	19 09		37	55 2	58 92
49	45 2042	19 09		38	27 6	58 92
50	45 3061			39	00 0	

N. E. $k=38°$ Gr. M.	L. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1''.
38,50	0,645 3951	19 10	34	39	00 0	58 95
38,51	0,645 5861	19 10	34	39	32 4	58 59
52	45 7771	19 10		40	04 8	58 95
53	45 9681	19 10		40	37 2	58 95
54	46 1591	19 10		41	09 6	58 96
55	46 3501	19 11		41	42 0	58 98
38,56	0,646 5412	19 11	34	42	14 4	58 98
57	46 7323	19 11		42	46 8	58 98
58	46 9234	19 11		43	19 2	58 98
59	47 1145	19 11		43	51 6	58 98
60	47 3056	19 12		44	24 0	59 01
38,61	0,647 4968	19 12	34	44	56 4	59 01
62	47 6880	19 12		45	28 8	59 01
63	47 8792	19 12		46	01 2	59 01
64	48 0704	19 13		46	33 6	59 04
65	48 2617	19 12		47	06 0	59 01
38,66	0,648 4529	19 13	34	47	38 4	59 04
67	48 6442	19 13		48	10 8	59 04
68	48 8355	19 14		48	43 2	59 07
69	49 0269	19 13		49	15 6	59 04
70	49 2182	19 14		49	48 0	59 07
38,71	0,649 4096	19 14	34	50	20 4	59 07
72	49 6010	19 14		50	52 8	59 07
73	49 7924	19 14		51	25 2	59 07
74	49 9838	19 15		51	57 6	59 10
75	50 4753	19 15		52	30 0	59 10
38,76	0,650 3668	19 15	34	53	02 4	59 10
77	50 5583	19 15		53	34 8	59 10
78	50 7498	19 15		54	07 2	59 10
79	50 9413	19 16		54	39 6	59 14
80	51 1329	19 16		55	12 0	59 14
38,81	0,651 3246	19 16	34	55	44 4	59 14
82	51 5161	19 16		56	16 8	59 14
83	51 7077	19 16		56	49 2	59 14
84	51 8993	19 17		57	21 6	59 17
85	52 0910	19 17		57	54 0	59 17
38,86	0,652 2827	19 17	34	58	26 4	59 17
87	52 4744	19 17		58	58 8	59 17
88	52 6661	19 18	34	59	31 2	59 20
89	52 8579	19 18	35	00	03 6	59 20
90	53 0497	19 17		00	36 0	59 17
38,91	0,653 2414	19 19	35	01	08 4	59 26
92	53 4333	19 18		01	40 8	59 20
93	53 6251	19 18		02	13 2	59 20
94	53 8169	19 19		02	45 6	59 23
95	54 0088	19 19		03	18 0	59 23
38,96	0,654 2007	19 19	35	03	50 4	59 23
97	54 3926	19 20		04	22 8	59 26
98	54 5846	19 19		04	55 2	59 23
99	54 7765	19 20		05	27 6	59 26
39,00	54 9685			06	00 0	

N. E. k=39° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
39,00	0,654 9685	19 20	35	06	00 0	59 26
39,01	0,655 1605	19 21	35	06	32 4	59 29
02	55 3526	19 20		07	04 8	59 26
03	55 5446	19 21		07	37 2	59 29
04	55 7367	19 21		08	09 6	59 29
05	55 9288	19 21		08	42 0	59 29
39,06	0,656 1209	19 21	35	09	14 4	59 29
07	56 3130	19 22		09	46 8	59 32
08	56 5052	19 21		10	19 2	59 20
09	56 6973	19 22		10	51 6	59 32
10	56 8895	19 22		11	24 0	59 32
39,11	0,657 0817	19 23	35	11	56 4	59 35
12	57 2740	19 22		12	28 8	59 32
13	57 4662	19 23		13	01 2	59 35
14	57 6585	19 23		13	33 6	59 35
15	57 8508	19 23		14	06 0	59 35
39,16	0,658 0431	19 24	35	14	38 4	59 38
17	58 2355	19 24		15	10 8	59 38
18	58 4279	19 23		15	43 2	59 35
19	58 6202	19 25		16	15 6	59 41
20	58 8127	19 24		16	48 0	59 38
39,21	0,659 0051	19 24	35	17	20 4	59 3
22	59 1975	19 25		17	52 8	59 41
23	59 3900	19 25		18	25 2	59 41
24	59 5825	19 25		18	57 6	59 41
25	59 7750	19 26		19	30 0	59 44
39,26	0,659 9676	19 25	35	20	02 4	59 41
27	60 1601	19 26		20	34 8	59 44
28	60 3527	19 26		21	07 2	59 44
29	60 5453	19 26		21	39 6	59 44
30	60 7379	19 27		22	12 0	59 48
39,31	0,660 9306	19 26	35	22	44 4	59 44
32	61 1232	19 27		23	16 8	59 48
33	61 3159	19 27		23	49 2	59 48
34	61 5086	19 28		24	21 6	59 51
35	61 7014	19 27		24	54 0	59 48
39,36	0,661 8931	19 28	35	25	26 4	59 51
37	62 0869	19 28		25	58 8	59 61
38	62 2797	19 28		26	31 2	59 51
39	62 4725	19 28		27	03 6	59 51
40	62 6653	19 29		27	36 0	59 54
39,41	0,662 8582	19 29	35	28	08 4	59 54
42	63 0511	19 29		28	40 8	59 54
43	63 2440	19 29		29	13 2	59 54
44	63 4369	19 30		29	45 6	59 57
45	63 6299	19 29		30	18 0	59 54
39,46	0,663 8228	19 30	35	30	50 4	59 57
47	64 0158	19 30		31	22 8	59 57
48	64 2088	19 31		31	55 2	59 60
49	64 4019	19 30		32	27 6	59 57
50	64 5949			33	00 0	

N. E. k=39° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
39,50	0,664 5949	19 31	35	33	00 0	59 60
39,51	0,664 7880	19 31	35	33	32 4	59 60
52	64 9811	19 31		34	04 8	59 60
53	65 1742	19 31		34	37 2	59 60
54	65 3673	19 32		35	09 6	59 63
55	65 5605	19 32		35	42 0	59 63
39,56	0,665 7537	19 32	35	36	14 4	59 63
57	65 9469	19 32		36	46 8	59 63
58	66 1401	19 33		37	19 2	59 66
59	66 3334	19 33		37	51 6	59 66
60	66 5267	19 33		38	24 0	59 66
39,61	0,666 7200	19 33	35	38	56 4	59 66
62	66 9133	19 33		39	28 8	59 66
63	67 1066	19 34		40	01 2	59 69
64	67 3000	19 33		40	33 6	59 66
65	67 4933	19 34		41	06 0	59 69
39,66	0,667 6867	19 35	35	41	38 4	59 72
67	67 8802	19 36		42	10 8	59 75
68	68 0736	19 35		42	43 2	59 72
69	68 2671	19 35		43	15 6	59 72
70	68 4606	19 35		43	48 0	59 72
39,71	0,668 6541	19 35	35	44	20 4	59 72
72	68 8476	19 36		44	52 8	59 75
73	69 0412	10 35		45	25 2	59 72
74	69 2347	19 36		45	57 6	59 75
75	69 4283	19 37		46	30 0	59 78
39,76	0,669 6220	19 36	35	47	02 4	59 75
77	69 8156	19 37		47	34 8	59 78
78	70 0093	19 37		48	07 2	59 78
79	70 2030	19 37		48	39 6	59 78
80	70 3967	19 37		49	12 0	59 78
39,81	0,670 5904	19 38	35	49	44 4	59 81
82	70 7842	19 37		50	16 8	59 78
83	70 9779	19 38		50	49 2	59 81
84	71 1717	19 38		51	21 6	59 81
85	71 3655	19 39		51	54 0	59 85
39,86	0,671 5594	19 39	35	52	26 4	59 85
87	71 7533	19 38		52	68 8	59 81
88	71 9471	19 39		53	31 2	59 85
89	72 1410	19 40		54	03 6	59 88
90	72 3350	19 39		54	36 0	59 85
39,91	0,672 5289	19 40	35	55	08 4	59 88
92	72 7229	19 40		55	40 8	59 88
93	72 9169	19 40		56	13 2	59 88
94	73 1109	19 40		56	45 6	59 88
95	73 3049	19 41		57	18 0	59 91
39,96	0,673 4990	19 41	35	57	50 4	59 91
97	73 6931	19 41		58	22 8	59 91
98	73 8872	19 41		58	55 2	59 91
99	74 0813	19 42	35	59	27 6	59 94
40,00	74 2755		36	00	00 0	

N. E. $k = 40°$ Gr. M.	ℒ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
40,00	0,674 2755	19 42	36 00 00 0	59 94
40,01	0,674 4697	19 41	36 00 32 4	59 91
02	74 6638	19 43	01 04 8	59 97
03	74 8581	19 42	01 37 2	59 94
04	75 0523	19 43	02 09 6	59 97
05	75 2466	19 42	02 42 0	59 94
40,06	0,675 4408	19 43	36 03 14 4	59 97
07	76 6361	19 44	03 46 8	60 00
08	75 8296	19 43	04 19 2	69 97
09	76 0238	19 44	04 51 6	60 00
10	76 2182	19 44	05 24 0	60 00
40,11	0,676 4126	19 44	36 05 56 4	60 00
12	76 6070	19 44	06 28 8	60 00
13	76 8014	19 45	07 01 2	60 03
14	76 9959	19 45	07 33 6	60 03
15	77 1904	19 45	08 06 0	60 03
40,16	0,677 3849	19 45	36 08 38 4	60 03
17	77 5794	19 45	09 10 8	60 03
18	77 7739	19 46	09 43 2	60 06
19	77 9685	19 46	10 15 6	60 06
20	78 1631	19 47	10 48 0	60 09
40,21	0,678 3578	19 46	36 11 20 4	60 06
22	78 5524	19 47	11 52 8	60 09
23	78 7471	19 46	12 25 2	60 06
24	78 9417	19 47	12 57 6	60 09
25	79 1364	19 48	13 30 0	60 12
40,26	0,679 3312	19 47	36 14 02 4	60 09
27	79 5259	19 48	14 34 8	60 12
28	79 7207	19 49	15 07 2	60 15
29	79 9155	19 48	15 39 6	60 12
30	80 1103	19 49	16 12 0	60 15
40,31	0,680 3052	19 48	36 16 44 4	60 12
32	80 5000	19 49	17 16 8	60 15
33	80 6949	19 49	17 49 2	60 15
34	80 8898	19 49	18 21 6	60 15
35	81 0847	19 50	18 54 0	60 19
40,36	0,681 2797	19 50	36 19 26 4	60 19
37	81 4747	19 50	19 58 8	60 19
38	81 6697	19 50	20 31 2	60 19
39	81 8647	19 51	21 03 6	60 22
40	82 0598	19 50	21 36 0	60 19
40,41	0,682 2548	19 51	36 22 08 4	60 22
42	82 4499	19 51	22 40 8	60 22
43	82 6450	19 52	23 13 2	60 25
44	82 8402	19 51	23 45 6	60 22
45	83 0353	19 52	24 18 0	60 25
40,46	0,683 2305	19 52	36 24 50 4	60 25
47	83 4257	19 52	25 22 8	60 25
48	83 6209	19 53	25 55 2	60 28
49	83 8162	19 52	26 27 6	60 25
50	84 0114		27 00 0	
40,50	0,684 0114	19 53	36 27 00 0	60 28
40,51	0,684 2067	19 53	36 27 32 4	60 28
52	84 4020	19 54	28 04 8	60 31
53	84 5974	19 53	28 37 2	60 28
54	84 7927	19 54	29 09 6	60 31
55	84 9881	19 54	29 42 0	60 31
40,56	0,685 1835	19 55	36 30 14 4	60 34
57	85 3790	19 54	30 46 8	60 31
58	85 5744	19 55	31 19 2	60 34
59	85 7699	19 55	31 51 6	60 34
60	85 9654	19 55	32 24 0	60 34
40,61	0,686 1609	19 55	36 32 56 4	60 34
62	86 3564	19 56	33 28 8	60 37
63	86 5520	19 56	34 01 2	60 37
64	86 7476	19 56	34 33 6	60 37
65	86 9432	19 56	35 06 0	60 37
40,66	0,687 1388	19 57	36 35 38 4	60 40
67	87 3345	19 57	36 10 8	60 40
68	87 5302	19 57	36 43 2	60 40
69	87 7259	19 57	37 15 6	60 40
70	87 9216	19 58	37 48 0	60 43
40,71	0,688 1174	19 57	36 38 20 4	60 40
72	88 3131	19 58	38 52 8	60 43
73	88 5089	19 58	39 25 2	60 43
74	88 7047	19 59	39 57 6	60 46
75	88 9006	19 58	40 30 0	60 43
40,76	0,689 0964	19 59	36 41 02 4	60 46
77	89 2923	19 59	41 34 8	60 46
78	89 4882	19 60	42 07 2	60 49
79	89 6842	19 59	42 39 6	60 46
80	89 8801	19 60	43 12 0	60 49
40,81	0,690 0761	19 60	36 43 44 4	60 49
82	90 2721	19 60	44 16 8	60 49
83	90 4681	19 61	44 49 2	60 52
84	90 6642	19 60	45 21 6	60 49
85	90 8602	19 61	45 54 0	60 52
40,86	0,691 0563	19 61	36 46 26 4	60 52
87	91 2524	19 62	46 58 8	60 56
88	91 4486	19 61	47 31 2	60 52
89	91 6447	19 62	48 03 6	60 56
90	91 8409	19 62	48 36 0	60 56
40,91	0,692 0371	19 63	36 49 08 4	60 59
92	92 2334	19 62	49 40 8	60 56
93	92 4296	19 63	50 13 2	60 59
94	92 6259	19 63	50 45 6	60 59
95	92 8222	19 64	51 18 0	60 62
40,96	0,693 0186	19 64	36 51 50 4	60 62
97	93 2149	19 63	52 22 8	60 59
98	93 4112	19 64	52 55 2	60 62
99	93 6076	19 64	53 27 6	60 62
41,00	93 8040		54 00 0	

N. E. $k=41°$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
41,00	0,693 8040	19 65	36	54	00 0	60 65
41,01	0,694 0005	19 64	36	54	32 4	60 62
02	94 1969	19 65		55	04 8	60 65
03	94 3934	19 65		55	37 2	60 65
04	94 5899	19 66		56	09 6	60 68
05	94 7865	19 65		66	42 0	60 65
41,06	0,694 9830	19 66	36	57	14 4	60 68
07	95 1796	19 66		57	46 8	60 68
08	95 3762	19 66		58	19 2	60 68
09	95 5728	19 67		58	51 6	60 71
10	95 7695	19 66		59	24 0	60 68
41,11	0,695 9661	19 67	36	59	56 4	60 71
12	96 1628	19 67	37	00	28 8	60 71
13	98 3595	19 68		01	01 2	60 74
14	96 5563	19 67		01	33 6	60 71
15	96 7530	19 68		02	06 0	60 74
41,16	0,696 9498	19 68	37	02	38 4	60 74
17	97 1466	19 69		03	10 8	60 77
18	97 3435	19 68		03	43 2	60 74
19	97 5403	19 69		04	15 6	60 77
20	97 7372	19 69		04	48 0	60 77
41,21	0,697 9341	19 70	37	05	20 4	60 80
22	98 1311	19 69		05	52 8	60 77
23	98 3280	19 70		06	25 2	60 80
24	98 5250	19 70		06	57 6	60 80
25	98 7220	19 70		07	30 0	60 80
41,26	0,698 9190	19 70	37	08	02 4	60 80
27	99 1160	19 71		08	34 8	60 83
28	99 3131	19 71		09	07 2	60 83
29	99 5102	19 71		09	39 6	60 83
30	99 7073	19 71		10	12 0	60 83
41,31	0,699 9044	19 72	37	10	44 4	60 86
32	0,700 1016	19 72		11	16 8	60 86
33	00 2988	19 72		11	49 2	60 86
34	00 4960	19 72		12	21 6	60 86
35	00 6932	19 73		12	54 0	60 90
41,36	0,700 8905	19 73	37	13	26 4	60 90
37	01 0878	19 73		13	58 8	60 90
38	01 2851	19 73		14	31 2	60 90
39	01 4824	19 74		15	03 6	60 93
40	01 6798	19 73		15	36 0	60 90
41,41	0,701 8771	19 74	37	16	08 4	60 93
42	02 0745	19 75		16	40 8	60 96
43	02 2720	19 74		17	13 2	60 93
44	02 4694	19 75		17	45 6	60 96
45	02 6669	19 75		18	18 0	60 96
41,46	0,702 8644	19 75	37	18	50 4	60 96
47	03 0619	19 75		19	22 8	60 96
48	03 2594	19 76		19	55 2	60 99
49	03 4570	19 70		20	27 6	60 99
50	03 6546			21	00 0	
41,50	0,703 6546	19 76	37	21	00 0	60 99
41,51	0,703 8522	19 76	37	21	32 4	60 99
52	04 0498	19 77		22	04 8	61 02
53	04 2475	19 76		22	37 2	60 99
54	04 4451	19 77		23	09 6	61 02
55	04 6428	19 78		23	42 0	61 05
41,56	0,704 8406	19 77	37	24	14 4	61 02
57	05 0383	19 78		24	46 8	61 05
58	05 2361	19 78		25	19 2	61 05
59	05 4339	19 78		25	51 6	61 05
60	05 6317	19 79		26	24 0	61 08
41,61	0,705 8296	19 79	37	26	56 4	61 08
62	06 0275	19 78		27	28 8	61 08
63	06 2253	19 80		28	01 2	61 11
64	06 4233	19 79		28	33 6	61 08
65	06 6212	19 80		29	06 0	61 11
41,66	0,706 8192	19 80	37	29	38 4	61 11
67	07 0172	19 80		30	10 8	61 11
68	07 2152	19 80		30	43 2	61 11
69	07 4132	19 81		31	15 6	61 14
70	07 6113	19 81		31	48 0	61 14
41,71	0,707 8094	19 81	37	32	20 4	61 14
72	08 0075	19 81		32	52 8	61 14
73	08 2056	19 82		33	25 2	61 17
74	08 4038	19 82		33	57 6	61 17
75	08 6020	19 82		34	30 0	61 17
41,76	0,708 8002	19 82	37	35	02 4	61 17
77	08 9984	19 83		35	34 8	61 20
78	09 1967	19 82		36	07 2	61 17
79	09 3949	19 83		36	39 6	61 20
80	09 5932	19 83		37	12 0	61 20
41,81	0,709 7915	19 84	37	37	44 4	61 23
82	09 9899	19 84		38	16 8	61 23
83	10 1883	19 84		38	49 2	61 23
84	10 3867	19 84		39	21 6	61 23
85	10 5851	19 84		39	54 0	61 23
41,86	0,710 7835	19 86	37	40	26 4	61 27
87	10 9820	19 85		40	58 8	61 27
88	11 1805	19 85		41	31 2	61 27
89	11 3790	19 85		42	03 6	61 27
90	11 5775	19 86		42	36 0	61 30
41,91	0,711 7761	19 86	37	43	08 4	61 30
92	11 9747	19 86		43	40 8	61 30
93	12 1733	19 87		44	13 2	61 33
94	12 3720	19 86		44	45 6	61 30
95	12 5706	19 87		45	18 0	61 33
41,96	0,712 7693	19 87	37	45	50 4	61 33
97	12 9680	19 88		46	22 8	61 36
98	13 1668	19 87		46	55 2	61 33
99	13 3655	19 88		47	27 6	61 36
42,00	13 5643			48	00 0	

N. E. $k=42°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
42,00	0,713 5643	19 88	37 48 00 0	61 36
42,01	0,713 7631	19 89	37 48 32 4	61 39
02	13 9620	19 88	49 04 8	61 36
03	14 1608	19 89	49 37 2	61 39
04	14 3597	19 89	50 09 6	61 39
05	14 5586	19 89	50 42 0	61 39
42,06	0,714 7575	19 90	37 51 14 4	61 42
07	14 9565	19 90	51 46 8	61 42
08	15 1555	19 90	52 19 2	61 42
09	15 3545	19 90	52 51 6	61 42
10	15 5535	19 90	53 24 0	61 42
42,11	0,715 7525	19 91	37 53 56 4	61 45
12	15 9516	19 91	54 28 8	61 45
13	16 1507	19 91	55 01 2	61 45
14	16 3498	19 92	55 33 6	61 48
15	16 5490	19 91	56 06 0	61 45
42,16	0,716 7481	19 92	37 56 38 4	61 48
17	16 9473	19 93	57 10 8	61 51
18	17 1466	19 92	57 43 2	61 48
19	17 3458	19 93	58 15 6	61 51
20	17 5451	19 93	58 48 0	61 51
42,21	0,717 7444	19 93	37 59 20 4	61 51
22	17 9437	19 93	37 59 52 8	61 51
23	18 1430	19 94	38 00 25 2	61 54
24	18 3424	19 94	00 57 6	61 54
25	18 5418	19 94	01 30 0	61 54
42,26	0,718 7412	19 95	38 02 02 4	61 57
27	18 9407	19 94	02 34 8	61 54
28	19 1401	19 95	03 07 2	61 57
29	19 3396	19 95	03 39 6	61 57
30	19 5391	19 96	04 12 0	61 60
42,31	0,719 7387	19 95	38 04 44 4	61 57
32	19 9382	19 96	05 16 8	61 60
33	20 1378	19 96	05 49 2	61 60
34	20 3374	19 97	06 21 6	61 64
35	20 5371	19 96	06 54 0	61 60
42,36	0,720 7367	19 97	38 07 26 4	61 64
37	20 9364	19 97	07 58 8	61 64
38	21 1361	19 98	08 31 2	61 67
39	21 3359	19 97	09 03 6	61 64
40	21 5356	19 98	09 36 0	61 67
42,41	0,721 7354	19 98	38 10 08 4	61 67
42	21 9352	19 99	10 40 8	61 70
43	22 1351	19 98	11 13 2	61 67
44	22 3349	19 99	11 45 6	61 70
45	22 5348	19 99	12 18 0	61 70
42,46	0,722 7347	19 99	38 12 50 4	61 70
47	22 9346	20 00	13 22 8	61 73
48	23 1346	20 00	13 55 2	61 73
49	23 3346	20 00	14 27 6	61 73
50	23 5346		15 00 0	

N. E. $k=42°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
42,50	0,723 5346	20 00	38 15 00 0	61 73
42,51	0,723 7346	20 01	38 15 32 4	61 76
52	23 9347	20 01	16 04 8	61 76
53	24 1348	20 01	16 37 2	61 76
54	24 3349	20 01	17 09 6	61 76
55	24 5350	20 02	17 42 0	61 79
42,56	0,724 7352	20 01	38 18 14 4	61 76
57	24 9353	20 02	18 46 8	61 79
58	25 1355	20 03	19 19 2	61 82
59	25 3358	20 03	19 51 6	61 82
60	25 5361	20 02	20 24 0	61 79
42,61	0,725 7363	20 03	38 20 56 4	61 82
62	25 9366	20 04	21 28 8	61 85
63	26 1370	20 03	22 01 2	61 82
64	26 3373	20 04	22 33 6	61 85
65	26 5377	20 04	23 06 0	61 85
42,66	0,726 7381	20 05	38 23 38 4	61 88
67	26 9386	20 04	24 10 8	61 85
68	27 1390	20 05	24 43 2	61 88
69	27 3395	20 05	25 15 6	61 88
70	27 5400	20 05	25 48 0	61 88
42,71	0,727 7405	20 06	38 26 20 4	61 91
72	27 9411	20 06	26 52 8	61 91
73	28 1417	20 06	27 25 2	61 91
74	28 3423	20 06	27 57 6	61 91
75	28 5429	20 07	28 30 0	61 94
42,76	0,728 7436	20 06	38 29 02 4	61 91
77	28 9442	20 07	29 34 8	61 94
78	29 1449	20 08	30 07 2	61 98
79	29 3457	20 07	30 39 6	61 94
80	29 5464	20 08	31 12 0	61 98
42,81	0,729 7472	20 08	38 31 44 4	61 98
82	29 9480	20 08	32 16 8	61 98
83	30 1488	20 09	32 49 2	62 01
84	30 3497	20 09	33 21 6	62 01
85	30 5506	20 09	33 54 0	62 01
42,86	0,730 7515	20 09	38 34 26 4	62 01
87	30 9524	20 10	34 58 8	62 04
88	31 1534	20 10	35 31 2	62 04
89	31 3544	20 10	36 03 6	62 04
90	31 5554	20 10	36 36 0	62 04
42,91	0,731 7564	20 11	38 37 08 4	62 07
92	31 9575	20 10	37 40 8	62 04
93	32 1585	20 12	38 13 2	62 10
94	32 3597	20 11	38 45 6	62 07
95	32 5608	20 11	39 18 0	62 07
42,96	0,732 7619	20 12	38 39 50 4	62 10
97	32 9631	20 12	40 22 8	62 10
98	33 1643	20 13	40 55 2	62 13
99	33 3656	20 12	41 27 6	62 10
43,00	33 5668		42 00 0	

N. E. $k=43°$ Gr. M.	Ł. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
43,00	0,733 5668	20 13	38 42 00 0	62 13
43,01	0,733 7681	20 13	38 42 32 4	62 13
02	33 9694	20 14	43 04 8	62 16
03	34 1708	20 13	43 37 2	62 13
04	34 3721	20 14	44 09 6	62 16
05	34 5735	20 14	44 42 0	62 16
43,06	0,734 7749	20 15	38 45 14 4	62 19
07	34 9764	20 14	45 46 8	62 16
08	35 1778	20 15	46 19 2	62 19
09	35 3793	20 15	46 51 6	62 19
10	35 5808	20 16	47 24 0	62 22
43,11	0,735 7824	20 15	38 47 56 4	62 19
12	35 9839	20 16	48 28 8	62 22
13	36 1855	20 16	49 01 2	62 22
14	36 3871	20 17	49 33 6	62 25
15	36 5888	20 16	50 06 0	62 22
43,16	0,736 7904	20 17	38 50 38 4	62 25
17	36 9921	20 18	51 10 8	62 28
18	37 1939	20 17	51 43 2	62 25
19	37 3956	20 18	52 15 6	62 28
20	37 5974	20 18	52 48 0	62 28
43,21	0,737 7992	20 18	38 53 20 4	62 28
22	38 0010	20 18	53 52 8	62 28
23	38 2028	20 19	54 25 2	62 31
24	38 4047	20 19	54 57 6	62 31
25	38 6066	20 19	55 30 0	62 31
43,26	0,738 8085	20 20	38 56 02 4	62 35
27	39 0105	20 19	56 34 8	62 31
28	39 2124	20 20	57 07 2	62 35
29	39 4144	20 21	57 39 6	62 38
30	39 6165	20 20	58 12 0	62 35
43,31	0,739 8185	20 21	38 58 44 4	62 38
32	40 0206	20 21	59 16 8	62 38
33	40 2227	20 21	38 59 49 2	62 38
34	40 4248	20 22	39 00 21 6	62 41
35	40 6270	20 22	00 54 0	62 41
43,36	0,740 8292	20 22	39 01 26 4	62 41
37	41 0314	20 22	01 58 8	62 41
38	41 2336	20 23	02 31 2	62 44
39	41 4359	20 22	03 03 6	62 41
40	41 6381	20 24	03 36 0	62 47
43,41	0,741 8405	20 23	39 04 08 4	62 44
42	42 0428	20 23	04 40 8	62 44
43	42 2451	20 24	05 13 2	62 47
44	42 4475	20 24	05 46 6	62 47
45	42 6499	20 25	06 18 0	62 50
43,46	0,742 8524	20 24	39 06 50 4	62 47
47	43 0548	20 25	07 22 8	62 50
48	43 2573	20 25	07 55 2	62 50
49	43 4598	20 26	08 27 6	62 53
50	43 6024		09 00 0	

N. E. $k=43°$ Gr. M.	Ł. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
43,50	0,743 6624	20 26	39 09 00 0	62 53
34,51	0,743 8650	20 25	39 09 32 4	62 50
52	44 0676	20 27	10 04 8	62 56
53	44 2702	20 26	10 37 2	62 53
54	44 4728	20 27	11 09 6	62 56
55	44 6755	20 27	11 42 0	62 56
43,56	0,744 8782	20 27	39 12 14 4	62 56
57	45 0809	20 28	12 46 8	62 59
58	45 2837	20 27	13 19 2	62 56
59	45 4864	20 28	13 51 6	62 59
60	45 6892	20 29	14 24 0	62 62
43,61	0,745 8921	20 28	39 14 56 4	62 59
62	46 0949	20 29	15 28 8	62 62
63	46 2978	20 29	16 01 2	62 62
64	46 5007	20 29	16 33 6	62 62
65	46 7036	20 30	17 06 0	62 65
43,66	0,746 9066	20 30	39 17 38 4	62 65
67	47 1096	20 30	18 10 8	62 65
68	47 3126	20 30	18 43 2	62 65
69	47 5156	20 31	19 15 6	62 69
70	47 7187	20 30	19 48 0	62 65
43,71	0,747 9217	20 32	39 20 20 4	62 72
72	48 1249	20 31	20 52 8	62 69
73	48 3280	20 32	21 25 2	62 72
74	48 5312	20 32	21 57 6	62 72
75	48 7344	20 32	22 30 0	62 72
43,76	0,748 9376	20 32	39 23 02 4	62 72
77	49 1408	20 33	23 34 8	62 75
78	49 3441	20 33	24 07 2	62 75
79	49 5474	20 33	24 39 6	62 75
80	49 7607	20 34	25 12 0	62 78
43,81	0,749 9541	20 33	39 25 44 4	62 75
82	50 1574	20 34	26 16 8	62 78
83	50 3608	20 35	26 49 2	62 81
84	50 5643	20 34	27 21 6	62 78
85	50 7677	20 35	27 54 0	62 81
43,86	0,750 9712	20 35	39 28 26 4	62 81
87	51 1747	20 35	28 58 8	62 81
88	51 3782	20 36	29 31 2	62 84
89	51 5818	20 36	30 03 6	62 84
90	51 7854	20 36	30 36 0	62 84
43,91	0,751 9890	20 36	39 31 08 4	62 84
92	52 1926	20 37	31 40 8	62 87
93	52 3963	20 37	32 13 2	62 87
94	52 6000	20 37	32 45 6	62 87
95	52 8037	20 38	33 18 0	62 90
43,96	0,753 0075	20 37	39 33 50 4	62 87
97	53 2112	20 38	34 22 8	62 90
98	53 4150	20 38	34 55 2	62 90
99	53 6188	20 39	35 27 6	62 93
44,00	53 8227		36 00 0	

N. E. $k=44°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.	N. E. $k=44°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
44,00	0,753 8227	20 39	39 36 00 0	62 93	44,50	0,764 0492	20 53	40 03 00 0	63 36
44,01	0,754 0266	20 39	39 36 32 4	62 93	44,51	0,764 2545	20 52	40 03 32 4	63 33
02	54 2305	20 39	37 04 8	62 93	52	64 4597	20 53	04 04 8	63 36
03	54 4344	20 40	37 37 2	62 90	53	64 6650	20 53	04 37 2	63 36
04	54 6384	20 39	38 09 6	62 93	54	64 8703	20 53	05 09 6	63 36
05	54 8423	20 41	38 42 0	62 96	55	65 0756	20 53	05 42 0	63 36
44,06	0,755 0464	20 40	39 39 14 4	62 96	44,56	0,765 2809	20 54	40 06 14 4	63 40
07	55 2504	20 40	39 46 8	62 96	57	65 4863	20 54	06 46 8	63 40
08	55 4544	20 41	40 19 2	62 99	58	65 6917	20 55	07 19 2	63 43
09	55 6585	20 42	40 51 6	63 02	59	65 8972	20 54	07 51 6	63 40
10	55 8627	20 41	41 24 0	62 99	60	66 1026	20 55	08 24 0	63 43
44,11	0,756 0668	20 42	39 41 56 4	63 02	44,61	0,766 3081	20 55	40 08 56 4	63 43
12	56 2710	20 42	42 28 8	63 02	62	66 5136	20 56	09 28 8	63 46
13	56 4752	20 42	43 01 2	63 02	63	66 7192	20 56	10 01 2	63 46
14	56 6794	20 42	43 33 6	63 02	64	66 9248	20 56	10 33 6	63 46
15	56 8836	20 43	44 06 0	63 06	65	67 1304	20 56	11 06 0	63 46
44,16	0,757 0879	20 43	39 44 38 4	63 06	44,66	0,767 3360	20 56	40 11 38 4	63 46
17	57 2922	20 43	45 10 8	63 06	67	67 5416	20 57	12 10 8	63 49
18	57 4965	20 44	46 43 2	63 09	68	67 7473	20 57	12 43 2	63 49
19	57 7009	20 44	46 15 6	63 09	69	67 9530	20 57	13 15 6	63 49
20	57 9053	20 44	46 48 0	63 09	70	68 1587	20 58	13 48 0	63 52
44,21	0,758 1097	20 44	39 47 20 4	63 09	44,71	0,768 3645	20 58	40 14 20 4	63 52
22	58 3141	20 45	47 52 8	63 12	72	68 5703	20 58	14 52 8	63 52
23	58 5186	20 45	48 25 2	63 12	73	68 7761	20 59	15 25 2	63 55
24	58 7231	20 45	48 57 6	63 12	74	68 9820	20 58	15 57 6	63 52
25	58 9276	20 45	49 30 0	63 12	75	69 1878	20 59	16 30 0	63 55
44,26	0,759 1321	20 46	39 50 02 4	63 15	44,76	0,769 3937	20 59	40 17 02 4	63 55
27	59 3367	20 46	50 34 8	63 15	77	69 5996	20 60	17 34 8	63 58
28	59 5413	20 46	51 07 2	63 15	78	69 8056	20 60	18 07 2	63 58
29	59 7459	20 47	51 39 6	63 18	79	70 0116	20 60	18 39 6	63 58
30	59 9506	20 47	52 12 0	63 18	80	70 2176	20 60	19 12 0	63 58
44,31	0,760 1553	20 47	39 52 44 4	63 18	44,81	0,770 4236	20 61	40 19 44 4	63 61
32	60 3600	20 47	53 16 8	63 18	82	70 6297	20 61	20 16 8	63 61
33	60 5647	20 48	53 49 2	63 21	83	70 8358	20 61	20 49 2	63 61
34	60 7696	20 47	54 21 6	63 18	84	71 0419	20 61	21 21 6	63 61
35	60 9742	20 48	54 54 0	63 21	85	71 2480	20 62	21 54 0	63 64
44,36	0,761 1790	20 49	39 55 26 4	63 24	44,86	0,771 4542	20 62	40 22 26 4	63 64
37	61 3839	20 49	55 58 8	63 24	87	71 6604	20 62	22 58 8	63 64
38	61 5888	20 48	56 31 2	63 21	88	71 8666	20 63	23 31 2	63 67
39	61 7936	20 50	57 03 6	63 27	89	72 0729	20 63	24 03 6	63 67
40	61 9986	20 49	57 36 0	63 24	90	72 2792	20 63	24 36 0	63 67
44,41	0,762 2036	20 50	39 58 08 4	63 27	44,91	0,772 4855	20 63	40 25 08 4	63 67
42	62 4086	20 50	58 40 8	63 27	92	72 6918	20 64	26 40 8	63 70
43	62 6136	20 50	59 13 2	63 27	93	72 8982	20 64	26 13 2	63 70
44	62 8186	20 51	39 59 45 6	63 30	94	73 1046	20 64	26 45 6	63 70
45	63 0236	20 51	40 00 18 0	63 30	95	73 3110	20 65	27 18 0	63 73
44,46	0,763 2287	20 51	40 00 50 4	63 30	44,96	0,773 5176	20 64	40 27 50 4	63 70
47	63 4338	20 51	01 22 8	63 30	97	73 7239	20 65	28 22 8	63 73
48	63 6389	20 52	01 56 2	63 33	98	73 9304	20 66	28 55 2	63 77
49	63 8441	20 51	02 27 6	63 30	99	74 1370	20 66	29 27 6	63 73
50	64 0492		03 00 0		45,00	74 3436		30 00 0	

N. E. $k=45°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
45,00	0,774 3435	20 66	40	30	00 0	63 77
45,01	0,774 5501	20 66	40	30	32 4	63 77
02	74 7567	20 67		31	04 8	63 80
03	74 9634	20 67		31	37 2	63 80
04	75 1701	20 66		32	09 6	63 77
05	75 3767	20 68		32	42 0	63 83
45,06	0,775 5835	20 67	40	33	14 4	63 80
07	75 7902	20 68		33	46 8	63 83
08	75 9970	20 68		34	19 2	63 83
09	76 2038	20 69		34	51 6	63 86
10	76 4107	20 68		35	24 0	63 83
45,11	0,776 6175	20 69	40	35	56 4	63 86
12	76 8244	20 69		36	28 8	63 86
13	77 0313	20 70		37	01 2	63 89
14	77 2383	20 70		37	33 6	63 89
15	77 4453	20 70		38	06 0	63 89
45,16	0,777 6523	20 70	40	38	38 4	63 89
17	77 8593	20 71		39	10 8	63 92
18	78 0664	20 70		39	43 2	63 89
19	78 2734	20 72		40	15 6	63 95
20	78 4806	20 71		40	48 0	63 92
45,21	0,778 6877	20 72	40	41	20 4	63 95
22	78 8949	20 72		41	52 8	63 96
23	79 1021	20 72		42	25 2	63 95
24	79 3093	20 73		42	57 6	63 98
25	79 5166	20 73		43	30 0	63 98
45,26	0,779 7239	20 73	40	44	02 4	63 98
27	79 9312	20 73		44	34 8	63 98
28	80 1385	20 74		45	07 2	64 01
29	80 3459	20 74		45	39 6	64 01
30	80 5633	20 74		46	12 0	64 01
45,31	0,780 7607	20 74	40	46	44 4	64 01
32	80 9681	20 75		47	16 8	64 04
33	81 1756	20 75		47	49 2	64 04
34	81 3831	20 76		48	21 6	64 07
35	81 5907	20 75		48	54 0	64 04
45,36	0,781 7982	20 76	40	49	26 4	64 07
37	82 0058	20 76		49	58 8	64 07
38	82 2134	20 77		50	31 2	64 10
39	82 4211	20 77		51	03 6	64 10
40	82 6288	20 77		51	36 0	64 10
45,41	0,782 8365	20 77	40	52	08 4	64 10
42	83 0442	20 78		52	40 8	64 14
43	83 2520	20 78		53	13 2	64 14
44	83 4598	20 78		53	45 6	64 14
45	83 6676	20 78		54	18 0	64 14
45,46	0,783 8754	20 79	40	54	50 4	64 17
47	84 0833	20 79		55	22 8	64 17
48	84 2912	20 80		55	55 2	64 20
49	84 4092	20 79		56	27 6	64 17
50	84 7071			57	00 0	

N. E. $k=45°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
45,50	0,784 7071	20 80	40	57	00 0	64 20
45,51	0,784 9151	20 80	40	57	32 4	64 20
52	85 1231	20 81		58	04 8	64 23
53	85 3312	20 80		58	37 2	64 20
54	85 5392	20 81		59	09 6	64 23
55	85 7473	20 82	40	59	42 0	64 26
45,56	0,785 9555	20 81	41	00	14 4	64 23
57	86 1636	20 82		00	46 8	64 26
58	86 3718	20 82		01	19 2	64 26
59	86 5800	20 83		01	51 6	64 29
60	86 7833	20 83		02	24 0	64 29
45,61	0,786 9966	20 83	41	02	56 4	64 29
62	87 2049	20 83		03	28 8	64 29
63	87 4132	20 83		04	01 2	64 29
64	87 6215	20 84		04	33 6	64 32
65	87 8299	20 84		05	06 0	64 32
45,66	0,788 0383	20 85	41	05	38 4	64 35
67	88 2468	20 85		06	10 8	64 35
68	88 4553	20 85		06	43 2	64 35
69	88 6638	20 85		07	15 6	64 35
70	88 8723	20 85		07	48 0	64 35
45,71	0,789 0808	20 86	41	08	20 4	64 38
72	89 2894	20 86		08	52 8	64 38
73	89 4980	20 87		09	25 2	64 41
74	89 7067	20 87		09	57 6	64 41
75	89 9154	20 87		10	30 0	64 41
45,76	0,790 1241	20 87	41	11	02 4	64 41
77	90 3328	20 88		11	34 8	64 44
78	90 5416	20 88		12	07 2	64 44
79	90 7504	20 88		12	39 6	64 44
80	90 9592	20 88		13	12 0	64 44
45,81	0,791 1680	20 89	41	13	44 4	64 48
82	91 3760	20 89		14	16 8	64 48
83	91 5858	20 89		14	49 2	64 48
84	91 7947	20 90		15	21 6	64 51
85	92 0037	20 90		15	54 0	64 51
45,86	0,792 2127	20 90	41	16	26 4	64 51
87	92 4217	20 90		16	58 8	64 51
88	92 6307	20 91		17	31 2	64 54
89	92 8398	20 91		18	03 6	64 54
90	93 0489	20 92		18	36 0	64 57
45,91	0,793 2581	20 91	41	19	08 4	64 54
92	93 4672	20 92		19	40 8	64 57
93	93 6764	20 92		20	13 2	64 57
94	93 8856	20 93		20	46 6	64 60
95	94 0949	20 93		21	18 0	64 60
45,96	0,794 3042	20 93	41	21	50 4	64 60
97	94 5135	20 93		22	22 8	64 60
98	94 7228	20 94		22	55 2	64 63
99	94 0322	20 94		23	27 6	64 63
46,00	96 1416			24	00 0	

N. E. $k=46°$ Gr. M.	L. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1''.
46,00	0,796 1416	20 94	41 24 00 0	64 63
46,01	0,796 3510	20 94	41 24 32 4	64 63
02	95 5604	20 95	25 04 8	64 66
03	96 7699	20 95	25 37 2	64 66
04	96 9794	20 96	26 09 6	64 69
05	96 1890	20 95	26 42 0	64 66
46,06	0,796 3985	20 96	41 27 14 4	64 69
07	96 6081	20 97	27 46 8	64 72
08	96 8178	20 96	28 19 2	64 69
09	97 0274	20 97	28 51 6	64 72
10	97 2371	20 97	29 24 0	64 72
46,11	0,797 4468	20 98	41 29 56 4	64 75
12	97 6566	20 97	30 28 8	64 72
13	97 8663	20 98	31 01 2	64 75
14	98 0761	20 99	31 33 6	64 78
15	98 2860	20 98	32 06 0	64 75
46,16	0,798 4958	20 99	41 32 38 4	64 78
17	98 7057	20 99	33 10 8	64 78
18	98 9156	21 00	33 43 2	64 81
19	99 1256	20 99	34 15 6	64 78
20	99 3355	21 01	34 48 0	64 85
46,21	0,799 5456	21 00	41 35 20 4	64 81
22	99 7556	21 01	35 52 8	64 85
23	0,799 9657	21 01	36 25 2	64 85
24	0,800 1758	21 01	36 57 6	64 85
25	00 3859	21 01	37 30 0	64 85
46,26	0,800 5960	21 02	41 38 02 4	64 88
27	00 8062	21 02	38 34 8	64 88
28	01 0164	21 03	39 07 2	64 91
29	01 2267	21 02	39 39 6	64 88
30	01 4369	21 03	40 12 0	64 91
46,31	0,801 6472	21 03	41 40 44 4	64 91
32	01 8575	21 04	41 16 8	64 94
33	02 0679	21 04	41 49 2	64 94
34	02 2783	21 04	42 22 6	64 94
35	02 4887	21 04	42 54 0	64 94
46,36	0,802 6991	21 05	41 43 26 4	64 97
37	02 9096	21 05	43 58 8	64 97
38	03 1201	21 05	44 31 2	64 97
39	03 3306	21 06	45 03 6	65 00
40	03 5412	21 06	45 36 0	65 00
46,41	0,803 7518	21 07	41 46 08 4	65 03
42	03 9625	21 06	46 40 8	65 00
43	04 1731	21 07	47 13 2	65 03
44	04 3838	21 07	47 45 6	65 03
45	04 5945	21 07	48 18 0	65 03
46,46	0,804 8052	21 08	41 48 50 4	65 06
47	05 0160	21 08	49 22 8	65 06
48	05 2268	21 08	49 55 2	65 06
49	05 4376	21 09	50 27 6	65 09
50	05 6485		51 00 0	
46,50	0,805 6485	21 09	41 51 00 0	65 09
46,51	0,805 8594	21 09	41 51 32 4	65 09
52	06 0703	21 10	52 04 8	65 12
53	06 2813	21 09	52 37 2	65 09
54	06 4922	21 11	53 09 6	65 15
55	06 7033	21 10	53 42 0	65 12
46,56	0,806 9143	21 11	41 54 14 4	65 15
57	07 1254	21 11	54 46 8	65 15
58	07 3365	21 11	55 19 2	65 15
59	07 5476	21 11	55 51 6	65 15
60	07 7587	21 12	56 24 0	65 19
46,61	0,807 9699	21 13	41 56 56 4	65 22
62	08 1812	21 12	57 28 8	65 19
63	08 3924	21 13	58 01 2	65 22
64	08 6037	21 13	58 33 6	65 22
65	08 8150	21 13	59 06 0	65 22
46,66	0,809 0263	21 14	41 59 38 4	65 25
67	09 2377	21 14	42 00 10 8	65 25
68	09 4491	21 14	00 43 2	65 25
69	09 6605	21 15	01 15 6	65 28
70	09 8720	21 15	01 48 0	65 28
46,71	0,810 0835	21 15	42 02 20 4	65 28
72	10 2950	21 15	02 52 8	65 28
73	10 5065	21 16	03 25 2	65 31
74	10 7181	21 16	03 57 6	65 31
75	10 9297	21 17	04 30 0	65 34
46,76	0,811 1413	21 17	42 05 02 4	65 34
77	11 3530	21 17	05 34 8	65 34
78	11 5647	21 17	06 07 2	65 34
79	11 7764	21 18	06 39 6	65 37
80	11 9882	21 18	07 12 0	65 37
46,81	0,812 2000	21 18	42 07 44 4	65 37
82	12 4118	21 18	08 16 8	65 37
83	12 6236	21 18	08 49 2	65 37
84	12 8355	21 19	09 21 6	65 40
85	13 0474	21 20	09 54 0	65 43
46,86	0,813 2594	21 19	42 10 26 4	65 40
87	13 4713	21 20	10 58 8	65 43
88	13 6833	21 20	11 31 2	65 43
89	13 8953	21 21	12 03 6	65 46
90	14 1074	21 21	12 36 0	65 46
46,91	0,814 3195	21 21	42 13 08 4	65 46
92	14 5316	21 21	13 40 8	65 46
93	14 7437	21 22	14 13 2	65 49
94	14 9569	21 22	14 45 6	65 49
95	15 1681	21 23	15 18 0	65 52
46,96	0,815 3804	21 22	42 15 50 4	65 49
97	15 5926	21 23	16 22 8	65 52
98	15 8049	21 24	16 55 2	65 56
99	16 0173	21 23	17 27 6	65 52
47,00	16 2298		18 00 0	

N. E. $k=47°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
47,00	0,816 2296	21 24	42 18 00 0	66 56
47,01	0,816 4420	21 25	42 18 32 4	65 59
02	16 6545	21 24	19 04 8	65 56
03	16 8669	21 25	19 37 2	65 59
04	17 0794	21 25	20 09 6	65 59
05	17 2919	21 25	20 42 0	66 59
47,06	0,817 5044	21 26	42 21 14 4	66 62
07	17 7170	21 26	21 46 8	65 62
08	17 9296	21 26	22 19 2	66 62
09	18 1422	21 27	22 51 6	65 65
10	18 3649	21 27	23 24 0	66 65
47,11	0,818 5676	21 27	42 23 56 4	65 65
12	18 7803	21 28	24 28 8	65 68
13	18 9931	21 28	25 01 2	65 68
14	19 2059	21 28	25 33 6	65 68
15	19 4187	21 28	26 06 0	65 68
47,16	0,819 6315	21 29	42 26 38 4	65 71
17	19 8444	21 29	27 10 8	65 71
18	20 0573	21 30	27 43 2	65 74
19	20 2703	21 29	28 15 6	66 71
20	20 4832	21 30	28 48 0	66 74
47,21	0,820 6962	21 31	42 29 20 4	65 77
22	20 9093	21 30	29 52 8	66 74
23	21 1223	21 31	30 25 2	65 77
24	21 3354	21 32	30 57 6	65 80
25	21 5486	21 31	31 30 0	65 77
47,26	0,821 7617	21 32	42 32 02 4	65 80
27	21 9749	21 32	32 34 8	65 80
28	22 1881	21 32	33 07 2	65 80
29	22 4013	21 33	33 39 6	65 83
30	22 6146	21 33	34 12 0	65 83
47,31	0,822 8279	21 34	42 34 44 4	65 86
32	23 0413	21 33	35 16 8	65 83
33	23 0746	21 34	35 49 2	65 86
34	23 4680	21 35	36 21 6	66 90
35	23 6815	21 34	36 64 0	65 86
47,36	0,823 8949	21 35	42 37 26 4	65 90
37	24 1084	21 36	37 58 8	65 93
38	24 3220	21 35	38 31 2	65 90
39	24 5355	21 36	39 03 6	65 93
40	24 7491	21 36	39 36 0	65 93
47,41	0,824 9627	21 37	42 40 08 4	66 96
42	25 1764	21 36	40 40 8	65 93
43	25 3900	21 38	41 13 2	65 90
44	25 6038	21 37	41 45 6	66 96
45	25 8175	21 38	42 18 0	65 99
47,46	0,826 0313	21 38	42 42 50 4	65 99
47	26 2451	21 38	43 22 8	65 99
48	26 4589	21 39	43 55 2	66 02
49	26 6728	21 39	44 27 6	66 02
50	26 8867		45 00 0	

N. E. $k=47°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
47,50	0,826 8867	21 39	42 45 00 0	66 02
47,51	0,827 1006	21 39	42 45 32 4	66 02
52	27 3145	21 40	46 04 8	66 05
53	27 5285	21 41	46 37 2	66 08
54	27 7426	21 40	47 09 6	66 05
55	27 9566	21 41	47 42 0	66 08
47,56	0,828 1107	21 41	42 48 14 4	66 08
57	28 3848	21 41	48 46 8	66 08
58	28 5989	21 42	49 19 2	66 11
59	28 8131	21 42	49 51 6	66 11
60	29 0273	21 43	50 24 0	66 14
47,61	0,829 2416	21 42	42 50 56 4	66 11
62	29 4558	21 43	51 28 8	66 14
63	29 6701	21 44	52 01 2	66 17
64	29 8845	21 43	52 33 6	66 14
65	30 0988	21 44	53 06 0	66 17
47,66	0,830 3132	21 44	42 53 38 4	66 17
67	30 5276	21 45	54 10 8	66 20
68	30 7421	21 45	54 43 2	66 20
69	30 9566	21 45	55 15 6	66 20
70	31 1711	21 45	55 48 0	66 20
47,71	0,831 3856	21 46	42 56 20 4	66 23
72	31 6002	21 46	56 52 8	66 23
73	31 8148	21 47	57 25 2	66 27
74	32 0295	21 47	57 57 6	66 27
75	32 2442	21 47	58 30 0	66 27
47,76	0,832 4589	21 47	42 59 02 4	66 27
77	32 6736	21 48	42 59 34 8	66 30
78	32 8884	21 48	43 00 07 2	66 30
79	33 1032	21 48	00 39 6	66 30
80	33 3180	21 49	01 12 0	66 33
47,81	0,833 5329	21 49	43 01 44 4	66 33
82	33 7478	21 49	02 16 8	66 33
83	33 9627	21 50	02 49 2	66 36
84	34 1777	21 50	03 21 6	66 36
85	34 3927	21 50	03 54 0	66 36
47,86	0,834 6077	21 51	43 04 26 4	66 39
87	34 8228	21 50	04 58 8	66 36
88	35 0378	21 52	05 31 2	66 42
89	35 2530	21 51	06 03 6	66 39
90	35 4681	21 52	06 36 0	66 42
47,91	0,835 6833	21 52	43 07 08 4	66 42
92	35 8985	21 52	07 40 8	66 42
93	36 1137	21 53	08 13 2	66 45
94	36 3290	21 53	08 45 6	66 45
95	36 5443	21 54	09 18 0	66 48
47,96	0,836 7597	21 53	43 09 50 4	66 45
97	36 9750	21 54	10 22 8	66 48
98	37 1904	21 55	10 55 2	66 51
99	37 4069	21 54	11 27 6	66 48
48,00	37 6213		12 00 0	

N. E. $k=48°$ Gr. M.	ℒ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
48,00	0,837 6213	21 55	43 12 00 0	66 51
48,01	0,837 8368	21 56	43 12 32 4	66 54
02	38 0524	21 55	13 04 8	66 51
03	38 2679	21 56	13 37 2	66 54
04	38 4835	21 56	14 09 6	66 54
05	38 6991	21 57	14 42 0	66 57
48,06	0,838 9148	21 57	43 15 14 4	66 57
07	39 1305	21 57	15 46 8	66 57
08	39 3462	21 58	16 19 2	66 60
09	39 5620	21 57	16 51 6	66 57
10	39 7777	21 59	17 24 0	66 64
48,11	0,839 9936	21 58	43 17 56 4	66 60
12	40 2094	21 59	18 28 8	66 64
13	40 4253	21 59	19 01 2	66 64
14	40 6412	21 59	19 33 6	66 64
15	40 8571	21 60	20 06 0	66 67
48,16	0,841 0731	21 60	43 20 38 4	66 67
17	41 2891	21 61	21 10 8	66 70
18	41 5052	21 60	21 43 2	66 67
19	41 7212	21 61	22 15 6	66 70
20	41 9373	21 62	22 48 0	66 73
48,21	0,842 1535	21 62	43 23 20 4	66 73
22	42 3697	21 62	23 52 8	66 73
23	42 5859	21 62	24 25 2	66 73
24	42 8021	21 63	24 57 6	66 76
25	43 0184	21 63	25 30 0	66 76
48,26	0,843 2347	21 63	43 26 02 4	66 76
27	43 4510	21 64	26 34 8	66 79
28	43 6674	21 64	27 07 2	66 79
29	43 8838	21 64	27 39 6	66 79
30	44 1002	21 64	28 12 0	66 79
48,31	0,844 3166	21 65	43 28 44 4	66 82
32	44 5331	21 66	29 16 8	66 85
33	44 7497	21 65	29 49 2	66 82
34	44 9662	21 66	30 21 6	66 85
35	45 1828	21 66	30 54 0	66 85
48,36	0,845 3994	21 67	43 31 26 4	66 88
37	45 6161	21 66	31 58 8	66 85
38	45 8327	21 68	32 31 2	66 91
39	46 0495	21 67	33 03 6	66 88
40	46 2662	21 68	33 36 0	66 91
48,41	0,846 4830	21 68	43 34 08 4	66 91
42	46 6998	21 68	34 40 8	66 91
43	46 9166	21 69	35 13 2	66 94
44	47 1335	21 69	35 45 6	66 94
45	47 3504	21 69	36 18 0	66 94
48,46	0,847 5673	21 70	43 36 50 4	66 97
47	47 7843	21 70	37 22 8	66 97
48	48 0013	21 70	37 55 2	66 97
49	48 2183	21 71	38 27 6	67 01
50	48 4354		39 00 0	

N. E. $k=48°$ Gr. M.	ℒ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
48,50	0,848 4354	21 71	43 39 00 0	67 01
48,51	0,848 6525	21 71	43 39 32 4	67 01
52	48 8696	21 72	40 04 8	67 04
53	49 0868	21 72	40 37 2	67 04
54	49 3040	21 72	41 09 6	67 04
55	49 5212	21 73	41 42 0	67 07
48,56	0,849 7385	21 73	43 42 14 4	67 07
57	49 9558	21 74	42 46 8	67 10
58	50 1732	21 74	43 19 2	67 10
59	50 3906	21 74	43 51 6	67 10
60	50 6080	21 74	44 24 0	67 10
48,61	0,850 8254	21 75	43 44 56 4	67 13
62	51 0429	21 75	45 28 8	67 13
63	51 2604	21 75	46 01 2	67 13
64	51 4779	21 76	46 33 6	67 16
65	51 6955	21 76	47 06 0	67 16
48,66	0,851 9131	21 76	43 47 38 4	67 16
67	52 1307	21 77	48 10 8	67 19
68	52 3484	21 77	48 43 2	67 19
69	52 5661	21 77	49 15 6	67 19
70	52 7838	21 78	49 48 0	67 22
48,71	0,853 0016	21 78	43 50 20 4	67 22
72	53 2194	21 78	50 52 8	67 22
73	53 4372	21 78	51 25 2	67 22
74	53 6550	21 79	51 57 6	67 25
75	53 8729	21 80	52 30 0	67 28
48,76	0,854 0909	21 79	43 53 02 4	67 25
77	54 3088	21 80	53 34 8	67 28
78	54 5268	21 80	54 07 2	67 28
79	54 7448	21 81	54 39 6	67 31
80	54 9629	21 81	55 12 0	67 31
48,81	0,855 1810	21 81	43 55 44 4	67 31
82	55 3991	21 81	56 16 8	67 31
83	55 6172	21 82	56 49 2	67 35
84	55 8354	21 82	57 21 6	67 35
85	56 0536	21 83	57 54 0	67 38
48,86	0,856 2719	21 83	43 58 26 4	67 38
87	56 4902	21 83	58 58 8	67 38
88	56 7085	21 84	43 59 31 2	67 41
89	56 9269	21 83	44 00 03 6	67 38
90	57 1452	21 85	00 36 0	67 44
48,91	0,857 3637	21 84	44 01 08 4	67 41
92	57 5821	21 85	01 40 8	67 44
93	57 8006	21 85	02 13 2	67 44
94	58 0191	21 86	02 45 6	67 47
95	58 2377	21 86	03 18 0	67 47
48,96	0,858 4563	21 86	44 03 50 4	67 47
97	58 6749	21 86	04 22 8	67 47
98	58 8935	21 87	04 55 2	67 50
99	59 1122	21 87	05 27 6	67 50
49,00	59 3309		06 00 0	

N. E. $k=49^o$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
49,00	0,859 3309	21 88	44	00	00 0	67 53
49,01	0,859 5497	21 88	44	00	32 4	67 53
02	59 7685	21 88		07	04 8	67 53
03	59 9873	21 88		07	37 2	67 53
04	60 2061	21 89		08	09 6	67 56
05	60 4250	21 89		08	42 0	67 56
49,06	0,860 6439	21 90	44	09	14 4	67 59
07	60 8629	21 90		09	46 8	67 59
08	61 0819	21 90		10	19 2	67 59
09	61 3009	21 91		10	51 6	67 62
10	61 5200	21 90		11	24 0	67 59
49,11	0,861 7390	21 92	44	11	56 4	67 65
12	61 9582	21 91		12	28 8	67 62
13	62 1773	21 92		13	01 2	67 65
14	62 3965	21 92		13	33 6	67 65
15	62 6157	21 93		14	06 0	67 69
49,16	0,862 8350	21 92	44	14	38 4	67 66
17	63 0542	21 94		15	10 8	67 72
18	63 2736	21 93		15	43 2	67 69
19	63 4929	21 94		16	15 6	67 72
20	63 7123	21 95		16	48 0	67 75
49,21	0,863 9318	21 94	44	17	20 4	67 72
22	64 1512	21 95		17	52 8	67 75
23	64 3707	21 95		18	25 2	67 75
24	64 5902	21 96		18	57 6	67 78
25	64 8098	21 96		19	30 0	67 78
49,26	0,865 0294	21 96	44	20	02 4	67 78
27	65 2490	21 96		20	34 8	67 78
28	65 4686	21 97		21	07 2	67 81
29	65 6883	21 97		21	39 6	67 81
30	65 9080	21 98		22	12 0	67 84
49,31	0,866 1278	21 98	44	22	44 4	67 84
32	66 3476	21 98		23	16 8	67 84
33	66 5674	21 99		23	49 2	67 87
34	66 7873	21 99		24	21 6	67 87
35	67 0072	21 99		24	54 0	67 87
49,36	0,867 2271	22 00	44	25	26 4	67 90
37	67 4471	22 00		25	58 8	67 90
38	67 6671	22 00		26	31 2	67 90
39	67 8871	22 01		27	03 6	67 93
40	68 1072	22 01		27	36 0	67 93
49,41	0,868 3273	22 01	44	28	08 4	67 93
42	68 5474	22 02		28	40 8	67 96
43	68 7676	22 02		29	13 2	67 96
44	68 9878	22 02		29	45 6	67 96
45	69 2080	22 03		30	18 0	67 99
49,46	0,869 4283	22 03	44	30	50 4	67 99
47	69 6486	22 03		31	22 8	67 99
48	69 8689	22 04		31	55 2	68 02
49	70 0893	22 04		32	27 6	68 02
50	70 3097			33	00 0	

N. E. $k=49^o$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
49,50	0,870 3097	22 04	44	33	00 0	68 02
49,51	0,870 5301	22 05	44	33	32 4	68 05
52	70 7506	22 05		34	04 8	68 05
53	70 9711	22 05		34	37 2	68 05
54	71 1916	22 06		35	09 6	68 05
55	71 4122	22 06		35	42 0	68 09
49,56	0,871 6328	22 06	44	36	14 4	68 09
57	71 8534	22 07		36	46 8	68 12
58	72 0741	22 07		37	19 2	68 12
59	72 2948	22 08		37	51 6	68 15
60	72 5156	22 07		38	24 0	68 12
49,61	0,872 7363	22 09	44	38	56 4	68 18
62	72 9572	22 08		39	28 8	68 15
63	73 1780	22 09		40	01 2	68 18
64	73 3989	22 09		40	33 6	68 18
65	73 6198	22 09		41	06 0	68 18
49,66	0,873 8407	22 10	44	41	38 4	68 21
67	74 0617	22 10		42	10 8	68 21
68	74 2827	22 11		42	43 2	68 24
69	74 5038	22 11		43	15 6	68 24
70	74 7249	22 11		43	48 0	68 24
49,71	0,874 9460	22 12	44	44	20 4	68 27
72	75 1672	22 11		44	52 8	68 24
73	75 3883	22 13		45	25 2	68 30
74	75 6096	22 12		45	57 6	68 27
75	75 8308	22 13		46	30 0	68 30
49,76	0,876 0521	22 14	44	47	02 4	68 33
77	76 2735	22 13		47	34 8	68 30
78	76 4948	22 14		48	07 2	68 33
79	76 7162	22 15		48	39 6	68 36
80	76 9377	22 14		49	12 0	68 33
49,81	0,877 1591	22 15	44	49	44 4	68 36
82	77 3806	22 16		50	16 8	68 40
83	77 6022	22 15		50	49 2	68 36
84	77 8237	22 16		51	21 6	68 40
85	78 0453	22 17		51	54 0	68 43
49,86	0,878 2670	22 16	44	52	26 4	68 40
87	78 4886	22 18		52	58 8	68 46
88	78 7104	22 17		53	31 2	68 43
89	78 9321	22 18		54	03 6	68 46
90	79 1539	22 18		54	36 0	68 46
49,91	0,879 3757	22 18	44	55	08 4	68 46
92	79 5975	22 19		55	40 8	68 49
93	79 8194	22 19		56	13 2	68 49
94	80 0413	22 20		56	45 6	68 52
95	80 2633	22 20		57	18 0	68 52
49,96	0,880 4853	22 20	44	57	50 4	68 52
97	80 7073	22 21		58	22 8	68 55
98	80 9294	22 21		58	55 2	68 55
99	81 1515	22 21	44	59	27 6	68 56
50,00	81 3736		45	00	00 0	

N. E. $k=50°$ Gr. M.	ℒ. *k.*	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
50,00	0,881 3736	22 21	45 00 00 0	68 56
50,01	0,881 5957	22 22	45 00 32 4	68 58
02	81 8179	22 23	01 04 8	68 61
03	82 0402	22 22	01 37 2	68 58
04	82 2624	22 23	02 09 6	68 61
05	82 4847	22 24	02 42 0	68 64
50,06	0,882 7071	22 24	45 03 14 4	68 64
07	82 9295	22 24	03 46 8	68 64
08	83 1519	22 24	04 19 2	68 64
09	83 3743	22 25	04 51 6	68 67
10	83 5968	22 25	05 24 0	68 67
50,11	0,883 8193	22 25	45 05 56 4	68 67
12	84 0418	22 26	06 28 8	68 70
13	84 2644	22 26	07 01 2	68 70
14	84 4870	22 27	07 33 6	68 73
15	84 7097	22 27	08 06 0	68 73
50,16	0,884 9324	22 27	45 08 38 4	68 73
17	85 1551	22 28	09 10 8	68 77
18	85 3779	22 28	09 43 2	68 77
19	85 6007	22 28	10 15 6	68 77
20	85 8235	22 28	10 48 0	68 77
50,21	0,886 0463	22 29	45 11 20 4	68 80
22	86 2692	22 30	11 52 8	68 83
23	86 4922	22 29	12 25 2	68 80
24	86 7151	22 30	12 57 6	68 83
25	86 9381	22 31	13 30 0	68 86
50,26	0,887 1612	22 31	45 14 02 4	68 86
27	87 3843	22 31	14 34 8	68 86
28	87 6074	22 31	15 07 2	68 86
29	87 8305	22 32	15 39 6	68 89
30	88 0537	22 32	16 12 0	68 89
50,31	0,888 2769	22 32	45 16 44 4	68 89
32	88 5001	22 33	17 16 8	68 92
33	88 7234	22 34	17 49 2	68 95
34	88 9468	22 33	18 21 6	68 92
35	89 1701	22 34	18 54 0	68 95
50,36	0,889 3935	22 34	45 19 26 4	68 95
37	89 6169	22 35	19 58 8	68 98
38	89 8404	22 35	20 31 2	68 98
39	90 0639	22 35	21 03 6	68 98
40	90 2874	22 36	21 36 0	69 01
50,41	0,890 5110	22 36	45 22 08 4	69 01
42	90 7346	22 37	22 40 8	69 04
43	90 9683	22 36	23 13 2	69 01
44	91 1919	22 37	23 45 6	69 04
45	91 4156	22 38	24 18 0	69 07
50,46	0,891 6394	22 38	45 24 50 4	69 07
47	91 8632	22 38	25 22 8	69 07
48	92 0870	22 39	25 55 2	69 10
49	92 3009	22 38	26 27 6	69 07
50	92 5247		27 00 0	

N. F. $k=50°$ Gr. M.	ℒ. *k.*	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
50,50	0,892 5247	22 40	45 27 00 0	69 14
50,51	0,892 7487	22 39	45 27 32 4	69 10
52	92 9726	22 40	28 04 8	69 14
53	93 1966	22 41	28 37 2	69 17
54	93 4207	22 40	29 09 6	69 14
55	93 6447	22 41	29 42 0	69 17
50,56	0,893 8688	22 42	45 30 14 4	69 20
57	94 0930	22 42	30 46 8	69 20
58	94 3172	22 42	31 19 2	69 20
59	94 5414	22 42	31 51 6	69 20
60	94 7656	22 43	32 24 0	69 23
50,61	0,894 9899	22 44	45 32 56 4	69 26
62	95 2143	22 43	33 28 8	69 23
63	95 4386	22 44	34 01 2	69 26
64	95 6630	22 44	34 33 6	69 26
65	95 8874	22 45	35 06 0	69 29
50,66	0,896 1119	22 45	45 35 38 4	69 29
67	96 3364	22 45	36 10 8	69 29
68	96 5609	22 45	36 43 2	69 29
69	96 7854	22 46	37 15 6	69 32
70	97 0101	22 47	37 48 0	69 35
50,71	0,897 2348	22 47	45 38 20 4	69 35
72	97 4595	22 47	38 52 8	69 35
73	97 6842	22 47	39 25 2	69 35
74	97 9089	22 48	39 57 6	69 38
75	98 1337	22 48	40 30 0	69 38
50,76	0,898 3585	22 49	45 41 02 4	69 41
77	98 5834	22 49	41 34 8	69 41
78	98 8083	22 49	42 07 2	69 41
79	99 0332	22 50	42 39 6	69 44
80	99 2582	22 50	43 12 0	69 44
50,81	0,899 4832	22 51	45 43 44 4	69 48
82	99 7083	22 50	44 16 8	69 44
83	99 9333	22 51	44 49 2	69 48
84	0,900 1584	22 52	45 21 6	69 51
85	00 3836	22 52	45 54 0	69 51
50,86	0,900 6088	22 52	45 46 26 4	69 51
87	00 8340	22 53	46 58 8	69 54
88	01 0593	22 53	47 31 2	69 54
89	01 2846	22 53	48 03 6	69 54
90	01 5099	22 54	48 36 0	69 57
50,91	0,901 7353	22 54	45 49 08 4	69 57
92	01 9607	22 54	49 40 8	69 57
93	02 1861	22 55	50 13 2	69 60
94	02 4116	22 55	50 45 6	69 60
95	02 6371	22 56	51 18 0	69 63
50,96	0,902 8627	22 56	45 51 50 4	69 63
97	03 0883	22 56	52 22 8	69 63
98	03 3139	22 57	52 55 2	69 66
99	03 5396	22 57	53 27 6	69 66
51,00	03 7653		54 00 0	

N. E. k=51° Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
51,00	0,903 7653	22 57	45	54	00 0	69 66
51,01	0,903 9910	22 58	45	54	32 4	69 69
02	04 2168	22 58		55	04 8	69 69
03	04 4426	22 58		55	37 2	69 69
04	04 6684	22 59		56	09 6	69 72
05	04 8943	22 59		56	42 0	69 72
51,06	0,905 1202	22 60	45	57	14 4	69 75
07	05 3462	22 60		57	46 8	69 75
08	05 5722	22 60		58	19 2	69 75
09	05 7982	22 60		58	51 6	69 75
10	06 0242	22 61		59	24 0	69 78
51,11	0,906 2503	22 62	45	59	56 4	69 81
12	06 4765	22 62	46	00	28 8	69 81
13	06 7027	22 62		01	01 2	69 81
14	06 9289	22 62		01	33 6	69 81
15	07 1551	22 63		02	06 0	69 85
51,16	0,907 3814	22 63	46	02	38 4	69 86
17	07 6077	22 64		03	10 8	69 88
18	07 8341	22 64		03	43 2	69 88
19	08 0606	22 64		04	15 6	69 88
20	08 2869	22 66		04	48 0	69 91
51,21	0,908 5134	22 65	46	05	20 4	69 91
22	08 7399	22 66		05	52 8	69 94
23	08 9665	22 65		06	25 2	69 91
24	09 1930	22 67		06	57 6	69 97
25	09 4197	22 66		07	30 0	69 94
51,26	0,909 6463	22 67	46	08	02 4	60 97
27	09 8730	22 67		08	34 8	69 97
28	10 0997	22 68		09	07 2	70 00
29	10 3265	22 68		09	39 6	70 00
30	10 5533	22 69		10	12 0	70 03
51,31	0,910 7802	22 68	46	10	44 4	70 00
32	11 0070	22 70		11	16 8	70 06
33	11 2340	22 69		11	49 2	70 03
34	11 4609	22 70		12	21 6	70 06
35	11 6879	22 70		12	54 0	70 06
51,36	0,911 9149	22 71	46	13	26 4	70 09
37	12 1420	22 71		13	58 8	70 09
38	12 3691	22 71		14	31 2	70 09
39	12 5962	22 72		15	03 6	70 12
40	12 8234	22 72		15	36 0	70 12
51,41	0,913 0506	22 73	46	16	08 4	70 15
42	13 2779	22 73		16	40 8	70 15
43	13 5052	22 73		17	13 2	70 15
44	13 7325	22 73		17	45 6	70 15
45	13 9598	22 74		18	18 0	70 19
51,46	0,914 1872	22 75	46	18	50 4	70 22
47	14 4147	22 75		19	22 8	70 22
48	14 6422	22 75		19	55 2	70 22
49	14 8697	22 75		20	27 6	70 22
50	15 0972			21	00 0	

N. E. k=51° Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
51,50	0,915 0972	22 76	46	21	00 0	70 25
51,51	0,915 3248	22 76	46	21	32 4	70 25
52	15 5524	22 77		22	04 8	70 28
53	15 7801	22 77		22	37 2	70 28
54	16 0078	22 77		23	09 6	70 28
55	16 2355	22 78		23	42 0	70 31
51,56	0,916 4633	22 78	46	24	14 4	70 31
57	16 6911	22 79		24	46 8	70 34
58	16 9190	22 79		25	19 2	70 34
59	17 1469	22 79		25	51 6	70 34
60	17 3748	22 80		26	24 0	70 37
51,61	0,917 6028	22 80	46	26	56 4	70 37
62	17 8308	22 80		27	28 8	70 37
63	18 0588	22 81		28	01 2	70 40
64	18 2869	22 81		28	33 6	70 40
65	18 5150	22 81		29	06 0	70 40
51,66	0,918 7431	22 82	46	29	38 4	70 43
67	18 9713	22 82		30	10 8	70 43
68	19 1995	22 83		30	43 2	70 46
69	19 4278	22 83		31	15 6	70 46
70	19 6561	22 84		31	48 0	70 49
51,71	0,919 8845	22 83	46	32	20 4	70 46
72	20 1128	22 84		32	52 8	70 49
73	20 3412	22 85		33	25 2	70 52
74	20 5697	22 85		33	57 6	70 52
75	20 7982	22 85		34	30 0	70 52
51,76	0,921 0267	22 86	46	35	02 4	70 56
77	21 2653	22 86		35	34 8	70 56
78	21 4839	22 86		36	07 2	70 56
79	21 7125	22 87		36	39 6	70 59
80	21 9412	22 88		37	12 0	70 62
15,81	0,922 1700	22 87	46	37	44 4	70 59
82	22 3987	22 88		38	16 8	70 62
83	22 6275	22 88		38	49 2	70 62
84	22 8563	22 89		39	21 6	70 65
85	23 0852	22 89		39	54 0	70 65
51,86	0,923 3141	22 90	46	40	26 4	70 68
87	23 5431	22 90		40	58 8	70 68
88	23 7721	22 90		41	31 2	70 68
89	24 0011	22 90		42	03 6	70 68
90	24 2301	22 91		42	36 0	70 71
51,91	0,924 4592	22 92	46	43	08 4	70 74
92	24 6884	22 92		43	40 8	70 74
93	24 9176	22 92		44	13 2	70 74
94	25 1468	22 92		44	45 6	70 74
95	25 3760	22 93		45	18 0	70 77
51,96	0,925 6053	22 93	46	45	50 4	70 77
97	25 8346	22 94		46	22 8	70 80
98	26 0640	22 94		46	55 2	70 80
99	26 2934	22 96		47	27 6	70 83
52,00	26 5229			48	00 0	

N. E. $k=52°$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
52,00	0,926 5229	22 95	46 48 00 0	70 88
52,01	0,926 7524	22 95	46 48 32 4	70 88
02	26 9819	22 95	49 04 8	70 83
03	27 2114	22 96	49 37 2	70 86
04	27 4410	22 97	50 09 6	70 90
05	27 6707	22 96	50 42 0	70 86
52,06	0,927 9003	22 98	46 51 14 4	70 88
07	28 1301	22 97	51 46 8	70 90
08	28 3598	22 98	52 19 2	70 93
09	28 5896	22 98	52 51 6	70 93
10	28 8194	22 99	53 24 0	70 96
52,11	0,929 0493	22 99	46 53 56 4	70 96
12	29 2792	23 00	54 28 8	70 99
13	29 5092	23 00	55 01 2	70 99
14	29 7392	23 00	55 33 6	70 99
15	29 9692	23 01	56 06 0	71 02
52,16	0,930 1993	23 01	46 56 38 4	71 02
17	30 4294	23 01	57 10 8	71 02
18	30 6595	23 02	57 43 2	71 05
19	30 8897	23 02	58 15 6	71 05
20	31 1199	23 02	58 48 0	71 05
52,21	0,931 3501	23 03	46 59 20 4	71 08
22	31 5804	23 04	46 59 52 8	71 11
23	31 8108	23 03	47 00 25 2	71 08
24	32 0411	23 04	00 57 6	71 11
25	32 2715	23 05	01 30 0	71 14
52,26	0,932 5020	23 05	47 02 02 4	71 14
27	32 7325	23 05	02 34 8	71 14
28	32 9630	23 06	03 07 2	71 17
29	33 1936	23 06	03 39 6	71 17
30	33 4242	23 06	04 12 0	71 17
52,31	0,933 6548	23 07	47 04 44 4	71 20
32	33 8855	23 07	05 16 8	71 20
33	34 1162	23 08	05 49 2	71 23
34	34 3470	23 08	06 21 6	71 23
35	34 5778	23 08	06 54 0	71 23
52,36	0,934 8086	23 09	47 07 26 4	71 27
37	35 0395	23 09	07 58 8	71 27
38	35 2704	23 10	08 31 2	71 30
39	35 5014	23 10	09 03 6	71 30
40	35 7324	23 10	09 36 0	71 30
52,41	0,935 9634	23 11	47 10 08 4	71 33
42	36 1945	23 11	10 40 8	71 33
43	36 4256	23 12	11 13 2	71 36
44	36 6568	23 11	11 45 6	71 33
45	36 8879	23 13	12 18 0	71 39
52,46	0,937 1192	23 12	47 12 50 4	71 36
47	37 3504	23 13	13 22 8	71 39
48	37 5817	23 14	13 55 2	71 42
49	37 8131	23 14	14 27 6	71 42
50	38 0445		15 00 0	
52,50	0,938 0445	23 14	47 15 00 0	71 42
52,51	0,938 2759	23 15	47 15 32 4	71 45
52	38 5074	23 15	16 04 8	71 45
53	38 7389	23 15	16 37 2	71 45
54	38 9704	23 16	17 09 6	71 48
55	39 2020	23 16	17 42 0	71 48
52,56	0,939 4336	23 17	47 18 14 4	71 51
57	39 6653	23 17	18 46 8	71 51
58	39 8970	23 18	19 19 2	71 54
59	40 1288	23 17	19 51 6	71 51
60	40 3606	23 19	20 24 0	71 57
52,61	0,940 5924	23 18	47 20 56 4	71 54
62	40 8242	23 19	21 28 8	71 57
63	41 0561	23 20	22 01 2	71 60
64	41 2881	23 19	22 33 6	71 57
65	41 5200	23 21	23 06 0	71 64
52,66	0,941 7621	23 20	47 23 38 4	71 60
67	41 9841	23 21	24 10 8	71 64
68	42 2162	23 22	24 43 2	71 67
69	42 4484	23 21	25 15 6	71 64
70	42 6805	23 23	25 48 0	71 70
52,71	0,942 9128	23 22	47 26 20 4	71 67
72	43 1450	23 23	26 52 8	71 70
73	43 3773	23 23	27 25 2	71 70
74	43 6096	23 24	27 57 6	71 73
75	43 8420	23 24	28 30 0	71 73
52,76	0,944 0744	23 25	47 29 02 4	71 76
77	44 3069	23 25	29 34 8	71 76
78	44 5394	23 25	30 07 2	71 76
79	44 7719	23 26	30 39 6	71 79
80	45 0045	23 26	31 12 0	71 79
52,81	0,945 2371	23 27	47 31 44 4	71 82
82	45 4698	23 27	32 16 8	71 82
83	45 7025	23 27	32 40 2	71 82
84	45 9352	23 28	33 21 6	71 85
85	46 1680	23 28	33 54 0	71 85
52,86	0,946 4008	23 29	47 34 26 4	71 88
87	46 6337	23 29	34 58 8	71 88
88	46 8666	23 29	35 31 2	71 88
89	47 0995	23 30	36 03 6	71 91
90	47 3325	23 30	36 36 0	71 91
52,91	0,947 5655	23 30	47 37 08 4	71 91
92	47 7985	23 31	37 40 8	71 94
93	48 0316	23 32	38 13 2	71 98
94	48 2648	23 31	38 45 6	71 94
95	48 4979	23 33	39 18 0	72 01
52,96	0,948 7312	23 32	47 39 50 4	71 98
97	48 9644	23 33	40 22 8	72 01
98	49 1977	23 34	40 55 2	72 04
99	49 4311	23 33	41 27 6	72 01
53,00	49 6644		42 00 0	

N. E. $k=53°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
53,00	0,949 664	23 35	47 42 00 0	72 07
53,01	0,949 8979	23 34	47 42 32 4	72 04
02	50 1313	23 35	43 04 8	72 07
03	50 3648	23 35	43 37 2	72 07
04	50 5983	23 36	44 09 6	72 10
05	50 8319	23 36	44 42 0	72 10
53,06	0,951 0655	23 37	47 45 14 4	72 13
07	51 2992	23 37	45 46 8	72 13
08	51 5329	23 37	46 19 2	72 13
09	51 7666	23 38	46 51 6	72 16
10	52 0004	23 38	47 24 0	72 16
53,11	0,952 2342	23 39	47 47 56 4	72 19
12	52 4681	23 39	48 28 8	72 19
13	52 7020	23 39	49 01 2	72 19
14	52 9359	23 40	49 33 6	72 22
15	53 1699	23 41	50 06 0	72 26
53,16	0,953 4040	23 40	47 50 38 4	72 22
17	53 6380	23 41	51 10 8	72 25
18	53 8721	23 42	51 43 2	72 28
19	54 1063	23 42	52 15 6	72 28
20	54 3405	23 42	52 48 0	72 28
53,21	0,954 5747	23 43	47 53 20 4	72 31
22	54 8090	23 43	53 52 8	72 31
23	55 0433	23 43	54 25 2	72 31
24	55 2776	23 44	54 57 6	72 35
25	55 5120	23 44	55 30 0	72 35
53,26	0,955 7464	23 45	47 56 02 4	72 38
27	56 9809	23 45	56 34 8	72 38
28	56 2154	23 46	57 07 2	72 41
29	56 4500	23 46	57 39 6	72 41
30	56 6846	23 46	58 12 0	72 41
53,31	0,956 9192	23 47	47 58 44 4	72 44
32	57 1539	23 47	59 16 8	72 44
33	57 3886	23 48	47 59 49 2	72 47
34	57 6234	23 48	48 00 21 6	72 47
35	57 8582	23 48	00 54 0	72 47
53,36	0,068 0930	23 49	48 01 26 4	72 50
37	58 3279	23 49	01 58 8	72 50
38	58 5628	23 50	02 31 2	72 53
39	58 7978	23 50	03 03 6	72 53
40	59 0328	23 50	03 36 0	72 53
53,41	0,959 2678	23 51	48 04 08 4	72 56
42	59 5029	23 52	04 40 8	72 59
43	59 7381	23 51	05 13 2	72 56
44	59 9732	23 52	05 45 6	72 59
45	60 2084	23 53	06 18 0	72 62
53,46	0,960 4437	23 53	48 06 50 4	72 62
47	60 6790	23 53	07 22 8	72 62
48	60 9143	23 54	07 55 2	72 65
49	61 1497	23 54	08 27 6	72 65
50	61 3851		09 00 0	

N. E. $k=53°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
53,50	0,961 3851	23 55	48 09 00 0	72 69
53,51	0,961 6206	23 55	48 09 32 4	72 69
52	61 8561	23 55	10 04 8	72 69
53	62 0916	23 56	10 37 2	72 72
54	62 3272	23 56	11 09 6	72 72
55	62 5628	23 57	11 42 0	72 75
53,56	0,962 7985	23 57	48 12 14 4	72 75
57	63 0342	23 57	12 46 8	72 75
58	63 2699	23 58	13 19 2	72 78
59	63 5057	23 58	13 51 6	72 78
60	63 7415	23 59	14 24 0	72 81
53,61	0,963 9774	23 59	48 14 56 4	72 81
62	64 2133	23 60	15 28 8	72 84
63	64 4493	23 60	16 01 2	72 84
64	64 6853	23 60	16 33 6	72 84
65	64 9213	23 61	17 06 0	72 87
53,66	0,965 1674	23 61	48 17 38 4	72 87
67	65 3935	23 62	18 10 8	72 90
68	65 6297	23 62	18 43 2	72 90
69	65 8659	23 62	19 15 6	72 90
70	66 1021	23 63	19 48 0	72 93
53,71	0,966 3384	23 63	48 20 20 4	72 93
72	66 5747	23 64	20 52 8	72 96
73	66 8111	23 64	21 25 2	72 96
74	67 0475	23 65	21 57 6	72 99
75	67 2840	23 65	22 30 0	72 99
53,76	0,967 5205	23 65	48 23 02 4	72 99
77	67 7570	23 66	23 34 8	73 02
78	67 9936	23 66	24 07 2	73 02
79	68 2302	23 67	24 39 6	73 05
80	68 4669	23 67	25 12 0	73 05
53,81	0,968 7036	23 67	48 25 44 4	73 05
82	68 9403	23 68	26 16 8	73 09
83	69 1771	23 69	26 49 2	73 12
84	69 4140	23 68	27 21 6	73 09
85	69 6508	23 70	27 54 0	73 15
53,86	0,969 8878	23 69	48 28 26 4	73 12
87	70 1247	23 70	28 58 8	73 15
88	70 3617	23 70	29 31 2	73 15
89	70 5988	23 70	30 03 6	73 15
90	70 8358	23 72	30 36 0	73 21
53,91	0,971 0730	23 71	48 31 08 4	73 18
92	71 3101	23 72	31 40 8	73 21
93	71 5473	23 73	32 13 2	73 24
94	71 7846	23 73	32 45 6	73 24
95	72 0219	23 73	33 18 0	73 24
53,96	0,972 2592	23 74	48 33 50 4	73 27
97	72 4966	23 74	34 22 8	73 27
98	72 7340	23 75	34 55 2	73 30
99	72 9715	23 75	35 27 6	73 30
54,00	73 2090		36 00 0	

N. E. $k=54^{\circ}$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
54,00	0,973 2090	23 75	48	36	00 0	62 30
54,01	0,973 4466	23 76	48	36	32 4	62 33
02	73 6841	23 77		37	04 8	62 36
03	73 9218	23 76		37	37 2	62 33
04	74 1594	23 78		38	09 6	62 39
05	74 3972	23 77		38	42 0	62 36
54,06	0,974 6349	23 78	48	39	14 4	62 39
07	74 8727	23 79		39	46 8	62 43
08	75 1106	23 79		40	19 2	62 43
09	75 3485	23 79		40	51 6	63 43
10	75 5846	23 80		41	24 0	62 46
54,11	0,975 8244	23 80	48	41	56 4	63 46
12	76 0624	23 80		42	28 8	63 46
13	76 3004	23 81		43	01 2	63 49
14	76 5386	23 82		43	33 6	63 52
15	76 7767	23 82		44	06 0	63 52
54,16	0,977 0149	23 82	48	44	38 4	63 52
17	77 2531	23 83		45	10 8	63 55
18	77 4914	23 83		45	43 2	63 55
19	77 7297	23 83		46	15 6	63 55
20	77 9680	23 84		46	48 0	63 58
54,21	0,978 2064	23 85	48	47	20 4	63 61
22	78 4449	23 85		47	52 8	63 61
23	78 6834	23 85		48	25 2	63 61
24	78 9219	23 86		48	57 6	63 64
25	79 1605	23 86		49	30 0	63 64
54,26	0,979 3991	23 86	48	50	02 4	63 64
27	79 6377	23 87		50	34 8	63 67
28	79 8764	23 88		51	07 2	63 70
29	80 1152	23 88		51	39 6	63 70
30	80 3540	23 88		52	12 0	63 70
54,31	0,980 5928	23 89	48	52	44 4	63 73
32	80 8317	23 89		53	16 8	63 73
33	81 0706	23 89		53	49 2	63 73
34	81 3095	23 90		54	21 6	63 77
35	81 5485	23 91		54	54 0	63 80
54,36	0,981 7876	23 91	48	55	26 4	63 80
37	82 0267	23 91		55	58 8	63 80
38	82 2658	23 92		56	31 2	63 83
39	82 5050	23 92		57	03 6	63 83
40	82 7442	23 92		57	36 0	63 83
54,41	0,982 9834	23 93	48	58	08 4	63 86
42	83 2227	23 94		58	40 8	63 89
43	83 4621	23 94		59	13 2	63 89
44	83 7015	23 94	48	59	45 6	63 89
45	83 9409	23 96	49	00	18 0	63 92
54,46	0,984 1804	23 96	49	00	50 4	63 92
47	84 4199	23 96		01	22 8	63 92
48	84 6594	23 96		01	55 2	63 95
49	84 8990	23 97		02	27 6	63 98
50	85 1387			03	00 0	

N. E. $k=54^{\circ}$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
54,50	0,985 1387	23 97	49	03	00 0	73 98
54,51	0,985 3784	23 97	49	03	32 4	73 98
52	85 6181	23 98		04	04 8	74 01
53	85 8579	23 98		04	37 2	74 01
54	86 0977	23 99		05	09 6	74 04
55	86 3376	23 99		05	42 0	74 04
54,56	0,986 5775	23 99	49	06	14 4	74 04
57	86 8174	24 00		06	46 8	74 07
58	87 0574	24 01		07	19 2	74 10
59	87 2975	24 01		07	51 6	74 10
60	87 5376	24 01		08	24 0	74 10
54,61	0,987 7777	24 02	49	08	56 4	74 14
62	88 0179	24 02		09	28 8	74 14
63	88 2581	24 02		10	01 2	74 14
64	88 4983	24 03		10	33 6	74 17
65	88 7386	24 04		11	06 0	74 20
54,66	0,988 9790	24 04	49	11	38 4	74 20
67	89 2194	24 04		12	10 8	74 20
68	89 4598	24 05		12	43 2	74 23
69	89 7003	24 05		13	15 6	74 23
70	89 9408	24 06		13	48 0	74 26
54,71	0,990 1814	24 06	49	14	20 4	74 26
72	90 4220	24 06		14	52 8	74 26
73	90 6626	24 07		15	25 2	74 29
74	90 9033	24 07		15	57 6	74 29
75	91 1440	24 08		16	30 0	74 32
54,76	0,991 3848	24 09	49	17	02 4	74 35
77	91 6257	24 08		17	34 8	74 32
78	91 8665	24 09		18	07 2	74 35
79	92 1074	24 10		18	39 6	74 38
80	92 3484	24 10		19	12 0	74 38
54,81	0,992 5894	24 11	49	19	44 4	74 41
82	92 8305	24 11		20	16 8	74 41
83	93 0716	24 11		20	49 2	74 41
84	93 3127	24 12		21	21 6	74 44
85	93 5539	24 12		21	54 0	74 44
54,86	0,993 7951	24 13	49	22	26 4	74 48
87	94 0364	24 13		22	58 8	74 48
88	94 2777	24 13		23	31 2	74 48
89	94 5190	24 14		24	03 6	74 51
90	94 7604	24 15		24	36 0	74 54
54,91	0,995 0019	24 15	49	25	08 4	74 54
92	95 2434	24 15		25	40 8	74 54
93	95 4849	24 16		26	13 2	74 57
94	95 7265	24 16		26	45 6	74 57
95	95 9681	24 17		27	18 0	74 60
54,96	0,996 2098	24 17	49	27	50 4	74 60
97	96 4515	24 17		28	22 8	74 60
98	96 6932	24 18		28	55 2	74 63
99	96 9350	24 19		29	27 6	74 66
55,00	97 1769			30	00 0	

N. E. $k=55°$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
55,00	0,997 1769	24 19	49	30	00 0	74 66
55,01	0,997 4188	24 19	49	30	32 4	74 66
02	97 6607	24 20		31	04 8	74 69
03	97 9027	24 20		31	37 2	74 69
04	98 1447	24 21		32	09 6	74 72
05	98 3868	24 21		32	42 0	74 72
55,06	0,998 6289	24 21	49	33	14 4	74 72
07	98 8710	24 22		33	46 8	74 75
08	99 1132	24 23		34	19 2	74 78
09	99 3555	24 23		34	51 6	74 78
10	99 5978	24 23		35	24 0	74 78
55,11	0,999 8401	24 24	49	35	56 4	74 81
12	1,000 0825	24 24		36	28 8	74 81
13	00 3249	24 25		37	01 2	74 85
14	00 5674	24 25		37	33 6	74 85
15	00 8099	24 25		38	06 0	74 85
55,16	1,001 0524	24 27	49	38	38 4	74 91
17	01 2951	24 26		39	10 8	74 88
18	01 5377	24 27		39	43 2	74 91
19	01 7804	24 27		40	15 6	74 91
20	02 0231	24 28		40	48 0	74 94
55,21	1,002 2659	24 28	49	41	20 4	74 94
22	02 5087	24 29		41	52 8	74 97
23	02 7516	24 29		42	25 2	74 97
24	02 9945	24 30		42	57 6	75 00
25	03 2375	24 30		43	30 0	75 00
55,26	1,003 4805	24 31	49	44	02 4	75 03
27	03 7236	24 31		44	34 8	75 03
28	03 9667	24 31		45	07 2	75 03
29	04 2098	24 32		45	39 6	75 06
30	04 4530	24 32		46	12 0	75 06
55,31	1,004 6962	24 33	49	46	44 4	75 09
32	04 9395	24 33		47	16 8	75 09
33	05 1828	24 34		47	49 2	75 12
34	05 4262	24 34		48	21 6	75 12
35	05 6696	24 34		48	54 0	75 15
55,36	1,005 9131	24 35	49	49	26 4	75 15
37	06 1566	24 35		49	58 8	75 15
38	06 4001	24 36		50	31 2	75 18
39	06 6437	24 37		51	03 6	75 22
40	06 8874	24 36		51	36 0	75 18
55,41	1,007 1310	24 38	49	52	08 4	75 25
42	07 3748	24 38		52	40 8	75 25
43	07 6186	24 38		53	13 2	75 25
44	07 8624	24 38		53	45 6	75 25
45	08 1062	24 40		54	18 0	75 31
55,46	1,008 3502	24 39	49	54	50 4	75 28
47	08 5941	24 40		55	22 8	75 31
48	08 8381	24 41		55	55 2	75 34
49	09 0822	24 41		56	27 6	75 34
50	09 3263			57	00 0	

N. E. $k=55°$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
55,50	1,009 3263	24 41	49	57	00 0	75 34
55,51	1,009 5704	24 42	49	57	32 4	75 37
52	09 8146	24 42		58	04 8	75 37
53	10 0588	24 43		58	37 2	75 40
54	10 3031	24 43		59	09 6	75 40
55	10 5474	24 44	49	59	42 0	75 43
55,56	1,010 7918	24 44	50	00	14 4	75 43
57	11 0362	24 45		00	46 8	75 46
58	11 2807	24 45		01	19 2	75 46
59	11 5252	24 45		01	51 6	75 46
60	11 7697	24 46		02	24 0	75 49
55,61	1,012 0143	24 47	50	02	56 4	75 52
62	12 2590	24 47		03	28 8	75 52
63	12 5037	24 47		04	01 2	75 52
64	12 7484	24 48		04	33 6	75 56
65	12 9932	24 48		05	06 0	75 56
55,66	1,013 2380	24 49	50	05	38 4	75 59
67	13 4829	24 49		06	10 8	75 59
68	13 7278	24 50		06	43 2	75 62
69	13 9728	24 50		07	15 6	75 62
70	14 2178	24 51		07	48 0	75 65
55,71	1,014 4629	24 51	50	08	20 4	75 65
72	14 7080	24 51		08	52 8	75 65
73	14 9531	24 52		09	25 2	75 68
74	15 1983	24 53		09	57 6	75 71
75	15 4436	24 52		10	30 0	75 68
55,76	1,015 6888	24 54	50	11	02 4	75 74
77	15 9342	24 54		11	34 8	75 74
78	16 1796	24 54		12	07 2	75 74
79	16 4250	24 55		12	39 6	75 77
80	16 6705	24 55		13	12 0	75 77
55,81	1,016 9160	24 56	50	13	44 4	75 80
82	17 1616	24 56		14	16 8	75 80
83	17 4072	24 56		14	49 2	75 80
84	17 6528	24 57		15	21 6	75 83
85	17 8985	24 58		15	54 0	75 83
55,86	1,018 1443	24 58	50	16	26 4	75 86
87	18 3901	24 58		16	58 8	75 86
88	18 6359	24 59		17	31 2	75 89
89	18 8818	24 60		18	03 6	75 93
90	19 1278	24 60		18	36 0	76 03
55,91	1,019 3737	24 61	50	19	08 4	75 96
92	19 6198	24 60		19	40 8	75 93
93	19 8658	24 62		20	13 2	75 99
94	20 1120	24 61		20	45 6	75 96
95	20 3581	24 63		21	18 0	76 02
55,96	1,020 6044	24 62	50	21	50 4	75 99
97	20 8506	24 63		22	22 8	76 02
98	21 0969	24 64		22	55 2	76 05
99	21 3433	24 64		23	27 6	76 05
56,00	21 5897			24	00 0	

N. E. k=56° Gr. M.	log. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1''.
56,00	1,021 5697	24 66	50	24	00 0	76 08
56,01	1,021 8362	24 65	50	24	32 4	76 08
02	22 0827	24 65		25	04 8	76 08
03	22 3292	24 66		25	37 2	76 11
04	22 5758	24 66		26	09 6	76 11
05	22 8224	24 67		26	42 0	76 14
56,06	1,023 0691	24 68	50	27	14 4	76 17
07	23 3159	24 67		27	46 8	76 14
08	23 5626	24 69		28	19 2	76 20
09	23 8095	24 68		28	51 6	76 17
10	24 0563	24 70		29	24 0	76 23
56,11	1,024 3033	24 69	50	29	56 4	76 20
12	24 5502	24 71		30	28 8	76 26
13	24 7973	24 70		31	01 2	76 23
14	25 0443	24 71		31	33 6	76 26
15	25 2914	24 72		32	06 0	76 30
56,16	1,025 5386	24 72	50	32	38 4	76 30
17	25 7858	24 72		33	10 8	76 30
18	26 0330	24 73		33	43 2	76 33
19	26 2803	24 74		34	15 6	76 36
20	26 5277	24 74		34	48 0	76 36
56,21	1,026 7751	24 74	50	35	20 4	76 36
22	27 0225	24 75		35	52 8	76 39
23	27 2700	24 75		36	25 2	76 39
24	27 5175	24 76		36	57 6	76 42
25	27 7651	24 76		37	30 0	76 42
56,26	1,028 0127	24 77	50	38	02 4	76 45
27	28 2604	24 77		38	34 8	76 45
28	28 5081	24 78		39	07 2	76 48
29	28 7559	24 78		39	39 6	76 48
30	29 0037	24 79		40	12 0	76 51
56,31	1,029 2516	24 79	50	40	44 4	76 51
32	29 4995	24 80		41	16 8	76 54
33	29 7475	24 80		41	49 2	76 54
34	29 9955	24 80		42	21 6	76 54
35	30 2435	24 81		42	54 0	76 57
56,36	1,030 4916	24 82	50	43	26 4	76 60
37	30 7398	24 82		43	58 8	76 60
38	30 9880	24 83		44	31 2	76 64
39	31 2363	24 83		45	03 6	76 64
40	31 4846	24 83		45	36 0	76 64
56,41	1,031 7329	24 84	50	46	08 4	76 67
42	31 9813	24 84		46	40 8	76 67
43	32 2297	24 85		47	13 2	76 70
44	32 4782	24 86		47	45 6	76 73
45	32 7268	24 85		48	18 0	76 70
56,46	1,032 9753	24 87	50	48	50 4	76 76
47	33 2240	24 86		49	22 8	76 76
48	33 4726	24 88		49	55 2	76 79
49	33 7214	24 87		50	27 6	76 76
50	33 9701			51	00 0	
56,50	1,033 9701	24 89	50	51	00 0	76 82
56,51	1,034 2190	24 88	50	51	32 4	76 79
52	34 4678	24 90		52	04 8	76 85
53	34 7168	24 89		52	37 2	76 82
54	34 9657	24 90		53	09 6	76 85
55	35 2147	24 91		53	42 0	76 88
56,56	1,035 4638	24 91	50	54	14 4	76 88
57	35 7129	24 92		54	46 8	76 91
58	35 9621	24 92		55	19 2	76 91
59	36 2113	24 92		55	51 6	76 91
60	36 4605	24 93		56	24 0	76 94
56,61	1,036 7098	24 94	50	56	56 4	76 97
62	36 9592	24 94		57	28 8	76 97
63	37 2086	24 94		58	01 2	76 97
64	37 4580	24 95		58	33 6	77 01
65	37 7075	24 96		59	06 0	77 04
56,66	1,037 9571	24 96	50	59	38 4	77 04
67	38 2067	24 96	51	00	10 8	77 04
68	38 4563	24 97		00	43 2	77 07
69	38 7060	24 97		01	15 6	77 07
70	38 9557	24 98		01	48 0	77 10
56,71	1,039 2055	24 99	51	02	20 4	77 13
72	39 4554	24 98		02	52 8	77 10
73	39 7052	25 00		03	25 2	77 16
74	39 9552	25 00		03	57 6	77 16
75	40 2052	25 00		04	30 0	77 16
56,76	1,040 4552	25 01	51	05	02 4	77 19
77	40 7053	25 01		05	34 8	77 19
78	40 9554	25 02		06	07 2	77 22
79	41 2056	25 02		06	39 6	77 22
80	41 4558	25 03		07	12 0	77 25
56,81	1,041 7061	25 03	51	07	44 4	77 25
82	41 9564	25 04		08	16 8	77 28
83	42 2068	25 04		08	49 2	77 28
84	42 4572	25 05		09	21 6	77 31
85	42 7077	25 05		09	54 0	77 31
56,86	1,042 9582	25 06	51	10	26 4	77 35
87	43 2088	25 06		10	58 8	77 35
88	43 4594	25 06		11	31 2	77 35
89	43 7100	25 07		12	03 6	77 38
90	43 9807	25 08		12	36 0	77 41
56,91	1,044 2115	25 08	51	13	08 4	77 41
92	44 4623	25 09		13	40 8	77 44
93	44 7132	25 09		14	13 2	77 44
94	44 9641	25 10		14	45 6	77 47
95	45 2151	25 10		15	18 0	77 47
56,96	1,045 4661	25 10	51	15	50 4	77 47
97	45 7171	25 11		16	22 8	77 50
98	45 9682	25 12		16	55 2	77 53
99	46 2194	25 12		17	27 6	77 53
57,00	46 4705			18	00 0	

N. E. $k=57°$ Gr. M.	Ł. k.	D. 1".	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1".
57,00	1,046 4706	25 12	51 18 00 0	77 53
57,01	1,046 7218	25 14	51 18 32 4	77 59
02	46 9732	25 13	19 04 8	77 56
03	47 2245	25 14	19 37 2	77 59
04	47 4759	25 15	20 09 6	77 62
05	47 7274	25 15	20 42 0	77 62
57,06	1,047 9789	25 15	51 21 14 4	77 62
07	48 2304	25 16	21 46 8	77 65
08	48 4820	25 17	22 19 2	77 69
09	48 7337	25 16	22 51 6	77 65
10	48 9853	25 18	23 24 0	77 72
57,11	1,049 2371	25 18	51 23 56 4	77 72
12	49 4889	25 18	24 28 8	77 72
13	49 7407	25 19	25 01 2	77 75
14	49 9926	25 20	25 33 6	77 78
15	50 2446	25 20	26 06 0	77 78
57,16	1,050 4966	25 20	51 26 38 4	77 78
17	50 7486	25 21	27 10 8	77 81
18	51 0007	25 22	27 43 2	77 84
19	51 2529	25 22	28 15 6	77 84
20	51 5051	25 22	28 48 0	77 84
57,21	1,051 7573	25 23	51 29 20 4	77 87
22	52 0096	25 24	29 52 8	77 90
23	52 2620	25 24	30 25 2	77 90
24	52 5144	25 24	30 57 6	77 90
25	52 7668	25 25	31 30 0	77 93
57,26	1,053 0193	25 25	51 32 02 4	77 93
27	53 2718	25 26	32 34 8	77 96
28	53 5244	25 27	33 07 2	77 99
29	53 7771	25 27	33 39 6	77 99
30	54 0298	25 27	34 12 0	77 99
57,31	1,054 2825	25 28	51 34 44 4	78 02
32	54 5353	25 29	35 16 8	78 06
33	54 7882	25 29	35 49 2	78 06
34	55 0411	25 29	36 21 6	78 06
35	55 2940	25 30	36 54 0	78 09
57,36	1,055 5470	25 30	51 37 26 4	78 09
37	55 8000	25 31	37 58 8	78 12
38	56 0531	25 32	38 31 2	78 15
39	56 3063	25 32	39 03 6	78 15
40	56 5595	25 32	39 36 0	78 15
57,41	1,056 8127	25 33	51 40 08 4	78 18
42	57 0660	25 34	40 40 8	78 21
43	57 3194	25 34	41 13 2	78 21
44	57 5728	25 34	41 45 6	78 21
45	57 8262	25 35	42 18 0	78 24
57,46	1,058 0797	25 35	51 42 50 4	78 24
47	58 3332	25 36	43 22 8	78 27
48	58 5868	25 37	43 55 2	78 30
49	58 8405	25 37	44 27 6	78 30
50	59 0942		45 00 0	

N. E. $k=57°$ Gr. M.	Ł. k.	D. 1".	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1".
57,50	1,059 0942	25 37	51 45 00 0	78 30
57,51	1,059 3479	25 38	51 45 32 4	78 33
52	59 6017	25 39	46 04 8	78 36
53	59 8556	25 39	46 37 2	78 36
54	60 1095	25 39	47 09 6	78 36
55	60 3634	25 40	47 42 0	78 39
57,56	1,060 6174	25 41	51 48 14 4	78 43
57	60 8715	25 41	48 46 8	78 43
58	61 1256	25 42	49 19 2	78 46
59	61 3798	25 42	49 51 6	78 46
60	61 6340	25 42	50 24 0	78 46
57,61	1,061 8882	25 43	51 50 56 4	78 49
62	62 1425	25 44	51 28 8	78 52
63	62 3969	25 44	52 01 2	78 52
64	62 6513	25 45	52 33 6	78 55
65	62 9058	25 45	53 06 0	78 55
57,66	1,063 1603	25 45	51 53 38 4	78 58
67	63 4148	25 47	54 10 8	78 61
68	63 6695	25 46	54 43 2	78 58
69	63 9241	25 48	55 15 6	78 64
70	64 1789	25 47	55 48 0	78 61
57,71	1,064 4336	25 48	51 56 20 4	78 64
72	64 6884	25 49	56 52 8	78 67
73	64 9433	25 49	57 25 2	78 67
74	65 1982	25 50	57 57 6	78 70
75	65 4532	25 50	58 30 0	78 70
57,76	1,065 7082	25 51	51 59 02 4	78 73
77	65 9633	25 51	51 59 34 8	78 73
78	66 2184	25 52	52 00 07 2	78 77
79	66 4736	25 52	00 39 6	78 77
80	66 7288	25 53	01 12 0	78 80
57,81	1,066 9841	25 53	52 01 44 4	78 80
82	67 2394	25 54	02 16 8	78 83
83	67 4948	25 54	02 49 2	78 83
84	67 7502	25 55	03 21 6	78 86
85	68 0057	25 56	03 54 0	78 89
57,86	1,068 2613	25 56	52 04 26 4	78 89
87	68 5169	25 56	04 58 8	78 89
88	68 7725	25 57	05 31 2	78 92
89	69 0282	25 57	06 03 6	78 92
90	69 2839	25 58	06 36 0	78 95
57,91	1,069 5397	25 59	52 07 08 4	78 98
92	69 7956	25 59	07 40 8	78 98
93	70 0515	25 59	08 13 2	78 98
94	70 3074	25 60	08 45 6	79 02
95	70 5634	25 61	09 18 0	79 05
57,96	1,070 8195	25 61	52 09 50 4	79 05
97	71 0756	25 61	10 22 8	79 05
98	71 3317	25 62	10 55 2	79 09
99	71 5879	25 63	11 27 6	79 10
58,00	71 8442		12 00 0	

N. E. $k=58°$ Gr. M.	Ꝉ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
58,00	1,071 8442	25 63	52 12 00 0	79 10
58,01	1,072 1006	25 64	52 12 32 4	79 14
02	72 3569	25 64	13 04 8	79 14
03	72 6133	25 66	13 37 2	79 17
04	72 8698	25 65	14 09 6	79 17
05	73 1263	25 65	14 42 0	79 17
58,06	1,073 3828	25 67	52 15 14 4	79 23
07	73 6395	25 66	15 46 8	79 20
08	73 8961	25 68	16 19 2	79 26
09	74 1529	25 68	16 51 6	79 26
10	74 4097	25 68	17 24 0	79 26
58,11	1,074 6665	25 69	52 17 56 4	79 29
12	74 9234	25 69	18 28 8	79 29
13	75 1803	25 70	19 01 2	79 32
14	75 4373	25 70	19 33 6	79 32
15	75 6943	25 71	20 06 0	79 35
58,16	1,075 9514	25 72	52 20 38 4	79 38
17	76 2086	25 72	21 10 8	79 38
18	76 4658	25 72	21 43 2	79 38
19	76 7230	25 73	22 15 6	79 41
20	76 9803	25 74	22 48 0	79 44
58,21	1,077 2377	25 74	52 23 20 4	79 44
22	77 4951	25 75	23 52 8	79 48
23	77 7526	25 75	24 25 2	79 46
24	78 0101	25 75	24 57 6	79 48
25	78 2676	25 77	25 30 0	79 54
58,26	1,078 5253	25 76	52 26 02 4	79 51
27	78 7829	25 77	26 34 8	79 54
28	79 0406	25 78	27 07 2	79 57
29	79 2984	25 79	27 39 6	79 60
30	79 5563	25 78	28 12 0	79 57
58,31	1,079 8141	25 80	52 28 44 4	79 63
32	80 0721	25 80	29 16 8	79 63
33	80 3301	25 80	29 49 2	79 63
34	80 5881	25 81	30 21 6	79 66
35	80 8462	25 81	30 54 0	79 66
58,36	1,081 1043	25 82	52 31 26 4	79 69
37	81 3626	25 83	31 58 8	79 72
38	81 6208	25 83	32 31 2	79 72
39	81 8791	25 84	33 03 6	79 75
40	82 1376	25 84	33 36 0	79 75
58,41	1,082 3959	25 84	52 34 08 4	79 75
42	82 6543	25 85	34 40 8	79 78
43	82 9128	25 86	35 13 2	79 81
44	83 1714	25 86	35 45 6	79 81
45	83 4300	25 87	36 18 0	79 85
58,46	1,083 6887	25 87	52 36 50 4	79 86
47	83 9474	25 88	37 22 8	79 88
48	84 2062	25 89	37 55 2	79 92
49	84 4651	25 88	38 27 6	79 88
50	84 7239		39 00 0	

N. E. $k=58°$ Gr. M.	Ꝉ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
58,50	1,084 7239	25 90	52 39 00 0	79 94
58,51	1,084 9829	25 90	52 39 32 4	79 94
52	85 2419	25 90	40 04 8	79 94
53	85 5009	25 91	40 37 2	79 97
54	85 7600	25 92	41 09 6	80 00
55	86 0192	25 92	41 42 0	80 00
58,56	1,086 2784	25 93	52 42 14 4	80 03
57	86 5377	25 93	42 46 8	80 03
58	86 7970	25 94	43 19 2	80 06
59	87 0564	25 94	43 51 6	80 06
60	87 3158	25 95	44 24 0	80 09
58,61	1,087 5753	25 95	52 44 56 4	80 09
62	87 8348	25 96	45 28 8	80 12
63	88 0944	25 96	46 01 2	80 12
64	88 3540	25 97	46 33 6	80 15
65	88 6137	25 97	47 06 0	80 15
58,66	1,088 8734	25 98	52 47 38 4	80 19
67	89 1332	25 99	48 10 8	80 22
68	89 3931	25 99	48 43 2	80 22
69	89 6530	26 00	49 15 6	80 25
70	89 9130	26 00	49 48 0	80 25
58,71	1,090 1730	26 00	52 50 20 4	80 25
72	90 4330	26 02	50 52 8	80 31
73	90 6932	26 01	51 25 2	80 28
74	90 9533	26 03	51 57 6	80 34
75	91 2136	26 03	52 30 0	80 34
58,76	1,091 4739	26 03	52 53 02 4	80 34
77	91 7342	26 04	53 34 8	80 37
78	91 9946	26 04	54 07 2	80 37
79	92 2550	26 05	54 39 6	80 40
80	92 5155	26 06	55 12 0	80 43
58,81	1,092 7761	26 06	52 55 44 4	80 43
82	93 0367	26 07	56 16 8	80 46
83	93 2974	26 07	56 49 2	80 46
84	93 5581	26 07	57 21 6	80 46
85	93 8188	26 09	57 54 0	80 52
58,86	1,094 0797	26 08	52 58 26 4	80 49
87	94 3405	26 10	58 58 8	80 56
88	94 6015	26 10	52 59 31 2	80 56
89	94 8625	26 10	53 00 03 6	80 56
90	94 1236	26 11	00 36 0	80 59
58,91	1,095 3846	26 12	53 01 08 4	80 62
92	95 6458	26 12	01 40 8	80 62
93	95 9070	26 12	02 13 2	80 62
94	96 1682	26 13	02 45 6	80 65
95	96 4295	26 14	03 18 0	80 68
58,96	1,096 6909	26 14	53 03 50 4	80 68
97	96 9523	26 15	04 22 8	80 71
98	97 2138	26 16	04 55 2	80 74
99	97 4754	26 16	05 27 6	80 74
59,00	97 7370		06 00 0	

N. E. k=59° Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
59,00	1,097 7370	26 16	53	06	00 0	80 74
59,01	1,097 9986	26 17	53	06	32 4	80 77
02	98 2603	26 17		07	04 8	80 77
03	98 5220	26 19		07	37 2	80 83
04	98 7839	26 18		08	09 6	80 80
05	99 0457	26 19		08	42 0	80 83
59,06	1,099 3076	26 20	53	09	14 4	80 86
07	99 5696	26 20		09	46 8	80 86
08	1,099 8316	26 21		10	19 2	80 89
09	1,100 0037	26 22		10	51 6	80 93
10	00 3559	26 22		11	24 0	80 93
59,11	1,100 6181	26 22	53	11	56 4	80 93
12	00 8803	26 23		12	28 8	80 96
13	01 1426	26 24		13	01 2	80 99
14	01 4050	26 24		13	33 6	80 99
15	01 6674	26 24		14	06 0	80 99
59,16	1,101 9298	26 26	53	14	38 4	81 05
17	02 1924	26 25		15	10 8	81 02
18	02 4549	26 27		15	43 2	81 08
19	02 7176	26 27		16	15 6	81 08
20	02 9803	26 27		16	48 0	81 08
59,21	1,103 2430	26 28	53	17	20 4	81 11
22	03 5058	26 29		17	52 8	81 14
23	03 7687	26 29		18	25 2	81 14
24	04 0316	26 29		18	57 6	81 14
25	04 2945	26 31		19	30 0	81 20
59,26	1,104 5576	26 30	53	20	02 4	81 17
27	04 8206	26 32		20	34 8	81 23
28	05 0838	26 31		21	07 2	81 20
29	05 3469	26 33		21	39 6	81 27
30	05 6102	26 33		22	12 0	81 27
59,31	1,105 8735	26 33	53	22	44 4	81 27
32	06 1368	26 35		23	16 8	81 33
33	06 4003	26 34		23	49 2	81 30
34	06 6637	26 36		24	21 6	81 36
35	06 9273	26 35		24	54 0	81 33
59,36	1,107 1908	26 37	53	25	26 4	81 39
37	07 4545	26 37		25	58 8	81 39
38	07 7182	26 38		26	31 2	81 42
39	07 9820	26 37		27	03 6	81 39
40	08 2457	26 39		27	36 0	81 45
59,41	1,108 5096	26 39	53	28	08 4	81 45
42	08 7735	26 39		28	40 8	81 45
43	09 0374	26 41		29	13 2	81 51
44	09 3015	26 40		29	45 6	81 48
45	09 5655	26 42		30	18 0	81 54
59,46	1,109 8297	26 42	53	30	50 4	81 54
47	10 0939	26 42		31	22 8	81 54
48	10 3581	26 43		31	55 2	81 57
49	10 6224	26 44		32	27 6	81 60
50	10 8868			33	00 0	
59,50	1,110 8868	26 44	53	33	00 0	81 60
59,51	1,111 1512	26 45	53	33	32 4	81 64
52	11 4157	26 45		34	04 8	81 64
53	11 6802	26 46		34	37 2	81 67
54	11 9448	26 46		35	09 6	81 67
55	12 2094	26 47		35	42 0	81 70
59,56	1,112 4741	26 48	53	36	14 4	81 73
57	12 7389	26 48		36	46 8	81 73
58	13 0037	26 49		37	19 2	81 76
59	13 2686	26 49		37	51 6	81 76
60	13 5335	26 50		38	24 0	81 79
59,61	1,113 7985	26 50	53	38	56 4	81 79
62	14 0635	26 51		39	28 8	81 82
63	14 3286	26 52		40	01 2	81 85
64	14 5938	26 52		40	33 6	81 85
65	14 8590	26 52		41	06 0	81 85
59,66	1,115 1242	26 54	53	41	38 4	81 91
67	15 3896	26 53		42	10 8	81 88
68	15 6549	26 55		42	43 2	81 94
69	15 9204	26 55		43	15 6	81 94
70	16 1859	26 55		43	48 0	81 94
59,71	1,116 4514	26 56	53	44	20 4	81 97
72	16 7170	26 57		44	52 8	82 01
73	16 9827	26 57		45	25 2	82 01
74	17 2484	26 58		45	57 6	82 04
75	17 5142	26 58		46	30 0	82 04
59,76	1,117 7800	26 59	53	47	02 4	82 07
77	18 0459	26 60		47	34 8	82 10
78	18 3119	26 60		48	07 2	82 10
79	18 5779	26 60		48	39 6	82 10
80	18 8439	26 62		49	12 0	82 16
59,81	1,119 1101	26 61	53	49	44 4	82 13
82	19 3762	26 63		50	16 8	82 19
83	19 6425	26 62		50	49 2	82 16
84	19 9087	26 64		51	21 6	82 22
85	20 1751	26 64		51	54 0	82 22
59,86	1,120 4415	26 65	53	52	26 4	82 25
87	20 7080	26 65		52	58 8	82 25
88	20 9745	26 66		53	31 2	82 28
89	21 2411	26 66		54	03 6	82 28
90	21 5077	26 67		54	36 0	82 31
59,91	1,121 7744	26 67	53	55	08 4	82 31
92	22 0411	26 68		55	40 8	82 35
93	22 3079	26 69		56	13 2	82 38
94	22 5748	26 69		56	45 6	82 38
95	22 8417	26 70		57	18 0	82 41
59,96	1,123 1087	26 70	53	57	50 4	82 41
97	23 3757	26 71		58	22 8	82 44
98	23 6428	26 72		58	55 2	82 47
99	23 9100	26 72	53	59	27 6	82 47
60,00	24 1772		54	00	00 0	

N. E. k=60° Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
60,00	1,124 1772	26 73	54	00	00 0	82 59
60,01	1,124 4445	26 73	54	00	32 4	82 60
02	24 7118	26 74		01	04 8	82 63
03	24 9792	26 74		01	37 2	82 63
04	25 2466	26 75		02	09 6	82 66
05	25 5141	26 76		02	42 0	82 59
60,06	1,125 7817	26 76	54	03	14 4	82 59
07	26 0493	26 77		03	46 8	82 62
08	26 3170	26 77		04	19 2	82 62
09	26 5847	26 78		04	51 6	82 68
10	26 8525	26 79		05	24 0	82 69
60,11	1,127 1204	26 79	54	05	56 4	82 69
12	27 3883	26 79		06	28 8	82 69
13	27 6562	26 80		07	01 2	82 72
14	27 9242	26 81		07	33 6	82 75
15	28 1923	26 82		08	06 0	82 78
60,16	1,128 4606	26 82	54	08	38 4	82 78
17	28 7287	26 82		09	10 8	82 78
18	28 9969	26 83		09	43 2	82 81
19	29 2652	26 84		10	15 6	82 84
20	29 5336	26 84		10	48 0	82 84
60,21	1,129 8020	26 86	54	11	20 4	82 87
22	30 0706	26 85		11	52 8	82 90
23	30 3391	26 86		12	25 2	82 90
24	30 6077	26 86		12	57 6	82 90
25	30 8763	26 88		13	30 0	82 96
60,26	1,131 1451	26 87	54	14	02 4	82 93
27	31 4138	26 89		14	34 8	82 99
28	31 6827	26 89		15	07 2	82 99
29	31 9516	26 89		15	39 6	82 99
30	32 2205	26 91		16	12 0	83 06
60,31	1,132 4896	26 90	54	16	44 4	83 02
32	32 7586	20 92		17	16 8	83 09
33	33 0278	26 92		17	49 2	83 09
34	33 2970	26 92		18	21 6	83 09
35	33 5662	26 93		18	54 0	83 12
60,36	1,133 8356	26 94	54	19	26 4	83 15
37	34 1049	26 94		19	58 8	83 15
38	34 3743	26 95		20	31 2	83 18
39	34 6438	26 96		21	03 6	83 21
40	34 9134	26 96		21	36 0	83 21
60,41	1,135 1830	26 96	54	22	08 4	83 21
42	35 4526	26 98		22	40 8	83 27
43	35 7224	26 97		23	13 2	83 24
44	35 9921	26 99		23	45 6	83 30
45	36 2620	26 99		24	18 0	83 30
60,46	1,136 5319	26 99	54	24	50 4	83 30
47	36 8018	27 01		25	22 8	83 36
48	37 0719	27 00		25	55 2	83 33
49	37 3419	27 02		26	27 6	83 39
50	37 6121			27	00 0	
60,50	1,137 6121	27 02	54	27	00 0	83 39
60,51	1,137 8823	27 02	54	27	32 4	83 39
52	38 1525	27 04		28	04 8	83 46
53	38 4229	27 03		28	37 2	83 43
54	38 6932	27 05		29	09 6	83 40
55	38 9637	27 05		29	42 0	83 49
60,56	1,139 2342	27 05	54	30	14 4	83 40
57	39 5047	27 06		30	46 8	83 52
58	39 7753	27 07		31	19 2	83 55
59	40 0460	27 08		31	51 6	83 58
60	40 3168	27 07		32	24 0	83 55
60,61	1,140 5875	27 09	54	32	56 4	83 61
62	40 8584	27 09		33	28 8	83 61
63	41 1293	27 10		34	01 2	83 64
64	41 4003	27 10		34	33 6	83 64
65	41 6713	27 11		35	06 0	83 67
60,66	1,141 9424	27 12	54	35	38 4	83 70
67	42 2136	27 12		36	10 8	83 70
68	42 4848	27 13		36	43 2	83 73
69	42 7561	27 13		37	15 6	83 70
70	43 0274	27 14		37	48 0	83 77
60,71	1,143 2988	27 14	54	38	20 4	83 77
72	43 5702	27 16		38	52 8	83 83
73	43 8418	27 15		39	25 2	83 80
74	44 1133	27 17		39	57 6	83 96
75	44 3850	27 17		40	30 0	83 86
60,76	1,144 6567	27 17	54	41	02 4	83 86
77	44 9284	27 18		41	34 8	83 89
78	45 2002	27 19		42	07 2	83 92
79	45 4721	27 19		42	39 6	83 92
80	45 7440	27 20		43	12 0	83 95
60,81	1,146 0160	27 21	54	43	44 4	83 98
82	46 2881	27 21		44	16 8	83 98
83	46 5602	27 22		44	49 2	84 01
84	46 8324	27 22		45	21 6	84 01
85	47 1046	27 23		45	54 0	84 04
60,86	1,147 3769	27 24	54	46	26 4	84 07
87	47 6493	27 24		46	58 8	84 07
88	47 9217	27 24		47	31 2	84 07
89	48 1941	27 26		48	03 6	84 14
90	48 4667	27 26		48	36 0	84 14
60,91	1,148 7393	27 27	54	49	08 4	84 17
92	49 0120	27 27		49	40 8	84 17
93	49 2847	27 28		50	13 2	84 20
94	49 5575	27 28		50	45 6	84 20
95	49 8303	27 29		51	18 0	84 23
60,96	1,150 1032	27 30	54	51	50 4	84 26
97	50 3762	27 30		52	22 8	84 26
98	50 6492	27 31		52	55 2	84 29
99	50 9223	27 31		53	27 6	84 29
61,00	51 1954			54	00 0	

N. E. $k=61°$ Gr. M.	ℒ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
61,00	1,151 1954	27 33	54 54 00 0	84 35
61,01	1,151 4687	27 32	54 54 32 4	84 32
02	51 7419	27 34	55 04 8	84 38
03	52 0153	27 34	55 37 2	84 38
04	52 2887	27 34	56 09 6	84 38
05	52 5621	27 35	56 42 0	84 41
61,06	1,152 8356	27 36	54 57 14 4	84 44
07	53 1092	27 36	57 46 8	84 44
08	53 3828	27 37	58 19 2	84 46
09	53 6565	27 38	58 51 6	84 51
10	53 9303	27 38	59 24 0	84 51
61,11	1,154 2041	27 39	54 59 56 4	84 54
12	54 4780	27 39	55 00 28 8	84 54
13	54 7519	27 40	01 01 2	84 57
14	55 0259	27 41	01 33 6	84 60
15	55 3000	27 41	02 06 0	84 60
61,16	1,155 5741	27 42	55 02 38 4	84 63
17	55 8483	27 43	03 10 8	84 66
18	56 1226	27 43	03 43 2	84 66
19	56 3969	27 44	04 15 6	84 69
20	56 6713	27 44	04 48 0	84 69
61,21	1,156 9457	27 46	55 05 20 4	84 72
22	57 2202	27 46	05 52 8	84 75
23	57 4948	27 46	06 25 2	84 75
24	57 7694	27 47	06 57 6	84 78
25	58 0441	27 47	07 30 0	84 78
61,26	1,158 3188	27 49	55 08 02 4	84 85
27	58 5937	27 48	08 34 8	84 81
28	58 8685	27 50	09 07 2	84 88
29	59 1435	27 50	09 39 6	84 88
30	59 4185	27 50	10 12 0	84 88
61,31	1,159 6935	27 51	55 10 44 4	84 91
32	59 9686	27 52	11 16 8	84 94
33	60 2438	27 53	11 49 2	84 97
34	60 5191	27 53	12 21 6	84 97
35	60 7944	27 53	12 54 0	84 97
61,36	1,161 0697	27 55	55 13 26 4	85 03
37	61 3452	27 55	13 58 8	85 03
38	61 6207	27 55	14 31 2	85 03
39	61 8962	27 56	15 03 6	85 06
40	62 1718	27 57	15 36 0	85 09
61,41	1,162 4475	27 58	55 16 08 4	85 12
42	62 7233	27 58	16 40 8	85 12
43	62 9991	27 58	17 13 2	85 12
44	63 2749	27 60	17 45 6	85 18
45	63 5509	27 60	18 18 0	85 18
61,46	1,163 8269	27 60	55 18 50 4	85 18
47	64 1029	27 61	19 22 8	85 22
48	64 3790	27 62	19 55 2	85 25
49	64 6552	27 63	20 27 6	85 28
50	64 9315		21 00 0	

N. E. $k=61°$ Gr. M.	ℒ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
61,50	1,164 9315	27 63	55 21 00 0	85 28
61,51	1,165 2078	27 63	55 21 32 4	85 28
52	65 4841	27 65	22 04 8	85 31
53	65 7606	27 65	22 37 2	85 34
54	66 0371	27 65	23 09 6	85 34
55	66 3136	27 66	23 42 0	85 37
61,56	1,166 5902	27 67	55 24 14 4	85 40
57	66 8669	27 68	24 46 8	85 43
58	67 1437	27 68	25 19 2	85 43
59	67 4205	27 69	25 51 6	85 46
60	67 6974	27 69	26 24 0	85 46
61,61	1,167 9743	27 70	55 26 56 4	85 49
62	68 2513	27 71	27 28 8	85 52
63	68 5284	27 71	28 01 2	85 52
64	68 8055	27 72	28 33 6	85 56
65	69 0827	27 72	29 06 0	85 56
61,66	1,169 3599	27 73	55 29 38 4	85 59
67	69 6372	27 74	30 10 8	85 62
68	69 9146	27 75	30 43 2	85 65
69	70 1921	27 75	31 15 6	85 65
70	70 4696	27 75	31 48 0	85 65
61,71	1,170 7471	27 77	55 32 20 4	85 71
72	71 0248	27 77	32 52 8	85 71
73	71 3025	27 77	33 25 2	85 71
74	71 5802	27 78	33 57 6	85 74
75	71 8580	27 79	34 30 0	85 77
61,76	1,172 1359	27 80	55 35 02 4	85 80
77	72 4139	27 80	35 34 8	85 80
78	72 6919	27 81	36 07 2	85 83
79	72 9700	27 81	36 39 6	85 83
80	73 2481	27 82	37 12 0	85 86
61,81	1,173 5263	27 83	55 37 44 4	85 89
82	73 8046	27 83	38 16 8	85 89
83	74 0829	27 84	38 49 2	85 93
84	74 3613	27 85	39 21 6	85 96
85	74 6398	27 85	39 54 0	85 96
61,86	1,174 9183	27 86	55 40 26 4	85 99
87	75 1969	27 87	40 58 8	86 02
88	75 4756	27 87	41 31 2	86 02
89	75 7543	27 88	42 03 6	86 05
90	76 0331	27 88	42 36 0	86 05
61,91	1,176 3119	27 89	55 43 08 4	86 08
92	76 5908	27 90	43 40 8	86 11
93	76 8698	27 90	44 13 2	86 11
94	77 1488	27 92	44 45 6	86 17
95	77 4280	27 91	45 18 0	86 14
61,96	1,177 7071	27 93	55 45 50 4	86 20
97	77 9864	27 93	46 22 8	86 20
98	78 2657	27 93	46 55 2	86 20
99	78 5450	27 95	47 27 6	86 27
62,00	78 8245		48 00 0	

N. E. k=62°	L. k.	D. 1″.	Alte Einth.	D. 1″.
Gr. M.			Gr. M. S.	
62,00	1,178 8246	27 96	55 48 00 0	86 27
62,01	1,179 1040	27 96	55 48 32 4	86 27
02	79 3836	27 96	49 04 8	86 30
03	79 6631	27 97	49 37 2	86 33
04	79 9428	27 98	50 09 6	86 36
05	80 2226	27 98	50 42 0	86 36
62,06	1,180 5024	27 99	55 51 14 4	86 39
07	80 7823	27 99	51 46 8	86 39
08	81 0622	28 00	52 19 2	86 42
09	81 3422	28 01	52 51 6	86 45
10	81 6223	28 01	53 24 0	86 45
62,11	1,181 9024	28 02	55 53 56 4	86 48
12	82 1826	28 03	54 28 8	86 51
13	82 4629	28 03	55 01 2	86 51
14	82 7432	28 04	55 33 6	86 54
15	83 0236	28 05	56 06 0	86 57
62,16	1,183 3041	28 05	55 56 38 4	86 57
17	83 5846	28 06	57 10 8	86 60
18	83 8652	28 07	57 43 2	86 64
19	84 1459	28 07	58 15 6	86 64
20	84 4266	28 08	58 48 0	86 67
62,21	1,184 7074	28 09	55 59 20 4	86 70
22	84 9883	28 09	55 59 52 8	86 70
23	85 2692	28 10	56 00 25 2	86 73
24	85 5502	28 10	00 57 6	86 73
25	85 8312	28 11	01 30 0	86 76
62,26	1,186 1123	28 12	56 02 02 4	86 79
27	86 3935	28 13	02 34 8	86 82
28	86 6748	28 13	03 07 2	86 82
29	86 9561	28 14	03 39 6	86 85
30	87 2375	28 14	04 12 0	86 85
62,31	1,187 5189	28 15	56 04 44 4	86 88
32	87 8004	28 16	05 16 8	86 91
33	88 0820	28 17	05 49 2	86 94
34	88 3637	28 17	06 21 6	86 94
35	88 6454	28 17	06 54 0	86 94
62,36	1,188 9271	28 19	56 07 26 4	87 01
37	89 2090	28 19	07 58 8	87 01
38	89 4909	28 20	08 31 2	87 04
39	89 7729	28 20	09 03 6	87 04
40	90 0549	28 21	09 36 0	87 07
62,41	1,190 3370	28 22	56 10 08 4	87 10
42	90 6192	28 22	10 40 8	87 10
43	90 9014	28 23	11 13 2	87 13
44	91 1837	28 24	11 45 6	87 16
45	91 4661	28 24	12 18 0	87 16
62,46	1,191 7485	28 25	56 12 50 4	87 19
47	92 0310	28 26	13 22 8	87 22
48	92 3136	28 26	13 55 2	87 22
49	92 5962	28 27	14 27 6	87 25
50	92 8789		15 00 0	

N. E. k=62°	L. k.	D. 1″.	Alte Einth.	D. 1″.
Gr. M.			Gr. M. S.	
62,50	1,192 8789	28 28	56 15 00 0	87 28
62,51	1,193 1617	28 28	56 15 32 4	87 28
52	93 4445	28 29	16 04 8	87 31
53	93 7274	28 30	16 37 2	87 35
54	94 0104	28 31	17 09 6	87 38
55	94 2935	28 31	17 42 0	87 38
62,56	1,194 5766	28 31	56 18 14 4	87 38
57	94 8597	28 33	18 46 8	87 44
58	95 1430	28 33	19 19 2	87 44
59	95 4263	28 33	19 51 6	87 44
60	95 7096	28 35	20 24 0	87 50
62,61	1,195 9931	28 35	56 20 56 4	87 50
62	96 2766	28 36	21 28 8	87 53
63	96 5602	28 36	22 01 2	87 53
64	96 8438	28 37	22 33 6	87 56
65	97 1275	28 38	23 06 0	87 59
62,66	1,197 4113	28 38	56 23 38 4	87 59
67	97 6951	28 39	24 10 8	87 62
68	97 9790	28 40	24 43 2	87 65
69	98 2630	28 40	25 15 6	87 65
70	98 5470	28 41	25 48 0	87 68
62,71	1,198 8311	28 42	56 26 20 4	87 72
72	99 1153	28 42	26 52 8	87 72
73	99 3995	28 43	27 25 2	87 75
74	99 6838	28 44	27 57 6	87 78
75	99 9682	28 45	28 30 0	87 81
62,76	1,200 2527	28 45	56 29 02 4	87 81
77	00 5372	28 45	29 34 8	87 81
78	00 8217	28 47	30 07 2	87 87
79	01 1064	28 47	30 39 6	87 87
80	01 3911	28 48	31 12 0	87 90
62,81	1,201 6759	28 48	56 31 44 4	87 90
82	01 9607	28 50	32 16 8	87 96
83	02 2457	28 49	32 49 2	87 93
84	02 5306	28 51	33 21 6	87 99
85	02 8157	28 51	33 54 0	87 90
62,86	1,203 1008	28 52	56 34 26 4	88 02
87	03 3860	28 53	34 58 8	88 05
88	03 6713	28 53	35 31 2	88 05
89	03 9566	28 54	36 03 6	88 09
90	04 2420	28 54	36 36 0	88 09
62,91	1,204 5274	28 56	56 37 08 4	88 15
92	04 8130	28 56	37 40 8	88 15
93	05 0986	28 56	38 13 2	88 15
94	05 3842	28 58	38 45 6	88 21
95	05 6700	28 58	39 18 0	88 21
62,96	1,205 9558	28 58	56 39 50 4	88 21
97	06 2416	28 60	40 22 8	88 27
98	06 5276	28 60	40 55 2	88 27
99	06 8136	28 60	41 27 6	88 27
63,00	07 0996		42 00 0	

N. E. k=63° Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
63,00	1,207 0996	28 62	56 42 00 0	88 33
63,01	1,207 3858	28 62	56 42 32 4	88 33
02	07 6720	28 63	43 04 8	88 36
03	07 9583	28 63	43 37 2	88 36
04	08 2446	28 64	44 09 6	88 39
05	08 5310	28 65	44 42 0	88 43
63,06	1,208 8175	28 66	56 45 14 4	88 46
07	09 1041	28 66	45 46 8	88 46
08	09 3907	28 67	46 19 2	88 49
09	09 6774	28 67	46 51 6	88 49
10	09 9641	28 69	47 24 0	88 55
63,11	1,210 2510	28 69	56 47 56 4	88 55
12	10 5379	28 69	48 28 8	88 55
13	10 8248	28 71	49 01 2	88 61
14	11 1119	28 71	49 33 6	88 61
15	11 3990	28 72	50 06 0	88 64
63,16	1,211 6862	28 72	56 50 38 4	88 64
17	11 9734	28 73	51 10 8	88 67
18	12 2607	28 74	51 43 2	88 70
19	12 5481	28 74	52 15 6	88 70
20	12 8355	28 75	52 48 0	88 73
63,21	1,213 1230	28 76	56 53 20 4	88 77
22	13 4106	28 77	53 52 8	88 80
23	13 6983	28 77	54 25 2	88 80
24	13 9860	28 78	54 57 6	88 83
25	14 2738	28 79	55 30 0	88 86
63,26	1,214 5617	28 79	56 56 02 4	88 86
27	14 8496	28 80	56 34 8	88 89
28	15 1376	28 81	57 07 2	88 92
29	15 4257	28 81	57 39 6	88 92
30	15 7138	28 82	58 12 0	88 95
63,31	1,216 0020	28 83	56 58 44 4	88 98
32	16 2903	28 84	59 16 8	89 01
33	16 5787	28 84	56 59 49 2	89 01
34	16 8671	28 85	57 00 21 6	89 04
35	17 1556	28 86	00 54 0	89 07
63,36	1,217 4442	28 86	57 01 26 4	89 07
37	17 7328	28 87	01 58 8	89 10
38	18 0215	28 88	02 31 2	89 14
39	18 3103	28 88	03 03 6	89 14
40	18 5991	28 89	03 36 0	89 17
63,41	1,218 8880	28 90	57 04 08 4	89 20
42	19 1770	28 90	04 40 8	89 20
43	19 4660	28 92	05 13 2	89 26
44	19 7552	28 92	05 45 6	89 26
45	20 0444	28 92	06 18 0	89 26
63,46	1,220 3336	28 93	57 06 50 4	89 29
47	20 6229	28 94	07 22 8	89 32
48	20 9123	28 96	07 55 2	89 35
49	21 2018	28 96	08 27 6	89 38
50	21 4906		09 00 0	
63,50	1,221 4906	28 96	57 09 00 0	89 38
63,51	1,221 7810	28 97	57 09 32 4	89 41
52	22 0707	28 97	10 04 8	89 41
53	22 3604	28 98	10 37 2	89 44
54	22 6502	28 99	11 09 6	89 47
55	22 9401	29 00	11 42 0	89 51
63,56	1,223 2301	29 01	57 12 14 4	89 54
57	23 5202	29 01	12 46 8	89 54
58	23 8103	29 01	13 19 2	89 54
59	24 1004	29 03	13 51 6	89 60
60	24 3907	29 03	14 24 0	89 60
63,61	1,224 6810	29 04	57 14 56 4	89 63
62	24 9714	29 05	15 28 8	89 66
63	25 2619	29 05	16 01 2	89 66
64	25 5524	29 06	16 33 6	89 69
65	25 8430	29 07	17 06 0	89 72
63,66	1,226 1337	29 07	57 17 38 4	89 72
67	26 4244	29 08	18 10 8	89 75
68	26 7152	29 09	18 43 2	89 78
69	27 0061	29 10	19 15 6	89 81
70	27 2971	29 10	19 48 0	89 81
63,71	1,227 5881	29 11	57 20 20 4	89 85
72	27 8792	29 12	20 52 8	89 88
73	28 1704	29 12	21 25 2	89 88
74	28 4616	29 14	21 57 6	89 94
75	28 7530	29 14	22 30 0	89 94
63,76	1,229 0444	29 14	57 23 02 4	89 94
77	29 3358	29 16	23 34 8	90 00
78	29 6274	29 16	24 07 2	90 00
79	29 9190	29 16	24 39 6	90 00
80	30 2106	29 18	25 12 0	90 06
63,81	1,230 5024	29 18	57 25 44 4	90 06
82	30 7942	29 19	26 16 8	90 09
83	31 0861	29 20	26 49 2	90 12
84	31 3781	29 20	27 21 6	90 12
85	31 6701	29 21	27 54 0	90 15
63,86	1,231 9622	29 22	57 28 26 4	90 19
87	32 2544	29 22	28 58 8	90 19
88	32 5466	29 24	29 31 2	90 25
89	32 8390	29 23	30 03 6	90 22
90	33 1313	29 25	30 36 0	90 28
63,91	1,233 4238	29 26	57 31 08 4	90 31
92	33 7164	29 26	31 40 8	90 31
93	34 0090	29 26	32 13 2	90 31
94	34 3016	29 28	32 45 6	90 37
95	34 5944	29 28	33 18 0	90 37
63,96	1,234 8872	29 29	57 33 50 4	90 40
97	35 1801	29 30	34 22 8	90 43
98	35 4731	29 30	34 55 2	90 43
99	35 7661	29 32	35 27 6	90 49
64,00	36 0593		36 00 0	

N. E. $k=64°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
64,00	1,236 0693	29 31	57	36	00 0	90 46
64,01	1,236 3524	29 33	57	36	32 4	90 52
02	36 6467	29 33		37	04 8	90 52
03	36 9390	29 35		37	37 2	90 59
04	37 2325	29 34		38	09 6	90 56
05	37 5259	29 36		38	42 0	90 62
64,06	1,237 8195	29 36	57	39	14 4	90 62
07	38 1131	29 37		39	46 8	90 65
08	38 4068	29 38		40	19 2	90 68
09	38 7006	29 38		40	51 6	90 68
10	38 9944	29 39		41	24 0	90 71
64,11	1,239 2883	29 40	57	41	56 4	90 74
12	39 5823	29 41		42	28 8	90 77
13	39 8764	29 41		43	01 2	90 77
14	40 1706	29 42		43	33 6	90 80
15	40 4647	29 43		44	06 0	90 83
64,16	1,240 7590	29 44	57	44	38 4	90 86
17	41 0534	29 44		45	10 8	90 86
18	41 3478	29 45		45	43 2	90 90
19	41 6423	29 46		46	15 6	90 93
20	41 9369	29 47		46	48 0	90 96
64,21	1,242 2316	29 47	57	47	20 4	90 96
22	42 5263	29 48		47	52 8	90 99
23	42 8211	29 48		48	25 2	90 99
24	43 1159	29 50		48	57 6	91 05
25	43 4109	29 50		49	30 0	91 05
64,26	1,243 7059	29 51	57	50	02 4	91 08
27	44 0010	29 52		50	34 8	91 11
28	44 2962	29 52		51	07 2	91 11
29	44 5914	29 53		51	39 6	91 14
30	44 8867	29 54		52	12 0	91 17
64,31	1,245 1821	29 55	57	52	44 4	91 20
32	45 4776	29 56		53	16 8	91 23
33	45 7731	29 56		53	49 2	91 23
34	46 0687	29 57		54	21 6	91 27
35	46 3644	29 58		54	54 0	91 30
64,36	1,246 6602	29 58	57	55	26 4	91 30
37	46 9560	29 59		55	58 8	91 33
38	47 2519	29 60		56	31 2	91 36
39	47 5479	29 60		57	03 6	91 36
40	47 8439	29 61		57	36 0	91 39
64,41	1,248 1400	29 62	57	58	08 4	91 42
42	48 4362	29 63		58	40 8	91 45
43	48 7325	29 64		59	13 2	91 48
44	49 0289	29 64	57	59	45 6	91 48
45	40 3253	29 65	58	00	18 0	91 51
64,46	1,240 6218	29 66	58	00	50 4	91 54
47	49 9184	29 66		01	22 8	91 54
48	50 2150	29 67		01	55 2	91 57
49	50 5117	29 68		02	27 6	91 60
50	50 8085			03	30 0	
64,50	1,250 8085	29 69	58	03	00 0	91 64
64,51	1,251 1054	29 70	58	03	32 4	91 67
52	51 4024	29 70		04	04 8	91 67
53	51 6994	29 71		04	37 2	91 70
54	51 9965	29 72		05	09 6	91 73
55	52 2937	29 72		05	42 0	91 73
64,56	1,252 5909	29 73	58	06	14 4	91 76
57	52 8882	29 74		06	46 8	91 79
58	53 1856	29 75		07	19 2	91 82
59	53 4831	29 76		07	51 6	91 85
60	53 7807	29 76		08	24 0	91 85
64,61	1,254 0783	29 77	58	08	56 4	91 88
62	54 3760	29 78		09	28 8	91 91
63	54 6738	29 78		10	01 2	91 91
64	54 9716	29 79		10	33 6	91 94
65	55 2696	29 80		11	06 0	91 98
64,66	1,255 5675	29 81	58	11	38 4	92 01
67	55 8656	29 82		12	10 8	92 04
68	56 1638	29 82		12	43 2	92 04
69	56 4620	29 83		13	15 6	92 07
70	56 7603	29 84		13	48 0	92 10
64,71	1,257 0587	29 84	58	14	20 4	92 10
72	57 3571	29 86		14	52 8	92 16
73	57 6557	29 86		15	25 2	92 16
74	57 9543	29 86		15	57 6	92 16
75	58 2529	29 88		16	30 0	92 22
64,76	1,258 5517	29 88	58	17	02 4	92 22
77	58 8505	29 89		17	34 8	92 25
78	59 1494	29 90		18	07 2	92 28
79	59 4484	29 91		18	39 6	92 31
80	59 7475	29 91		19	12 0	92 31
64,81	1,260 0466	29 92	58	19	44 4	92 35
82	60 3458	29 93		20	16 8	92 38
83	60 6451	29 94		20	49 2	92 41
84	60 9445	29 94		21	21 6	92 41
85	61 2439	29 96		21	54 0	92 47
64,86	1,261 5435	29 06	58	22	26 4	92 47
87	61 8431	29 96		22	58 8	92 47
88	62 1427	29 98		23	31 2	92 53
89	62 4425	29 98		24	03 6	92 53
90	62 7423	29 99		24	36 0	92 56
64,91	1,263 0422	30 00	58	25	08 4	92 59
92	63 3422	30 00		25	40 8	92 59
93	63 6422	30 02		26	13 2	92 65
94	63 9424	30 02		26	45 6	92 65
95	64 2426	30 03		27	18 0	92 69
64,96	1,264 5429	30 03	58	27	50 4	92 69
97	64 8432	30 06		28	22 8	92 75
98	65 1437	30 05		28	55 2	92 75
99	65 4442	30 06		29	27 6	92 78
65,00	65 7448			30	00 0	

N. E. k=65° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.	N. E. k=65° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
65,00	1,265 7448	30 07	58 30 00 0	92 81	65,50	1,280 8737	30 46	58 57 00 0	94 01
65,01	1,266 0455	30 07	58 30 32 4	92 81	65,51	1,281 1783	20 46	58 57 32 4	94 01
02	66 3462	30 08	31 04 8	92 84	52	81 4829	30 48	58 04 8	94 07
03	66 6470	30 09	31 37 2	92 87	53	81 7877	30 48	58 37 2	94 07
04	66 9479	30 10	32 09 6	92 90	54	82 0925	30 49	59 09 6	94 10
05	67 2489	30 11	32 42 0	92 93	55	82 3974	30 50	58 59 42 0	94 14
65,06	1,267 5500	30 11	58 33 14 4	92 93	65,56	1,282 7024	30 50	59 00 14 4	94 14
07	67 8511	30 12	33 46 8	92 96	57	83 0074	30 52	00 46 8	94 20
08	68 1523	30 13	34 19 2	92 99	58	83 3126	30 52	01 19 2	94 20
09	68 4536	30 13	34 51 6	92 99	59	83 6178	30 53	01 51 6	94 23
10	68 7549	30 15	35 24 0	93 06	60	83 9231	30 54	02 24 0	94 26
65,11	1,269 0564	30 15	58 35 56 4	93 06	65,61	1,284 2285	30 54	59 02 56 4	94 26
12	69 3579	30 16	36 28 8	93 09	62	84 5339	30 56	03 28 8	94 32
13	69 6595	30 17	37 01 2	93 12	63	84 8395	30 56	04 01 2	94 32
14	69 9612	30 17	37 33 6	93 12	64	85 1461	30 57	04 33 6	94 35
15	70 2629	30 19	38 06 0	93 18	65	85 4508	30 58	05 06 0	94 38
65,16	1,270 5648	30 19	58 38 38 4	93 18	65,66	1,285 7566	30 58	59 05 38 4	94 38
17	70 8667	30 20	39 10 8	93 21	67	86 0624	30 60	06 10 8	94 44
18	71 1687	30 20	39 43 2	93 21	68	86 3684	30 60	06 43 2	94 44
19	71 4707	30 22	40 15 6	93 27	69	86 6744	30 61	07 15 6	94 48
20	71 7729	30 22	40 48 0	93 27	70	86 9805	30 62	07 48 0	94 51
65,21	1,272 0751	30 23	58 41 20 4	93 30	65,71	1,287 2867	30 63	59 08 20 4	94 54
22	72 3774	30 24	41 52 8	93 33	72	87 5930	30 63	08 52 8	94 54
23	72 6798	30 24	42 25 2	93 33	73	87 8993	30 64	09 25 2	94 57
24	72 9822	30 24	42 57 6	93 33	74	88 2057	30 65	00 57 6	94 60
25	73 2848	30 26	43 30 0	93 40	75	88 5122	30 66	10 30 0	94 63
65,26	1,273 5874	30 27	58 44 02 4	93 43	65,76	1,288 8188	30 67	59 11 02 4	94 66
27	73 8901	30 27	44 34 8	93 43	77	89 1255	30 67	11 34 8	94 66
28	74 1928	30 29	45 07 2	93 49	78	89 4322	30 69	12 07 2	94 72
29	74 4957	30 29	45 39 6	93 49	79	89 7391	30 69	12 39 6	94 72
30	74 7986	30 30	46 12 0	93 52	80	90 0460	30 70	13 12 0	94 75
65,31	1,275 1016	30 31	58 46 44 4	93 55	65,81	1,290 3530	30 70	59 13 44 4	94 75
32	75 4047	30 32	47 16 8	93 58	82	90 6600	30 72	14 16 8	94 81
33	75 7079	30 32	47 49 2	93 58	83	90 9672	30 72	14 49 2	94 81
34	76 0111	30 33	48 21 6	93 61	84	91 2744	30 73	15 21 6	94 85
35	76 3144	30 34	48 54 0	93 64	85	91 5817	30 74	15 54 0	94 88
65,36	1,276 6178	30 35	58 49 26 4	93 67	65,86	1,291 8891	30 75	59 16 26 4	94 91
37	76 9213	30 35	49 58 8	93 67	87	92 1966	30 76	16 58 8	94 94
38	77 2248	30 37	50 31 2	93 73	88	92 5042	30 76	17 31 2	94 94
39	77 5285	30 37	51 03 6	93 73	89	92 8118	30 77	18 03 6	94 97
40	72 8322	30 38	51 36 0	93 77	90	93 1195	30 78	18 36 0	95 00
65,41	1,278 1360	30 39	58 52 08 4	93 80	65,91	1,293 4273	30 79	59 19 08 4	95 03
42	78 4399	30 39	52 40 8	93 80	92	93 7352	30 80	19 40 8	95 06
43	78 7438	30 40	53 13 2	93 83	93	94 0432	30 80	20 13 2	95 06
44	79 0478	30 42	53 45 6	93 89	94	94 3512	30 82	20 45 6	95 12
45	79 3520	30 41	54 18 0	93 86	95	94 6594	30 82	21 18 0	95 12
65,46	1,279 6561	30 43	58 54 50 4	93 92	65,96	1,294 9676	30 83	59 21 50 4	95 15
47	79 9604	30 43	55 22 8	93 92	97	95 2759	30 83	22 22 8	95 15
48	80 2647	30 45	55 55 2	93 98	98	95 5842	30 85	22 55 2	95 22
49	80 5692	30 45	56 27 6	93 98	99	95 8927	30 85	23 27 6	95 22
50	80 8737		57 00 0		66,00	96 2012		24 00 0	

N. E. k=66° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
66,00	1,296 2012	30 87	59	24	00 0	96 28
66,01	1,296 5099	30 87	59	24	32 4	95 28
02	96 8186	30 88		25	04 8	95 31
03	97 1274	30 88		25	37 2	95 31
04	97 4362	30 90		26	09 6	95 37
05	97 7452	30 90		26	42 0	95 37
66,06	1,298 0542	30 91	59	27	14 4	95 40
07	98 3633	30 92		27	46 8	95 43
08	98 6725	30 93		28	19 2	95 46
09	98 9818	30 93		28	51 6	95 46
10	99 2911	30 95		29	24 0	95 52
66,11	1,299 6006	30 96	59	29	56 4	95 52
12	1,299 9101	30 96		30	28 8	95 56
13	1,300 2197	30 97		31	01 2	95 59
14	00 5294	30 98		31	33 6	95 62
15	00 8392	30 98		32	06 0	95 62
66,16	1,301 1490	31 00	59	32	38 4	95 68
17	01 4590	31 00		33	10 8	95 68
18	01 7690	31 01		33	43 2	95 71
19	02 0791	31 02		34	15 6	95 74
20	02 3893	31 03		34	48 0	95 77
66,21	1,302 6996	31 03	59	35	20 4	95 77
22	03 0099	31 05		35	52 8	95 83
23	03 3204	31 05		36	25 2	95 83
24	03 6309	31 06		36	57 6	95 86
25	03 9415	31 07		37	30 0	95 90
66,26	1,304 2522	31 07	59	38	02 4	95 90
27	04 5629	31 09		38	34 8	95 96
28	04 8738	31 09		39	07 2	95 96
29	05 1847	31 10		39	39 6	95 99
30	05 4957	31 11		40	12 0	96 02
66,31	1,305 8068	31 12	59	40	44 4	96 05
32	06 1180	31 13		41	16 8	96 08
33	06 4293	31 13		41	49 2	96 08
34	06 7406	31 15		42	21 6	96 14
35	07 0521	31 15		42	54 0	96 14
66,36	1,307 3636	31 16	59	43	26 4	96 17
37	07 6752	31 17		43	58 8	96 20
38	07 9869	31 18		44	31 2	96 23
39	08 2987	31 18		45	03 6	96 23
40	08 6105	31 20		45	36 0	96 30
66,41	1,308 9225	31 20	59	46	08 4	96 30
42	09 2345	31 21		46	40 8	96 33
43	09 5466	31 22		47	13 2	96 36
44	09 8588	31 23		47	45 6	96 39
45	10 1711	31 23		48	18 0	96 39
66,46	1,310 4834	31 25	59	48	50 4	96 45
47	10 7959	31 25		49	22 8	96 45
48	11 1084	31 26		49	55 2	96 48
49	11 4210	31 27		50	27 6	96 51
50	11 7337			51	00 0	

N. E. k=66° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
66,50	1,311 7337	31 28	59	51	00 0	96 54
66,51	1,312 0465	31 29	59	51	32 4	96 57
52	12 3594	31 29		52	04 8	96 57
53	12 6723	31 31		52	37 2	96 64
54	12 9854	31 31		53	09 6	96 64
55	13 2985	31 32		53	42 0	96 67
66,56	1,313 6117	31 33	59	54	14 4	96 70
57	13 9250	31 34		54	46 8	96 73
58	14 2384	31 34		55	19 2	96 73
59	14 5518	31 36		55	51 6	96 79
60	14 8654	31 36		56	24 0	96 79
66,61	1,315 1790	31 37	59	56	56 4	96 82
62	15 4927	31 38		57	28 8	96 85
63	15 8065	31 39		58	01 2	96 88
64	16 1204	31 40		58	33 6	96 91
65	16 4344	31 41		59	06 0	96 94
66,66	1,316 7485	31 41	59	59	38 4	96 94
67	17 0626	31 42	60	00	10 8	96 98
68	17 3768	31 44		00	43 2	97 04
69	17 6912	31 44		01	15 6	97 04
70	18 0056	31 44		01	48 0	97 04
66,71	1,318 3200	31 46	60	02	20 4	97 10
72	18 6346	31 47		02	52 8	97 13
73	18 9493	31 47		03	25 2	97 13
74	19 2640	31 49		03	57 6	97 19
75	19 5789	31 49		04	30 0	97 19
66,76	1,319 8938	31 50	60	05	02 4	97 22
77	20 2088	31 51		05	34 8	97 25
78	20 5239	31 51		06	07 2	97 25
79	20 8390	31 53		06	30 6	97 31
80	21 1543	31 54		07	12 0	97 34
66,81	1,321 4697	31 54	60	07	44 4	97 35
82	21 7851	31 55		08	16 8	97 38
83	22 1006	31 56		08	49 2	97 41
84	22 4162	31 57		09	21 6	97 44
85	22 7319	31 58		09	54 0	97 47
66,86	1,3223 0477	31 58	60	10	26 4	97 47
87	23 3635	31 60		10	58 8	97 53
88	23 6795	31 60		11	31 2	97 53
89	23 9955	31 62		12	03 6	97 59
90	24 3117	31 62		12	36 0	97 59
66,91	1,324 6279	31 63	60	13	08 4	97 62
92	24 9442	31 64		13	40 8	97 65
93	25 2606	31 64		14	13 2	97 65
94	25 5770	31 66		14	45 6	97 72
95	25 8936	31 66		15	18 0	97 72
66,96	1,326 2102	31 68	60	15	50 4	97 78
97	26 5270	31 68		16	22 8	97 78
98	26 8438	31 69		16	55 2	97 81
99	27 1607	31 70		17	27 6	97 84
67,00	27 4777			18	00 0	

N. E. k=67° Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
67,00	1,327 4777	31 71	60 18 00 0	97 87
67,01	1,327 7948	31 72	60 18 32 4	97 90
02	28 1120	31 72	19 04 8	97 90
03	28 4292	31 74	19 37 2	97 96
04	28 7466	31 74	20 09 6	97 96
05	29 0640	31 75	20 42 0	97 99
67,06	1,329 3815	31 76	60 21 14 4	98 02
07	29 6991	31 77	21 46 8	98 05
08	30 0168	31 78	22 19 2	98 09
09	30 3346	31 79	22 51 6	98 12
10	30 6525	31 79	23 24 0	98 12
67,11	1,330 9704	31 81	60 23 56 4	98 18
12	31 2885	31 81	24 28 8	98 18
13	31 6066	31 82	25 01 2	98 21
14	31 9248	31 83	25 33 6	98 24
15	32 2431	31 84	26 06 0	98 27
67,16	1,332 5615	31 85	60 26 38 4	98 30
17	32 8800	31 86	27 10 8	98 33
18	33 1986	31 87	27 43 2	98 36
19	33 5173	31 87	28 15 6	98 36
20	33 8360	31 88	28 48 0	98 40
67,21	1,334 1548	31 90	60 29 20 4	98 86
22	34 4738	31 90	29 52 8	98 46
23	34 7928	31 91	30 25 2	98 49
24	35 1119	31 92	30 57 6	98 52
25	35 4311	31 93	31 30 0	98 55
67,26	1,335 7504	31 94	60 32 02 4	98 58
27	36 0698	31 94	32 34 8	98 58
28	36 3892	31 96	33 07 2	98 64
29	36 7088	31 96	33 39 6	98 64
30	37 0284	31 97	34 12 0	98 67
67,31	1,337 3481	31 99	60 34 44 4	98 73
32	37 6680	31 99	35 16 8	98 73
33	37 9879	32 00	35 49 2	98 77
34	38 3079	32 00	36 21 6	98 77
35	38 6279	32 02	36 54 0	98 83
67,36	1,338 9481	32 03	60 37 26 4	98 86
37	39 2684	32 03	37 58 8	98 86
38	39 5887	32 05	38 31 2	98 92
39	39 9092	32 05	39 03 6	98 92
40	40 2297	32 06	39 36 0	98 95
67,41	1,340 5503	32 07	60 40 08 4	98 98
42	40 8710	32 08	40 40 8	99 01
43	41 1918	32 09	41 13 2	99 04
44	41 5127	32 10	41 45 6	99 07
45	41 8337	32 11	42 18 0	99 10
67,46	1,342 1548	32 11	60 42 50 4	99 10
47	42 4759	32 13	43 22 8	99 17
48	42 7972	32 13	43 55 2	99 17
49	43 1185	32 15	44 27 6	99 23
50	43 4400		45 00 0	

N. E. k=67° Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
67,50	1,343 4400	32 16	60 45 00 0	99 23
67,51	1,343 7615	32 16	60 45 32 4	99 26
52	44 0831	32 17	46 04 8	99 29
53	44 4048	32 18	46 37 2	99 32
54	44 7266	32 19	47 09 6	99 35
55	45 0485	32 19	47 42 0	99 35
67,56	1,345 3704	32 21	60 48 14 4	99 41
57	45 6925	32 21	48 46 8	99 41
58	46 0146	32 23	49 19 2	99 46
59	46 3369	32 23	49 51 6	99 48
60	46 6592	32 24	50 24 0	99 51
67,61	1,346 9816	32 26	60 50 56 4	99 57
62	47 3042	32 26	51 28 8	99 57
63	47 6268	32 27	52 01 2	99 60
64	47 9495	32 28	52 33 6	99 63
65	48 2723	32 28	53 06 0	99 63
67,66	1,348 5951	32 30	60 53 38 4	99 69
67	48 9181	32 31	54 10 8	99 72
68	49 2412	32 31	54 43 2	99 72
69	49 5643	32 33	55 15 6	99 78
70	49 8876	32 33	55 48 0	99 78
67,71	1,350 2109	32 34	60 56 20 4	99 81
72	50 5343	32 35	56 52 8	99 85
73	50 8578	32 37	57 25 2	99 91
74	51 1815	32 37	57 57 6	99 91
75	51 5052	32 38	58 30 0	99 94
67,76	1,351 8290	32 38	60 59 02 4	99 94
77	52 1528	32 40	60 59 34 8	100 00
78	52 4768	32 41	61 00 07 2	100 03
79	52 8009	32 41	00 39 6	100 03
80	53 1250	32 43	01 12 0	100 09
67,81	1,353 4493	32 43	61 01 44 4	100 09
82	53 7736	32 45	02 16 8	100 15
83	54 0981	32 45	02 49 2	100 15
84	54 4226	32 46	03 21 6	100 19
85	54 7472	32 47	03 54 0	100 22
67,86	1,355 0719	32 48	61 04 26 4	100 25
87	55 3967	32 49	04 58 8	100 28
88	55 7216	32 50	05 31 2	100 31
89	56 0466	32 51	06 03 6	100 34
90	56 3717	32 52	06 36 0	100 37
67,91	1,356 6969	32 53	61 07 08 4	100 40
92	57 0222	32 53	07 40 8	100 43
93	57 3475	32 55	08 13 2	100 46
94	57 6730	32 55	08 45 6	100 46
95	57 9985	32 57	09 18 0	100 52
67,96	1,358 3242	32 57	61 09 50 4	100 52
97	58 6499	32 58	10 22 8	100 55
98	58 9757	32 59	10 55 2	100 58
99	59 3016	32 61	11 27 6	100 65
68,00	59 6277		12 00 0	

N. E. $k=68°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
68,00	1,369 6277	32 61	61 12 00 0	100 66
68,01	1,369 9538	32 62	61 12 32 4	100 68
02	60 2800	32 62	13 04 8	100 68
03	60 6062	32 64	13 37 2	100 74
04	60 9326	32 65	14 09 6	100 77
05	61 2591	32 66	14 42 0	100 80
68,06	1,361 5857	32 66	61 15 14 4	100 80
07	61 9123	32 68	15 46 8	100 86
08	62 2391	32 69	16 19 2	100 90
09	62 5660	32 69	16 51 6	100 90
10	62 8929	32 70	17 24 0	100 93
68,11	1,363 2199	32 72	61 17 56 4	100 99
12	63 5471	32 72	18 28 8	100 99
13	63 8743	32 73	19 01 2	101 02
14	64 2016	32 74	19 33 6	101 05
15	64 5290	32 75	20 06 0	101 08
68,16	1,364 8565	32 76	61 20 38 4	101 08
17	65 1842	32 76	21 10 8	101 11
18	65 5118	32 78	21 43 2	101 17
19	65 8396	32 79	22 15 6	101 20
20	66 1675	32 80	22 48 0	101 23
68,21	1,366 4955	32 81	61 23 20 4	101 27
22	66 8236	32 82	23 52 8	101 30
23	67 1518	32 82	24 25 2	101 30
24	67 4800	32 84	24 57 6	101 36
25	67 8084	32 84	25 30 0	101 36
68,26	1,368 1368	32 86	61 26 02 4	101 42
27	68 4654	32 86	26 34 8	101 42
28	68 7940	32 88	27 07 2	101 48
29	69 1228	32 88	27 39 6	101 48
30	69 4516	32 89	28 12 0	101 51
68,31	1,369 7805	32 91	61 28 44 4	101 57
32	70 1096	32 91	29 16 8	101 57
33	70 4387	32 92	29 49 2	101 60
34	70 7679	32 93	30 21 6	101 64
35	71 0072	32 94	30 54 0	101 67
68,36	1,371 4266	32 95	61 31 26 4	101 70
37	71 7561	32 96	31 58 8	101 73
38	72 0857	32 97	32 31 2	101 76
39	72 4154	32 98	33 03 6	101 79
40	72 7452	32 98	33 36 0	101 79
68,41	1,373 0750	33 00	61 34 08 4	101 85
42	73 4050	33 01	34 40 8	101 88
43	73 7351	33 02	35 13 2	101 91
44	74 0653	33 02	35 45 6	101 91
45	74 3955	33 04	36 18 0	101 98
68,46	1,374 7259	33 05	61 36 50 4	102 01
47	75 0564	33 05	37 22 8	102 01
48	75 3869	33 07	37 55 2	102 07
49	75 7176	33 07	38 27 6	102 07
50	76 0483		39 00 0	

N. E. $k=68°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
68,50	1,376 0483	33 08	61 39 00 0	102 10
68,51	1,376 3791	33 10	61 39 32 4	102 16
52	76 7101	33 10	40 04 8	102 16
53	77 0411	33 11	40 37 2	102 19
54	77 3722	33 13	41 09 6	102 25
55	77 7035	33 13	41 42 0	102 25
68,56	1,378 0348	33 14	61 42 14 4	102 28
57	78 3662	33 15	42 46 8	102 31
58	78 7977	33 17	43 19 2	102 38
59	79 0294	33 17	43 51 6	102 38
60	79 3611	33 18	44 24 0	102 41
68,61	1,379 6029	33 19	61 44 56 4	102 44
62	80 0248	33 20	45 28 8	102 47
63	80 3568	33 21	46 01 2	102 50
64	80 6889	33 22	46 33 6	102 53
65	81 0211	33 23	47 06 0	102 56
68,66	1,381 3534	33 24	61 47 38 4	102 59
67	81 6858	33 24	48 10 8	102 59
68	82 0182	33 26	48 43 2	102 65
69	82 3508	33 27	49 15 6	102 69
70	82 6835	33 28	49 48 0	102 72
68,71	1,383 0163	33 29	61 50 20 4	102 75
72	83 3492	33 30	50 52 8	102 78
73	83 6822	33 30	51 25 2	102 78
74	84 0152	33 32	51 57 6	102 84
75	84 3484	33 33	52 30 0	102 87
68,76	1,384 6817	33 34	61 53 02 4	102 90
77	85 0151	33 34	53 34 8	102 90
78	85 3485	33 36	54 07 2	102 96
79	85 6821	33 36	54 39 6	102 96
80	86 0157	33 38	55 12 0	103 02
68,81	1,386 3495	33 39	61 55 44 4	103 05
82	86 6834	33 39	56 16 8	103 05
83	87 0173	33 41	56 49 2	103 12
84	87 3514	33 41	57 21 6	103 12
85	87 6855	33 43	57 54 0	103 18
68,86	1,388 0198	33 43	61 58 26 4	103 18
87	88 3541	33 45	58 58 8	103 24
88	88 6886	33 45	61 59 31 2	103 24
89	89 0231	33 47	62 00 03 6	103 30
90	89 3578	33 47	00 36 0	103 30
68,91	1,389 6925	33 49	62 01 08 4	103 36
92	90 0274	33 49	01 40 8	103 36
93	90 3623	33 51	02 13 2	103 43
94	90 6974	33 51	02 45 6	103 43
95	91 0325	33 53	03 18 0	103 49
68,96	1,391 3678	33 53	62 03 50 4	103 49
97	91 7031	33 55	04 22 8	103 55
98	92 0386	33 55	04 55 2	103 55
99	92 3741	33 56	05 27 6	103 58
69,00	92 7097		06 00 0	

N. E. $k = 69°$	$\mathfrak{L}.\ k.$	D. 1″.	Alte Einth.	D. 1″.
Gr. M.			Gr. M. S.	
69,00	1,392 7097	33 58	62 06 00 0	103 64
69,01	1,393 0455	33 58	62 06 32 4	103 64
02	93 3813	33 59	07 04 8	103 67
03	93 7172	33 61	07 37 2	103 73
04	94 0533	33 61	08 09 6	103 73
05	94 3894	33 63	08 42 0	103 80
69,06	1,394 7257	33 63	62 09 14 4	103 80
07	95 0620	33 64	09 46 8	103 83
08	95 3984	33 66	10 19 2	103 89
09	95 7350	33 66	10 51 6	103 89
10	96 0716	33 68	11 24 0	103 95
69,11	1,396 4084	33 68	62 11 56 4	103 95
12	96 7452	33 69	12 28 8	103 98
13	97 0821	33 71	13 01 2	104 04
14	97 4192	33 71	13 33 6	104 04
15	97 7563	33 73	14 06 0	104 10
69,16	1,398 0936	33 73	62 14 38 4	104 10
17	98 4309	33 75	15 10 8	104 17
18	98 7684	33 75	15 43 2	104 17
19	99 1059	33 77	16 15 6	104 23
20	99 4436	33 77	16 48 0	104 23
69,21	1,399 7813	33 78	62 17 20 4	104 26
22	1,400 1191	33 80	17 52 8	104 32
23	00 4571	33 80	18 25 2	104 32
24	00 7951	33 82	18 57 6	104 38
25	01 1333	33 82	19 30 0	104 38
69,26	1,401 4715	33 84	62 20 02 4	104 44
27	01 8099	33 84	20 34 8	104 44
28	02 1483	33 86	21 07 2	104 51
29	02 4869	33 87	21 39 6	104 54
30	02 8256	33 87	22 12 0	104 54
69,31	1,403 1643	33 89	62 22 44 4	104 60
32	03 5032	33 89	23 16 8	104 60
33	03 8421	33 91	23 49 2	104 66
34	04 1812	33 92	24 21 6	104 69
35	04 5204	33 93	24 54 0	104 72
69,36	1,404 8597	33 93	62 25 26 4	104 72
37	05 1990	33 95	25 58 8	104 78
38	05 5385	33 96	26 31 2	104 81
39	05 8781	33 97	27 03 6	104 85
40	06 2178	33 97	27 36 0	104 85
69,41	1,406 5575	33 99	62 28 08 4	104 91
42	06 8974	34 00	28 40 8	104 94
43	07 2374	34 01	29 13 2	104 97
44	07 5775	34 02	29 45 6	105 00
45	07 9177	34 03	30 18 0	105 03
69,46	1,408 2580	34 04	62 30 50 4	105 06
47	08 5984	34 05	31 22 8	105 09
48	08 9389	34 06	31 55 2	105 12
49	09 2795	34 07	32 27 6	105 15
50	09 6202		33 00 0	

N. E. $k = 69°$	$\mathfrak{L}.\ k.$	D. 1″.	Alte Einth.	D. 1″.
Gr. M.			Gr. M. S.	
69,50	1,409 6202	34 08	62 33 00 0	105 19
69,51	1,409 9610	34 09	62 33 32 4	105 22
52	10 3019	34 10	34 04 8	105 25
53	10 6429	34 11	34 37 2	105 28
54	10 9840	34 12	35 09 6	105 31
55	11 3252	34 14	35 42 0	105 37
69,56	1,411 6666	34 14	62 36 14 4	105 37
57	12 0080	34 15	36 46 8	105 40
58	12 3495	34 16	37 19 2	105 43
59	12 6911	34 18	37 51 6	105 49
60	13 0329	34 18	38 24 0	105 49
69,61	1,413 3747	34 20	62 38 56 4	105 56
62	13 7167	34 20	39 28 8	105 56
63	14 0587	34 22	40 01 2	105 62
64	14 4009	34 22	40 33 6	105 62
65	14 7431	34 24	41 06 0	105 68
69,66	1,415 0855	34 25	62 41 38 4	105 71
67	15 4280	34 25	42 10 8	105 71
68	15 7705	34 27	42 43 2	105 77
69	16 1132	34 28	43 15 6	105 80
70	16 4560	34 29	43 48 0	105 83
69,71	1,416 7989	34 29	62 44 20 4	105 83
72	17 1418	34 31	44 52 8	105 90
73	17 4849	34 32	45 25 2	105 93
74	17 8281	34 33	45 57 6	105 96
75	18 1714	34 34	46 30 0	105 99
69,76	1,418 5148	34 35	62 47 02 4	106 02
77	18 8583	34 36	47 34 8	106 05
78	19 2019	34 37	48 07 2	106 08
79	19 5456	34 39	48 39 6	106 14
80	19 8895	34 40	49 12 0	106 17
69,81	1,420 2335	34 40	62 49 44 4	106 17
82	20 5775	34 41	50 16 8	106 20
83	20 9216	34 43	50 49 2	106 27
84	21 2659	34 43	51 21 6	106 27
85	21 6102	34 45	51 54 0	106 33
69,86	1,421 9547	34 46	62 52 26 4	106 36
87	22 2993	34 46	52 58 8	106 36
88	22 6439	34 48	53 31 2	106 42
89	22 9887	34 49	54 03 6	106 45
90	23 3336	34 50	54 36 0	106 48
69,91	1,423 6786	34 51	62 55 08 4	106 51
92	24 0237	34 52	55 40 8	106 54
93	24 3689	34 53	56 13 2	106 57
94	24 7142	34 54	56 45 6	106 60
95	25 0596	34 55	57 18 0	106 64
69,96	1,425 4051	34 56	62 57 50 4	106 67
97	25 7507	34 58	58 22 8	106 73
98	26 0965	34 58	58 55 2	106 73
99	26 4423	34 59	62 59 27 6	106 76
70,00	26 7882		63 00 00 0	

N. E. $k=70°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
70,00	1,426 7882	34 61	63 00 00 0	106 82
70,01	1,427 1343	34 62	63 00 32 4	106 85
02	27 4806	34 62	01 04 8	106 85
03	27 8267	34 64	01 37 2	106 91
04	28 1731	34 65	02 09 6	106 94
05	28 5196	34 66	02 42 0	106 98
70,06	1,428 8662	34 67	63 03 14 4	107 01
07	29 2129	34 68	03 46 8	107 04
08	29 5597	34 69	04 19 2	107 07
09	29 9066	34 70	04 51 6	107 10
10	30 2536	34 71	05 24 0	107 13
70,11	1,430 6007	34 72	63 05 56 4	107 16
12	30 9479	34 74	06 28 8	107 22
13	31 2953	34 74	07 01 2	107 22
14	31 6427	34 76	07 33 6	107 28
15	31 9903	34 76	08 06 0	107 28
70,16	1,432 3379	34 78	63 08 38 4	107 35
17	32 6857	34 79	09 10 8	107 38
18	33 0336	34 79	09 43 2	107 38
19	33 3815	34 81	10 15 6	107 44
20	33 7296	43 82	10 48 0	107 47
70,21	1,434 0778	34 83	63 11 20 4	107 50
22	34 4261	34 85	11 52 8	107 56
23	34 7746	34 85	12 25 2	107 56
24	35 1231	34 86	12 57 6	107 59
25	35 4717	34 88	13 30 0	107 65
70,26	1,435 8205	34 88	63 14 02 4	107 56
27	36 1693	34 90	14 34 8	107 72
28	36 5183	34 90	15 07 2	107 72
29	36 8673	34 92	15 39 6	107 78
30	37 2165	34 93	16 12 0	107 81
70,31	1,437 5658	34 94	63 16 44 4	107 84
32	37 9152	34 95	17 16 8	107 87
33	38 2647	34 96	17 49 2	107 90
34	38 6143	34 97	18 21 6	701 93
35	38 9640	34 99	18 54 0	107 99
70,36	1,439 3139	34 99	63 19 26 4	107 99
37	39 6618	35 01	19 58 8	108 06
38	40 0139	35 01	20 31 2	108 06
39	40 3640	35 03	21 03 6	108 12
40	40 7143	35 04	21 36 0	108 15
70,41	1,441 0647	35 05	63 22 08 4	108 18
42	41 4152	35 05	22 40 8	108 18
43	41 7657	35 08	23 13 2	108 27
44	42 1166	35 08	23 45 6	108 27
45	42 4673	35 09	24 18 0	108 30
70,46	1,442 8182	35 10	63 24 50 4	108 33
47	43 1692	35 12	25 22 8	108 40
48	43 5204	35 12	25 55 2	108 40
49	43 8716	35 14	26 27 6	108 46
50	44 2230		27 00 0	

N. E. $k=70°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
70,50	1,444 2230	35 15	63 27 00 0	108 49
70,51	1,444 5745	35 16	63 27 32 4	108 52
52	44 9261	35 17	28 04 8	108 55
53	45 2778	35 18	28 37 2	108 58
54	45 6296	35 19	29 09 6	108 61
55	45 9815	35 21	29 42 0	108 67
70,56	1,446 3336	35 21	63 30 14 4	108 67
57	46 6857	35 23	30 46 8	108 73
58	47 0380	35 23	31 19 2	108 73
59	47 3903	35 25	31 51 6	108 80
60	47 7428	35 26	32 24 0	108 83
70,61	1,448 0954	35 27	63 32 56 4	108 86
62	48 4481	35 28	33 28 8	108 89
63	48 8009	35 29	34 01 2	108 92
64	49 1538	35 31	34 33 6	108 98
65	49 5069	35 31	35 06 0	108 98
70,66	1,449 8600	35 33	63 35 38 4	109 04
67	50 2133	35 34	36 10 8	109 07
68	50 5667	35 34	36 43 2	109 02
69	50 9201	35 36	37 15 6	109 14
70	51 2737	35 37	37 48 0	109 17
70,71	1,451 6274	35 39	63 38 20 4	109 23
72	51 9813	35 39	38 52 8	109 23
73	52 3352	35 40	39 25 2	109 26
74	52 6892	35 42	39 57 6	109 32
75	53 0434	35 43	40 30 0	109 35
70,76	1,463 3977	35 43	63 41 02 4	109 35
77	53 7520	35 46	41 34 8	109 41
78	54 1066	35 46	42 07 2	109 44
79	54 4611	35 48	42 39 6	109 51
80	54 8159	35 48	43 12 0	109 51
70,81	1,455 1707	35 49	63 43 44 4	109 54
82	55 5256	35 51	44 16 8	109 60
83	55 8807	35 52	44 49 2	109 63
84	56 2359	35 52	45 21 6	109 63
85	56 5911	35 54	45 54 0	109 69
70,86	1,456 9465	35 56	63 46 26 4	109 75
87	57 3021	35 56	46 58 8	109 75
88	57 6577	35 57	47 31 2	109 78
89	58 0134	35 59	48 03 6	109 85
90	58 3693	35 59	48 36 0	109 85
70,91	1,458 7252	35 61	63 49 08 4	109 91
92	59 0813	35 62	49 40 8	109 94
93	59 4375	35 63	50 13 2	190 97
94	59 7938	35 64	50 45 6	110 00
95	60 1502	35 65	51 18 0	110 03
70,96	1,460 5067	35 67	63 51 50 4	110 09
97	60 8634	35 68	52 22 8	110 12
98	61 2202	35 68	52 55 2	110 12
99	61 5770	35 70	53 27 6	110 19
71,00	61 9340		54 00 0	

N. E. k=71° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
71,00	1,461 9340	35 71	63 54 00 0	110 22
71,01	1,462 2911	35 73	63 54 32 4	110 28
02	62 6484	35 73	55 04 8	110 28
03	63 0057	35 75	55 37 2	110 34
04	63 3632	35 75	56 09 6	110 34
05	63 7207	35 77	56 42 0	110 40
71,06	1,464 0784	35 78	63 57 14 4	110 43
07	64 4362	35 79	57 46 8	110 46
08	64 7941	35 80	58 19 2	110 49
09	65 1521	35 82	58 51 6	110 56
10	65 5103	35 82	59 24 0	110 56
71,11	1,465 8685	35 84	63 59 56 4	110 62
12	66 2269	35 85	64 00 28 8	110 65
13	66 5854	35 86	01 01 2	110 68
14	66 9440	35 87	01 33 6	110 71
15	67 3027	35 88	02 06 0	110 74
71,16	1,467 6615	35 90	64 02 38 4	110 80
17	68 0205	35 90	03 10 8	110 80
18	68 3795	35 92	03 43 2	110 86
19	68 7387	35 93	04 15 6	110 90
20	69 0980	35 94	04 48 0	110 93
71,21	1,469 4574	35 96	64 05 20 4	110 99
22	69 8170	35 96	05 52 8	110 99
23	70 1766	35 98	06 25 2	111 05
24	70 5364	35 98	06 57 6	111 05
25	70 8962	36 00	07 30 0	111 11
71,26	1,471 2562	36 01	64 08 02 4	111 14
27	71 6163	36 03	08 34 8	111 20
28	71 9766	36 03	09 07 2	111 20
29	72 3369	36 05	09 39 6	111 27
30	72 6974	36 06	10 12 0	111 30
71,31	1,473 0580	36 07	64 10 44 4	111 33
32	73 4187	36 08	11 16 8	111 36
33	73 7795	36 09	11 49 2	111 39
34	74 1404	36 10	12 21 6	111 42
35	74 5014	36 12	12 54 0	111 48
71,36	1,474 8626	36 13	64 13 26 4	111 51
37	75 2239	36 14	13 58 8	111 54
38	75 5853	36 15	14 31 2	111 57
39	75 9468	36 17	15 03 6	111 64
40	76 3085	36 17	15 36 0	111 64
71,41	1,476 6702	36 19	64 16 08 4	111 70
42	77 0321	36 20	16 40 8	111 73
43	77 3941	36 21	17 13 2	111 76
44	77 7562	36 22	17 46 6	111 79
45	78 1184	36 23	18 18 0	111 82
71,46	1,478 4807	36 25	64 18 50 4	111 88
47	78 8432	36 26	19 22 8	111 91
48	79 2058	36 27	19 55 2	111 94
49	79 5685	36 28	20 27 6	111 98
50	79 9313		21 00 0	

N. E. k=71° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
71,50	1,479 9313	36 29	64 21 00 0	112 01
71,51	1,480 2942	36 31	64 21 32 4	112 07
52	80 6573	36 32	22 04 8	112 10
53	81 0206	36 33	22 37 2	112 13
54	81 3838	36 34	23 09 6	112 16
55	81 7472	36 35	23 42 0	112 19
71,56	1,482 1107	36 37	64 24 14 4	112 25
57	82 4744	36 37	24 46 8	112 25
58	82 8381	36 39	25 19 2	112 31
59	83 2020	36 40	25 51 6	112 35
60	83 5660	36 42	26 24 0	112 41
71,61	1,483 9302	36 42	64 26 56 4	112 41
62	84 2944	36 44	27 28 8	112 47
63	84 6588	36 46	28 01 2	112 50
64	85 0233	36 46	28 33 6	112 53
65	85 3879	36 47	29 06 0	112 56
71,66	1,485 7526	36 48	64 29 38 4	112 59
67	86 1174	36 50	30 10 8	112 65
68	86 4824	36 51	30 43 2	112 69
69	86 8475	36 52	31 15 6	112 72
70	87 2127	36 53	31 48 0	112 75
71,71	1,487 5780	36 55	64 32 20 4	112 81
72	87 9435	36 55	32 52 8	112 81
73	88 3090	36 57	33 25 2	112 87
74	88 6747	36 58	33 57 6	112 90
75	89 0405	36 60	34 30 0	112 96
71,76	1,489 4065	36 60	64 35 02 4	112 96
77	89 7725	36 62	35 34 8	113 02
78	90 1387	36 63	36 07 2	113 06
79	90 5050	36 64	36 39 6	113 09
80	90 8714	36 66	37 12 0	113 15
71,81	1,491 2380	36 66	64 37 44 4	113 15
82	91 6046	36 68	38 16 8	113 21
83	91 9714	36 69	38 49 2	113 24
84	92 3383	36 70	39 21 6	113 27
85	92 7053	36 72	39 54 0	113 33
71,86	1,493 0725	36 73	64 40 26 4	113 36
87	93 4398	36 74	40 58 8	113 40
88	93 8072	36 75	41 31 2	113 43
89	94 1747	36 76	42 03 6	113 46
90	94 5423	36 78	42 36 0	113 52
71,91	1,494 9101	36 78	64 43 08 4	113 52
92	95 2779	36 80	43 40 8	113 58
93	95 6459	36 82	44 13 2	113 64
94	96 0141	36 82	44 45 6	113 64
95	96 3823	63 84	45 18 0	113 70
71,96	1,496 7507	36 85	64 45 50 4	113 73
97	97 1192	36 86	46 22 8	113 77
98	97 4878	36 87	46 55 2	113 80
99	97 8565	36 89	47 27 6	113 86
72,00	98 2264		48 00 0	

N. E. $k=72°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
72,00	1,498 2254	36 90	64	48	00 0	113 89
72,01	1,498 5944	36 91	64	48	32 4	113 92
02	98 9635	36 92		49	04 8	113 96
03	99 3327	36 94		49	37 2	114 01
04	1,499 7021	36 94		50	09 6	114 01
05	1,500 0715	36 96		50	42 0	114 07
72,06	1,500 4411	36 98	64	51	14 4	114 10
07	00 8109	36 98		51	46 8	114 14
08	01 1807	37 00		52	19 2	114 20
09	01 5507	37 01		52	51 6	114 23
10	01 9208	37 02		53	24 0	114 26
72,11	1,502 2910	37 03	64	53	56 4	114 29
12	02 6613	37 05		54	28 8	114 35
13	03 0318	37 06		55	01 2	114 38
14	03 4024	37 07		55	33 6	114 41
15	03 7731	37 09		56	06 0	114 48
72,16	1,504 1440	37 09	64	56	38 4	114 48
17	04 5149	37 11		57	10 8	114 54
18	04 8860	37 12		57	43 2	114 57
19	05 2572	37 14		58	15 6	114 63
20	05 6286	37 15		58	48 0	114 66
72,21	1,506 0001	37 15	64	59	20 4	114 66
22	06 3716	37 18	64	59	52 8	114 75
23	06 7434	37 18	65	00	25 2	114 75
24	07 1152	37 20		00	57 6	114 81
25	07 4872	37 21		01	30 0	114 85
72,26	1,507 8593	37 22	65	02	02 4	114 88
27	08 2315	37 23		02	34 8	114 91
28	08 6038	37 25		03	07 2	114 97
29	08 9763	37 26		03	39 6	115 00
30	09 3489	37 27		04	12 0	115 03
72,31	1,509 7216	37 29	65	04	44 4	115 09
32	10 0945	37 29		05	16 8	115 09
33	10 4674	37 31		05	49 2	115 14
34	10 8405	37 33		06	21 6	115 22
35	11 2138	37 33		06	54 0	115 22
72,36	1,511 5871	37 35	65	07	26 4	115 28
37	11 9606	37 36		07	58 8	115 31
38	12 3342	37 37		08	31 2	115 34
39	12 7079	37 39		09	03 6	115 40
40	13 0818	37 40		09	36 0	115 43
72,41	1,513 4558	37 41	65	10	08 4	115 46
42	13 8299	37 42		10	40 8	115 49
43	14 2041	37 44		11	13 2	115 56
44	14 5785	37 45		11	45 6	115 59
45	14 9530	37 46		12	18 0	115 62
72,46	1,515 3276	37 48	65	12	50 4	115 68
47	15 7024	37 48		13	22 8	115 68
48	16 0772	37 50		13	55 2	115 74
49	16 4522	37 52		14	27 6	115 80
50	16 8274			15	00 0	

N. E. $k=72°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1″.
72,50	1,516 8274	37 52	65	15	00 0	115 80
72,51	1,517 2026	37 54	65	15	32 4	115 86
52	17 5780	37 55		16	04 8	115 90
53	17 9535	37 57		16	37 2	115 96
54	18 3292	37 58		17	09 6	115 99
55	18 7050	37 59		17	42 0	116 02
72,56	1,519 0809	37 60	65	18	14 4	116 06
57	19 4569	37 62		18	46 8	116 11
58	19 8331	37 62		19	19 2	116 11
59	20 2093	37 65		19	51 6	116 20
60	20 5858	37 65		20	24 0	116 20
72,61	1,520 9623	37 67	65	20	56 4	116 27
62	21 3390	37 68		21	28 8	116 30
63	21 7158	37 69		22	01 2	116 33
64	22 0927	37 71		22	33 6	116 39
65	22 4698	37 71		23	06 0	116 39
72,66	1,522 8469	37 74	65	23	38 4	116 48
67	23 2243	37 74		24	10 8	116 48
68	23 6017	37 76		24	43 2	116 54
69	23 9793	37 77		25	15 6	116 57
70	24 3570	37 78		25	48 0	116 60
72,71	1,524 7348	37 80	65	26	20 4	116 67
72	25 1128	37 81		26	52 8	116 70
73	25 4909	37 82		27	25 2	116 73
74	25 8691	37 84		27	57 6	116 79
75	26 2475	37 85		28	30 0	116 82
72,76	1,526 6260	37 86	65	29	02 4	116 85
77	27 0046	37 88		29	34 8	116 91
78	27 3834	37 88		30	07 2	116 91
79	27 7622	37 90		30	39 6	116 98
80	28 1412	37 92		31	12 0	117 04
72,81	1,528 5204	37 92	65	31	44 4	117 04
82	28 9096	37 94		32	16 8	117 10
83	29 2790	37 96		32	49 2	117 16
84	29 6586	37 96		33	21 6	117 16
85	30 0382	37 98		33	54 0	117 22
72,86	1,530 4180	38 00	65	34	26 4	117 28
87	30 7980	38 00		34	58 8	117 28
88	31 1780	38 02		35	31 2	117 35
89	31 5582	38 03		36	03 6	117 38
90	31 9385	38 05		36	36 0	117 44
72,91	1,532 3190	38 06	65	37	08 4	117 47
92	32 6996	38 07		37	40 8	117 50
93	33 0803	38 09		38	13 2	117 56
94	33 4612	38 09		38	45 6	117 56
95	33 8421	38 12		39	18 0	117 65
72,96	1,534 2233	38 12	65	39	50 4	117 65
97	34 6045	38 14		40	22 8	117 72
98	34 9859	38 15		40	55 2	117 75
99	35 3674	38 16		41	27 6	117 78
73,00	35 7490			42	00 0	

N. E. $k=73°$ Gr. M.	Ł. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1''.
73,00	1,536 7490	38 18	65 42 00 0	117 84
73,01	1,536 1308	38 19	66 42 32 4	117 87
02	36 5127	38 21	43 04 8	117 93
03	36 8948	38 21	43 37 2	117 93
04	37 2769	38 24	44 09 6	118 02
05	37 6593	38 24	44 42 0	118 02
73,06	1,538 0417	38 26	65 45 14 4	118 09
07	38 4243	38 27	45 46 8	118 12
08	38 8070	38 28	46 19 2	118 15
09	39 1898	38 30	46 51 6	118 21
10	39 5728	38 31	47 24 0	118 24
73,11	1,539 9569	38 33	65 47 56 4	118 30
12	40 3392	38 33	48 28 8	118 30
13	40 7225	38 36	49 01 2	118 40
14	41 1061	38 36	49 33 6	118 40
15	41 4897	38 38	50 06 0	118 46
73,16	1,541 8735	38 39	65 50 38 4	118 49
17	42 2574	38 41	51 10 8	118 55
18	42 6415	38 41	51 43 2	118 55
19	43 0256	38 44	52 15 6	118 64
20	43 4100	38 44	52 48 0	118 64
73,21	1,543 7944	38 46	65 53 20 4	118 70
22	44 1790	38 47	53 52 8	118 73
23	44 5637	38 49	54 25 2	118 80
24	44 9486	38 50	54 57 6	118 83
25	45 3336	38 51	55 30 0	118 86
73,26	1,545 7187	38 53	65 56 02 4	118 92
27	46 1040	38 54	56 34 8	118 95
28	46 4894	38 55	57 07 2	118 98
29	46 8749	38 57	57 39 6	119 04
30	47 2006	38 58	58 12 0	119 07
73,31	1,547 6464	38 59	65 58 44 4	119 10
32	48 0323	38 61	59 16 8	119 17
33	48 4184	38 62	65 59 49 2	119 20
34	48 8046	38 64	66 00 21 6	119 26
35	49 1910	38 65	00 54 0	119 29
73,36	1,549 5775	38 66	66 01 26 4	119 32
37	49 9641	38 68	01 58 8	119 38
38	50 3509	38 69	02 31 2	119 41
39	50 7378	38 70	03 03 6	119 44
40	51 1248	38 72	03 36 0	119 51
73,41	1,551 5120	38 73	66 04 08 4	119 54
42	51 8993	38 75	04 40 8	119 60
43	52 2868	38 75	05 13 2	119 60
44	52 6743	38 78	05 45 6	119 69
45	53 0621	38 78	06 18 0	119 69
73,46	1,553 4499	38 80	66 06 50 4	119 75
47	53 8379	38 82	07 22 8	119 81
48	54 2261	38 82	07 55 2	119 81
49	54 6143	38 84	08 27 6	119 88
50	55 0027		09 00 0	

N. E. $k=73°$ Gr. M.	Ł. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1''.
73,50	1,555 0027	38 86	66 09 00 0	119 94
73,51	1,555 3913	38 87	66 09 32 4	119 97
52	55 7800	38 88	10 04 8	120 00
53	56 1688	38 90	10 37 2	120 06
54	56 5578	38 91	11 09 6	120 09
55	56 9469	38 92	11 42 0	120 12
73,56	1,557 3361	38 94	66 12 14 4	120 19
57	57 7255	38 95	12 46 8	120 22
58	58 1150	38 97	13 19 2	120 28
59	58 5047	38 98	13 51 6	120 31
60	58 8945	38 99	14 24 0	120 34
73,61	1,559 2844	39 01	66 14 56 4	120 40
62	59 6745	39 02	15 28 8	120 43
63	60 0647	39 03	16 01 2	120 46
64	60 4550	39 05	16 33 6	120 52
65	60 8455	39 07	17 06 0	120 59
73,66	1,561 2362	39 08	66 17 38 4	120 62
67	61 6270	39 09	18 10 8	120 65
68	62 0179	39 10	18 43 2	120 68
69	62 4089	39 12	19 15 6	120 74
70	62 8001	39 14	19 48 0	120 80
73,71	1,563 1915	39 14	66 20 20 4	120 80
72	63 5829	39 16	20 52 8	120 86
73	63 9745	39 18	21 25 2	120 93
74	64 3663	39 19	21 57 6	120 96
75	64 7582	39 20	22 30 0	120 99
73,76	1,565 1502	39 22	66 23 02 4	121 05
77	65 5424	39 23	23 34 8	121 08
78	65 9347	39 25	24 07 2	121 14
79	66 3272	39 26	24 39 6	121 17
80	66 7198	39 27	25 12 0	121 20
73,81	1,567 1125	39 29	66 25 44 4	121 27
82	67 5054	39 30	26 16 8	121 30
83	67 8984	39 32	26 49 2	121 36
84	68 2916	39 33	27 21 6	121 39
85	68 6849	39 34	27 54 0	121 42
73,86	1,569 0783	39 36	66 28 26 4	121 48
87	69 4719	39 38	28 58 8	121 54
88	69 8657	39 38	29 31 2	121 54
89	70 2595	39 41	30 03 6	121 64
90	70 6536	39 41	30 36 0	121 64
73,91	1,571 0477	39 43	66 31 08 4	121 70
92	71 4420	39 45	31 40 8	121 76
93	71 8365	39 45	32 13 2	121 76
94	72 2310	39 48	32 45 6	121 85
95	72 6258	39 49	33 18 0	121 88
73,96	1,573 0207	39 50	66 33 50 4	121 92
97	73 4157	39 51	34 22 8	121 94
98	73 8108	39 53	34 55 2	122 01
99	74 2061	39 55	35 27 6	122 09
74,00	74 6016		36 00 0	

N. E. k = 74° Gr. M.	L. k.	D. 1'''	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1'''
74,00	1,674 6016	39 46	66	36	00 0	122 10
74,01	1,674 9972	39 47	66	36	32 4	122 13
02	75 3929	39 59		37	04 8	122 19
03	75 7898	39 60		37	37 2	122 22
04	76 1843	39 62		38	09 6	122 28
05	76 5810	39 63		38	42 0	122 31
74,06	1,676 9773	39 64	66	39	14 4	122 35
07	77 3737	39 66		39	46 8	122 41
08	77 7703	39 68		40	19 2	122 47
09	78 1671	39 69		40	51 6	122 50
10	78 5640	39 70		41	24 0	122 53
74,11	1,678 9610	39 72	66	41	56 4	122 59
12	79 3582	39 73		42	28 8	122 62
13	79 7556	39 75		43	01 2	122 69
14	80 1630	39 76		43	33 6	122 72
15	80 5506	39 77		44	06 0	122 75
74,16	1,680 9483	39 79	66	44	38 4	122 81
17	81 3462	39 81		45	10 8	122 87
18	81 7443	39 82		45	43 2	122 90
19	82 1425	39 83		46	15 6	122 93
20	82 5408	39 85		46	48 0	122 99
74,21	1,682 9393	39 87	66	47	20 4	123 05
22	83 3380	39 87		47	52 8	123 06
23	83 7367	39 90		48	25 2	123 15
24	84 1357	39 90		48	57 6	123 15
25	84 5347	39 92		49	30 0	123 21
74,26	1,684 9339	39 94	66	50	02 4	123 27
27	85 3333	39 96		50	34 8	123 30
28	85 7328	39 97		51	07 2	123 36
29	86 1326	39 98		51	39 6	123 40
30	86 5323	39 99		52	12 0	123 43
74,31	1,686 9322	40 01	66	52	44 4	123 49
32	87 3323	40 03		53	16 8	123 55
33	87 7326	40 04		53	49 2	123 58
34	88 1330	40 05		54	21 6	123 61
35	88 5336	40 07		54	54 0	123 67
74,36	1,688 9342	40 08	66	55	26 4	123 70
37	89 3350	40 10		55	58 8	123 77
38	89 7360	40 12		56	31 2	123 83
39	90 1372	40 12		57	03 6	123 83
40	90 5384	40 15		57	36 0	123 92
74,41	1,690 9399	40 15	66	58	08 4	123 92
42	91 3414	40 18		58	40 8	124 01
43	91 7432	40 18		59	13 2	124 01
44	92 1450	40 21	66	59	45 6	124 10
45	92 5471	40 21	67	00	18 0	124 10
74,46	1,692 9492	40 24	67	00	50 4	124 20
47	93 3516	40 24		01	22 8	124 20
48	93 7540	40 27		01	55 2	124 29
49	94 1567	40 27		02	27 6	124 29
50	94 5594			03	00 0	

N. E. k = 74½ Gr. M.	L. k.	D. 1'''	Alte Einth. Gr.	M.	S.	D. 1'''
74,50	1,694 5594	40 29	67	03	00 0	124 35
74,51	1,694 9923	40 31	67	03	32 4	124 41
52	95 3654	40 32		04	04 8	124 44
53	95 7686	40 34		04	37 2	124 51
54	96 1720	40 35		05	09 6	124 54
55	96 5755	40 37		05	42 0	124 60
74,56	1,696 9792	40 38	67	06	14 4	124 63
57	97 3830	40 39		06	46 8	124 66
58	97 7869	40 41		07	19 2	124 72
59	98 1910	40 43		07	51 6	124 78
60	98 5953	40 45		08	24 0	124 85
74,61	1,698 9998	40 45	67	08	56 4	124 85
62	99 4043	40 47		09	28 8	124 91
63	1,699 8090	40 49		10	01 2	124 97
64	1,600 2139	40 50		10	33 6	125 00
65	00 6189	40 52		11	06 0	125 06
74,66	1,601 0241	40 53	67	11	38 4	125 08
67	01 4294	40 55		12	10 8	125 15
68	01 8349	40 56		12	43 2	125 19
69	02 2405	40 58		13	15 6	125 25
70	02 6463	40 60		13	48 0	125 31
74,71	1,603 0523	40 60	67	14	20 4	125 31
72	03 4583	40 63		14	52 8	125 40
73	03 8646	40 64		15	25 2	125 43
74	04 2710	40 65		15	57 6	125 46
75	04 6775	40 67		16	30 0	125 52
74,76	1,605 0842	40 68	67	17	02 4	125 56
77	05 4910	40 70		17	34 8	125 62
78	05 8980	40 72		18	07 2	125 68
79	06 3052	40 73		18	39 6	125 71
80	06 7125	40 75		19	12 0	125 77
74,81	1,607 1200	40 76	67	19	44 4	125 80
82	07 5276	40 77		20	16 8	125 83
83	07 9353	40 80		20	49 2	125 93
84	08 3433	40 80		21	21 6	125 93
85	08 7513	40 83		21	54 0	126 02
74,86	1,609 1596	40 83	67	22	26 4	126 02
87	09 5679	40 86		22	58 8	126 11
88	09 9765	40 87		23	31 2	126 14
89	10 3852	40 88		24	03 6	126 17
90	10 7940	40 90		24	36 0	126 23
74,91	1,611 2030	40 91	67	25	08 4	126 27
92	11 6121	40 94		25	40 8	126 36
93	12 0215	40 94		26	13 2	126 36
94	12 4309	40 96		26	45 6	126 42
95	12 8405	40 98		27	18 0	126 48
74,96	1,613 2503	40 99	67	27	50 4	126 51
97	13 6602	41 01		28	22 8	126 57
98	14 0703	41 02		28	55 2	126 60
99	14 4806	41 04		29	27 6	126 67
75,00	14 8909			30	00 0	

N. E. k=75° Gr. M.	L. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1''.
75,00	1,614 8909	41 06	67 30 00 0	126 73
75,01	1,615 3015	41 07	67 30 32 4	126 76
02	15 7122	41 08	31 04 8	126 79
03	16 1230	41 10	31 37 2	126 85
04	16 5340	41 12	32 09 6	126 91
05	16 9452	41 13	32 42 0	126 94
75,06	1,617 3565	41 15	67 33 14 4	127 01
07	17 7680	41 17	33 46 8	127 07
08	18 1797	41 18	34 19 2	127 10
09	18 5915	41 19	34 51 6	127 13
10	19 0034	41 21	35 24 0	127 19
75,11	1,619 4155	41 23	67 35 56 4	127 25
12	19 8278	41 24	36 28 8	127 28
13	20 2402	41 26	37 01 2	127 35
14	20 6528	41 27	37 33 6	127 38
15	21 0655	41 29	38 06 0	127 44
75,16	1,621 4784	41 31	67 38 38 4	127 50
17	21 8915	41 32	39 10 8	127 53
18	22 3047	41 34	39 43 2	127 59
19	22 7181	41 35	40 15 6	127 62
20	23 1316	41 37	40 48 0	127 69
75,21	1,623 5453	41 38	67 41 20 4	127 72
22	23 9591	41 40	41 52 8	127 78
23	24 3731	41 42	42 25 2	127 84
24	24 7873	41 43	42 57 6	127 87
25	25 2016	41 45	43 30 0	127 93
75,26	1,625 6161	41 46	67 44 02 4	127 96
27	26 0307	41 48	44 34 8	128 02
28	26 4455	41 50	45 07 2	128 09
29	26 8605	41 51	45 39 6	128 12
30	27 2756	41 53	46 12 0	128 18
75,31	1,627 6909	41 54	67 46 44 4	128 21
32	28 1063	41 56	47 16 8	128 27
33	28 5219	41 58	47 49 2	128 33
34	28 9377	41 59	48 21 6	128 36
35	29 3536	41 61	48 54 0	128 43
75,36	1,629 7697	41 62	67 49 26 4	128 46
37	30 1859	41 64	49 58 8	128 52
38	30 6023	41 66	50 31 2	128 58
39	31 0189	41 67	51 03 6	128 61
40	31 4356	41 69	51 36 0	128 67
75,41	1,631 8525	41 70	67 52 08 4	128 70
42	32 2696	41 72	52 40 8	128 77
43	32 6867	41 74	53 13 2	128 83
44	33 1041	41 75	53 45 6	128 86
45	33 5216	41 77	54 18 0	128 92
75,46	1,633 9393	41 78	67 54 50 4	128 95
47	34 3571	41 81	55 22 8	129 04
48	34 7752	41 81	55 55 2	129 04
49	35 1933	41 84	56 27 6	129 14
50	35 6117		57 00 0	

N. E. k=75° Gr. M.	L. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1''.
75,50	1,635 6117	41 85	67 57 00 0	129 17
75,51	1,636 0302	41 86	67 57 32 4	129 20
52	36 4488	41 88	58 04 8	129 26
53	36 8676	41 90	58 37 2	129 32
54	37 2866	41 92	59 09 6	129 38
55	37 7058	41 93	67 59 42 0	129 41
75,56	1,638 1251	41 95	68 00 14 4	129 48
57	38 5446	41 96	00 46 8	129 51
58	38 9642	41 98	01 19 2	129 57
59	39 3840	41 99	01 51 6	129 60
60	39 8039	42 02	02 24 0	129 69
75,61	1,640 2241	42 03	68 02 56 4	129 72
62	40 6444	42 04	03 28 8	129 75
63	41 0648	42 06	04 01 2	129 81
64	41 4854	42 08	04 33 6	129 88
65	41 9062	42 10	05 06 0	129 94
75,66	1,642 3272	42 11	68 05 38 4	129 97
67	42 7483	42 12	06 10 8	130 00
68	43 1696	42 15	06 43 2	130 09
69	43 5910	42 16	07 15 6	130 12
70	44 0126	42 18	07 48 0	130 19
75,71	1,644 4344	42 19	68 08 20 4	130 22
72	44 8563	42 21	08 52 8	130 28
73	45 2784	42 23	09 25 2	130 34
74	45 7007	42 24	09 57 6	130 37
75	46 1231	42 26	10 30 0	130 43
75,76	1,646 5457	42 28	68 11 02 4	130 49
77	46 9685	42 29	11 34 8	130 52
78	47 3914	42 31	12 07 2	130 59
79	47 8145	42 33	12 39 6	130 65
80	48 2378	42 34	13 12 0	130 68
75,81	1,648 6612	42 36	68 13 44 4	130 74
82	49 0848	42 37	14 16 8	130 77
83	49 5085	42 40	14 49 2	130 86
84	49 9325	42 41	15 21 6	130 90
85	50 3566	42 42	15 54 0	130 93
75,86	1,650 7808	42 45	68 16 26 4	131 02
87	51 2053	42 46	16 58 8	131 05
88	51 6299	42 47	17 31 2	131 08
89	52 0546	42 50	18 03 6	131 17
90	52 4796	42 51	18 36 0	131 20
75,91	1,652 9047	42 52	68 19 08 4	131 23
92	53 3299	42 55	19 40 8	131 33
93	53 7654	42 56	20 13 2	131 36
94	54 1810	42 57	20 45 6	131 39
95	54 6067	42 60	21 18 0	131 48
75,96	1,655 0327	42 61	68 21 50 4	131 51
97	55 4588	42 63	22 22 8	131 57
98	55 8851	42 64	22 55 2	131 60
99	56 3115	42 66	23 27 6	131 67
76,00	56 7384		24 00 0	

N. E. k=76° Gr. M.	ℒ. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1''.
76,00	1,656 7381	42 68	68 24 00 0	131 73
76,01	1,657 1649	42 70	68 24 32 4	131 79
02	57 5919	42 71	25 04 8	131 82
03	58 0190	42 73	25 37 2	131 88
04	58 4463	42 75	26 09 6	131 94
05	58 8738	42 76	26 42 0	131 98
76,06	1,659 3014	42 78	68 27 14 4	132 04
07	59 7292	42 80	27 46 8	132 10
08	60 1572	42 81	28 19 2	132 13
09	60 5853	42 83	28 51 6	132 19
10	61 0136	42 85	29 24 0	132 25
76,11	1,661 4421	42 87	68 29 56 4	132 31
12	61 8708	42 88	30 28 8	132 35
13	62 2996	42 90	31 01 2	132 41
14	62 7286	42 92	31 33 6	132 47
15	63 1578	42 93	32 06 0	132 50
76,16	1,663 5872	42 96	68 32 38 4	132 56
17	64 0166	42 97	33 10 8	132 62
18	64 4463	42 99	33 43 2	132 69
19	64 8762	43 00	34 15 6	132 72
20	65 3062	43 02	34 48 0	132 78
76,21	1,665 7364	43 04	68 35 20 4	132 84
22	66 1668	43 06	35 52 8	132 90
23	66 5974	43 07	36 25 2	132 93
24	67 0281	43 09	36 57 6	132 99
25	67 4590	43 10	37 30 0	133 02
76,26	1,667 8900	43 13	68 38 02 4	133 12
27	68 3213	43 14	38 34 8	133 15
28	68 7527	43 16	39 07 2	133 21
29	69 1843	43 18	39 39 6	133 28
30	69 6161	43 19	40 12 0	133 30
76,31	1,670 0480	43 21	68 40 44 4	133 36
32	70 4801	43 23	41 16 8	133 43
33	70 9124	43 24	41 49 2	133 46
34	71 3448	43 27	42 21 6	133 55
35	71 7775	43 28	42 54 0	133 58
76,36	1,672 2103	43 29	68 43 26 4	133 61
37	72 6432	43 32	43 58 8	133 70
38	73 0764	43 33	44 31 2	133 73
39	73 5097	43 35	45 03 6	133 80
40	73 9432	43 37	45 36 0	133 86
76,41	1,674 3769	43 38	68 46 08 4	133 89
42	74 8107	43 41	46 40 8	133 98
43	75 2448	43 42	47 13 2	134 01
44	75 6790	43 44	47 45 6	134 07
45	76 1134	43 46	48 18 0	134 10
76,46	1,676 5479	43 48	68 48 50 4	134 20
47	76 9827	43 49	49 22 8	134 23
48	77 4176	43 51	49 55 2	134 29
49	77 8527	43 52	50 27 6	134 32
50	78 2879		51 00 0	
76,50	1,678 2879	43 55	68 51 00 0	134 41
76,51	1,678 7234	43 56	68 51 32 4	134 44
52	79 1590	43 58	52 04 8	134 51
53	79 5948	43 60	52 37 2	134 57
54	80 0308	43 61	53 09 6	134 60
55	80 4669	43 63	53 42 0	134 66
76,56	1,680 9032	43 65	68 54 14 4	134 72
57	81 3397	43 67	54 46 8	134 78
58	81 7764	43 69	55 19 2	134 85
59	82 2133	43 70	55 51 6	134 88
60	82 6503	43 72	56 24 0	134 94
76,61	1,683 0875	43 74	68 56 56 4	135 00
62	83 5249	43 76	57 28 8	135 06
63	83 9625	43 77	58 01 2	135 09
64	84 4002	43 80	58 33 6	135 19
65	84 8382	43 81	59 06 0	135 22
76,66	1,685 2763	43 83	68 59 38 4	135 28
67	85 7146	43 84	69 00 10 8	135 31
68	86 1530	43 87	00 43 2	135 40
69	86 5917	43 88	01 15 6	135 43
70	87 0305	43 90	01 48 0	135 49
76,71	1,687 4695	43 92	69 02 20 4	135 56
72	87 9087	43 94	02 52 8	135 62
73	88 3481	43 95	03 25 2	135 65
74	88 7876	43 98	03 57 6	135 74
75	89 2274	43 99	04 30 0	135 77
76,76	1,689 6673	44 01	69 05 02 4	135 83
77	90 1074	44 02	05 34 8	135 86
78	90 5476	44 05	06 07 2	135 96
79	90 9881	44 06	06 39 6	135 99
80	91 4287	44 08	07 12 0	136 05
76,81	1,691 8695	44 10	69 07 44 4	136 11
82	92 3105	44 12	08 16 8	136 17
83	92 7517	44 14	08 49 2	136 23
84	93 1931	44 15	09 21 6	136 27
85	93 6346	44 17	09 54 0	136 33
76,86	1,694 0763	44 20	69 10 26 4	136 42
87	94 5183	44 20	10 58 8	136 42
88	94 9603	44 23	11 31 2	136 51
89	95 4026	44 25	12 03 6	136 57
90	95 8451	44 26	12 36 0	136 60
76,91	1,696 2877	44 28	69 13 08 4	136 67
92	96 7305	44 31	13 40 8	136 76
93	97 1736	44 31	14 13 2	136 76
94	97 6167	44 34	14 45 6	136 85
95	98 0601	44 36	15 18 0	136 91
76,96	1,698 5037	44 36	69 15 50 4	136 91
97	98 9473	44 40	16 22 8	137 04
98	99 3913	44 41	16 55 2	137 07
99	99 8354	44 43	17 27 6	137 13
77,00	1,700 2797		18 00 0	

N. E. k=77° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
77,00	1,700 2797	44 46	69 18 00 0	137 19
77,01	1,700 7242	44 47	69 18 32 4	137 26
02	01 1698	44 49	19 04 8	137 28
03	01 6137	44 51	19 37 2	137 38
04	02 0588	44 52	20 09 6	137 41
05	02 5040	44 54	20 42 0	137 47
77,06	1,702 9494	44 56	69 21 14 4	137 53
07	03 3950	44 58	21 46 8	137 59
08	03 8408	44 59	22 19 2	137 62
09	04 2867	44 62	22 51 6	137 72
10	04 7329	44 63	23 24 0	137 75
77,11	1,705 1792	44 65	69 23 56 4	137 84
12	05 6257	44 68	24 28 8	137 90
13	06 0725	44 69	25 01 2	137 93
14	06 5194	44 70	25 33 6	137 96
15	06 9664	44 73	26 06 0	138 06
77,16	1,707 4137	44 75	69 26 38 4	138 12
17	07 8612	44 76	27 10 8	138 15
18	08 3088	44 78	27 43 2	138 21
19	08 7566	44 80	28 15 6	138 27
20	09 2046	44 82	28 48 0	138 33
77,21	1,709 6528	44 84	69 29 20 4	138 39
22	10 1012	44 86	29 52 8	138 46
23	10 5498	44 88	30 25 2	138 52
24	10 9986	44 90	30 57 6	138 58
25	11 4476	44 91	31 30 0	138 61
77,26	1,711 8967	44 94	69 32 02 4	138 70
27	12 3461	44 95	32 34 8	138 73
28	12 7956	44 97	33 07 2	138 80
29	13 2453	44 99	33 39 6	138 86
30	13 6952	45 01	34 12 0	138 92
77,31	1,714 1453	45 03	69 34 44 4	138 98
32	14 5956	45 05	35 16 8	139 04
33	15 0461	45 07	35 49 2	139 10
34	15 4968	45 08	36 21 6	139 14
35	15 9476	45 11	36 54 0	139 23
77,36	1,716 3987	45 12	69 37 26 4	139 26
37	16 8499	45 14	37 58 8	139 32
38	17 3013	45 17	38 31 2	139 41
39	17 7530	45 18	39 03 6	139 44
40	18 2048	45 20	39 36 0	139 51
77,41	1,718 6568	45 22	69 40 08 4	139 57
42	19 1090	45 24	40 40 8	139 63
43	19 5614	45 26	41 13 2	139 69
44	20 0140	45 27	41 45 6	139 72
45	20 4667	45 30	42 18 0	139 81
77,46	1,720 9179	45 32	69 42 50 4	139 88
47	21 3729	45 33	43 22 8	139 91
48	21 8262	45 36	43 55 2	140 00
49	22 2798	45 37	44 27 6	140 03
50	22 7335		45 00 0	

N. E. k=77° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
77,50	1,722 7335	45 39	69 45 00 0	140 09
77,51	1,723 1874	45 42	69 45 32 4	140 19
52	23 6416	45 43	46 04 8	140 22
53	24 0959	45 45	46 37 2	140 28
54	24 5504	45 47	47 09 6	140 34
55	25 0051	45 49	47 42 0	140 40
77,56	1,725 4600	45 51	69 48 14 4	140 46
57	25 9151	45 53	48 46 8	140 62
58	26 3704	45 54	49 19 2	140 66
59	26 8258	45 57	49 51 6	140 65
60	27 2815	45 59	50 24 0	140 71
77,61	1,727 7374	45 61	69 50 56 4	140 77
62	28 1935	45 62	51 28 8	140 80
63	28 6407	45 66	52 01 2	140 89
64	29 1062	45 66	52 33 6	140 93
65	29 5628	45 69	53 06 0	141 02
77,66	1,730 0197	45 70	69 53 38 4	141 08
67	30 4767	45 73	54 10 8	141 24
68	30 9340	45 74	54 43 2	141 17
69	31 3914	45 77	55 15 6	141 27
70	31 8491	45 78	55 48 0	141 30
77,71	1,732 3069	45 80	69 56 20 4	141 36
72	32 7649	45 82	56 52 8	141 42
73	33 2231	45 85	57 25 2	141 51
74	33 6816	45 86	57 57 6	141 54
75	34 1402	45 88	58 30 0	141 60
77,76	1,734 5990	45 90	69 59 02 4	141 67
77	35 0580	45 92	69 59 34 8	141 73
78	35 5172	45 95	70 00 07 2	141 82
79	35 9767	45 96	00 39 6	141 85
80	36 4363	45 98	01 12 0	141 91
77,81	1,736 8961	46 00	70 01 44 4	141 98
82	37 3561	46 02	02 16 8	142 04
83	37 8163	46 04	02 49 2	142 10
84	38 2767	46 06	03 21 6	142 16
85	38 7373	46 08	03 54 0	142 22
77,86	1,739 1981	46 10	70 04 26 4	142 28
87	39 6591	46 12	04 58 8	142 35
88	40 1203	46 14	05 31 2	142 41
89	40 5817	46 16	06 03 6	142 47
90	41 0433	46 19	06 36 0	142 56
77,91	1,741 5052	46 20	70 07 08 4	142 59
92	41 9672	46 22	07 40 8	142 65
93	42 4294	46 24	08 13 2	142 72
94	42 8918	46 26	08 45 6	142 78
95	43 3544	46 28	09 18 0	142 84
77,96	1,743 8172	46 30	70 09 50 4	142 90
97	44 2802	46 32	10 22 8	142 96
98	44 7434	46 34	10 55 2	143 02
99	45 2068	46 36	11 27 6	143 09
78,00	45 6704		12 00 0	

N. E. $k=78°$	Ł. k.	D. 1''.	Alte Einth.	D. 1''.	N. E. $k=78°$	Ł. k.	D. 1''.	Alte Einth.	D. 1''.
Gr. M.			Gr. M. S.		Gr. M.			Gr. M. S.	
78,00	1,745 6704	46 39	70 12 00 0	143 18	78,50	1,769 1134	47 41	70 39 00 0	146 33
78,01	1,746 1383	46 40	70 12 32 4	143 21	78,51	1,769 5875	47 44	70 39 32 4	146 42
02	46 6063	46 42	13 04 8	143 27	52	70 0619	47 46	40 04 8	146 48
03	47 0825	46 44	13 37 2	143 33	53	70 5365	47 49	40 37 2	146 57
04	47 5209	46 47	14 09 6	143 43	54	71 0114	47 50	41 09 6	146 60
05	47 9916	46 48	14 42 0	143 46	55	71 4864	47 52	41 42 0	146 67
78,06	1,748 4664	46 51	70 15 14 4	143 56	78,56	1,771 9616	47 55	70 42 14 4	146 76
07	48 9215	46 52	15 46 8	143 58	57	72 4371	47 57	42 46 8	146 82
08	49 3867	46 55	16 19 2	143 67	58	72 9128	47 59	43 19 2	146 88
09	49 8522	46 56	16 51 6	143 70	59	73 3887	47 60	43 51 6	146 91
10	50 3178	46 59	17 24 0	143 80	60	73 8647	47 64	44 24 0	147 04
78,11	1,750 7837	46 60	70 17 56 4	143 83	78,61	1,774 3411	47 65	70 44 56 4	147 07
12	51 2497	46 63	18 28 8	143 92	62	74 8176	47 67	45 28 8	147 13
13	51 7160	46 65	19 01 2	143 98	63	75 2943	47 70	46 01 2	147 22
14	52 1825	46 66	19 33 6	144 01	64	75 7713	47 72	46 33 6	147 28
15	52 6491	46 69	20 06 0	144 10	65	76 2485	47 74	47 06 0	147 35
78,16	1,753 1160	46 71	70 20 38 4	144 17	78,66	1,776 7259	47 76	70 47 38 4	147 41
17	53 5831	46 73	21 10 8	144 23	67	77 2035	47 78	48 10 8	147 47
18	54 0504	46 75	21 43 2	144 29	68	77 6813	47 80	48 43 2	147 53
19	54 5179	46 77	22 15 6	144 35	69	78 1593	47 83	49 15 6	147 62
20	54 9856	46 79	22 48 0	144 41	70	78 6376	47 84	49 48 0	147 65
78,21	1,755 4535	46 81	70 23 20 4	144 48	78,71	1,779 1160	47 87	70 50 20 4	147 76
22	55 9216	46 83	23 52 8	144 54	72	79 5947	47 89	50 52 8	147 81
23	56 3899	46 85	24 25 2	144 60	73	80 0736	47 92	51 25 2	147 90
24	56 8584	46 88	24 57 6	144 60	74	80 5528	47 93	51 57 6	147 93
25	57 3272	46 89	25 30 0	144 72	75	81 0321	47 96	52 30 0	147 99
78,26	1,757 7961	46 92	70 26 02 4	144 81	78,76	1,781 5116	47 98	70 53 02 4	148 08
27	58 2653	46 93	26 34 8	144 85	77	81 9914	48 00	53 34 8	148 15
28	58 7346	46 96	27 07 2	144 94	78	82 4714	48 02	54 07 2	148 21
29	59 2042	46 98	27 39 6	145 00	79	82 9516	48 04	54 39 6	148 27
30	59 6740	46 99	28 12 0	145 03	80	83 4320	48 06	55 12 0	148 33
78,31	1,760 1439	47 02	70 28 44 4	145 12	78,81	1,783 9126	48 09	70 55 44 4	148 40
32	60 6141	47 04	29 16 8	145 19	82	84 3935	48 11	56 16 8	148 49
33	61 0846	47 06	29 49 2	145 25	83	84 8746	48 13	56 49 2	148 55
34	61 5551	47 08	30 21 6	145 31	84	85 3559	48 15	57 21 6	148 61
35	62 0259	47 11	30 54 0	145 40	85	85 8374	48 17	57 54 0	148 67
78,36	1,762 4970	47 12	70 31 26 4	145 43	78,86	1,786 3191	48 20	70 58 26 4	148 77
37	62 9682	47 14	31 58 8	145 49	87	86 8011	48 21	58 58 8	148 80
38	63 4396	47 17	32 31 2	145 59	88	87 2832	48 24	70 59 31 2	148 89
39	63 9113	47 18	33 03 6	145 62	89	87 7656	48 27	71 00 03 6	148 98
40	64 3831	47 21	33 36 0	145 71	90	88 2483	48 28	00 36 0	149 01
78,41	1,764 8552	47 23	70 34 08 4	145 77	78,91	1,788 7311	48 31	71 01 08 4	149 10
42	65 3275	47 26	34 40 8	145 83	92	89 2142	48 32	01 40 8	149 14
43	65 8000	47 27	35 13 2	145 89	93	89 6974	48 35	02 13 2	149 23
44	66 2727	47 29	35 45 6	145 96	94	90 1809	48 37	02 45 6	149 29
45	66 7456	47 31	36 18 0	146 02	95	90 6646	48 40	03 18 0	149 36
78,46	1,767 2187	47 34	70 36 50 4	146 11	78,96	1,791 1486	48 41	71 03 50 4	149 44
47	67 6921	47 35	37 22 8	146 14	97	91 6327	48 44	04 22 8	149 51
48	68 1656	47 38	37 55 2	146 23	98	92 1171	48 46	04 55 2	149 57
49	68 6394	47 40	38 27 6	146 30	99	92 6017	48 48	05 27 6	149 63
50	69 1134		39 00 0		79,00	93 0865		06 00 0	

N. E. k=79° Gr. M.	L. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1''.
79,00	1,793 0865	48 51	71 06 00 0	149 72
79,01	1,793 5716	48 52	71 06 32 4	149 78
02	94 0568	48 55	07 04 8	149 85
03	94 5423	48 58	07 37 2	149 94
04	95 0281	48 59	08 09 6	149 97
05	95 5140	48 62	08 42 0	150 06
79,06	1,796 0002	48 64	71 09 14 4	150 12
07	96 4866	48 66	09 46 8	150 19
08	96 9732	48 68	10 19 2	150 25
09	97 4600	48 71	10 51 6	150 34
10	97 9471	48 73	11 24 0	150 40
79,11	1,798 4344	48 75	71 11 56 4	150 46
12	98 9219	48 77	12 28 8	150 52
13	99 4096	48 80	13 01 2	150 62
14	1,799 8976	48 82	13 33 6	150 68
15	1,800 3858	48 84	14 06 0	150 74
79,16	1,800 8742	48 86	71 14 38 4	150 80
17	01 3628	48 89	15 10 8	150 89
18	01 8517	48 90	15 43 2	150 93
19	02 3407	48 94	16 15 6	151 05
20	02 8301	48 95	16 48 0	151 08
79,21	1,803 3196	48 98	71 17 20 4	151 17
22	03 8094	49 00	17 52 8	151 23
23	04 2994	49 02	18 25 2	151 30
24	04 7896	49 05	18 57 6	151 39
25	05 2801	49 06	19 30 0	151 42
79,26	1,805 7707	49 10	71 20 02 4	151 54
27	06 2617	49 11	20 34 8	151 57
28	06 7528	49 14	21 07 2	151 67
29	07 2442	49 16	21 39 6	151 73
30	07 7358	49 18	22 12 0	151 79
79,31	1,808 2276	49 20	71 22 44 4	151 85
32	08 7196	49 23	23 16 8	151 94
33	09 2119	49 25	23 49 2	152 01
34	09 7044	49 28	24 21 6	152 10
35	10 1972	49 30	24 54 0	152 16
79,36	1,810 6902	49 32	71 25 26 4	152 22
37	11 1834	49 34	25 58 8	152 28
38	11 6768	49 37	26 31 2	152 38
39	12 1705	49 38	27 03 6	152 41
40	12 6643	49 42	27 36 0	152 53
79,41	1,813 1585	49 43	71 28 08 4	152 58
42	13 6528	49 46	28 40 8	152 65
43	14 1474	49 49	29 13 2	152 75
44	14 6423	49 50	29 45 6	152 78
45	15 1373	49 53	30 18 0	152 87
79,46	1,815 6326	49 55	71 30 50 4	152 93
47	16 1281	49 58	31 22 8	153 02
48	16 6239	49 60	31 55 2	153 09
49	17 1199	49 62	32 27 6	153 15
50	17 6161		33 00 0	

N. E. k=79° Gr. M.	L. k.	D. 1''.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1''.
79,50	1,817 6161	49 65	71 33 00 0	153 24
79,51	1,818 1126	49 67	71 33 32 4	153 30
52	18 6093	49 69	34 04 8	153 36
53	19 1062	49 72	34 37 2	153 46
54	19 6034	49 73	35 09 6	153 49
55	20 1007	49 77	35 42 0	153 61
79,56	1,820 5984	49 78	71 36 14 4	153 64
57	21 0962	49 81	36 46 8	153 73
58	21 5943	49 83	37 19 2	153 80
59	22 0926	49 86	37 51 6	153 89
60	22 5912	49 88	38 24 0	153 95
79,61	1,823 0000	49 90	71 38 56 4	154 01
62	23 5890	49 93	39 28 8	154 10
63	24 0883	49 95	40 01 2	154 17
64	24 5875	49 98	40 33 6	154 26
65	25 0876	50 00	41 06 0	154 32
79,66	1,825 5876	50 02	71 41 38 4	154 38
67	26 0878	50 05	42 10 8	154 48
68	26 5883	50 07	42 43 2	154 54
69	27 0890	50 09	43 15 6	154 60
70	27 5899	50 12	43 48 0	154 69
79,71	1,828 0911	50 14	71 44 20 4	154 75
72	28 5025	50 17	44 52 8	154 85
73	29 0942	50 19	45 25 2	154 91
74	29 5061	50 21	45 57 6	154 97
75	30 0082	50 24	46 30 0	155 06
79,76	1,830 6006	50 26	71 47 02 4	155 12
77	31 1032	50 28	47 34 8	155 19
78	31 6060	50 31	48 07 2	155 28
79	32 1091	50 33	48 39 6	155 34
80	32 6124	50 36	49 12 0	155 43
79,81	1,833 1160	50 38	71 49 44 4	155 49
82	33 6198	50 41	50 16 8	155 59
83	34 1239	50 43	50 49 2	155 65
84	34 6282	50 45	51 21 6	155 71
85	35 1327	50 48	51 54 0	155 80
79,86	1,835 6375	50 51	71 52 26 4	155 89
87	36 1426	50 52	52 58 8	155 93
88	36 6478	50 55	53 31 2	156 02
89	37 1533	50 58	54 03 6	156 11
90	37 6591	50 60	54 36 0	156 17
79,91	1,838 1651	50 62	71 55 08 4	156 23
92	38 6713	50 65	55 40 8	156 33
93	39 1778	50 68	56 13 2	156 42
94	39 6846	50 69	56 45 6	156 45
95	40 1915	50 72	57 18 0	156 54
79,96	1,840 6987	50 75	71 57 50 4	156 64
97	41 2062	50 77	58 22 8	156 70
98	41 7139	50 79	58 55 2	156 76
99	42 2218	50 82	71 59 27 6	156 86
80,00	42 7300		72 00 00 0	

N. E. $k=80°$ Gr. M.	Ⅎ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
80,00	1,842 7300	50 86	72 00 00 0	156 94
80,01	1,843 2386	50 87	72 00 32 4	157 01
02	43 7472	50 89	01 04 8	157 07
03	44 2561	50 92	01 37 2	157 16
04	44 7653	50 94	02 09 6	157 22
05	45 2747	50 97	02 42 0	157 31
80,06	1,845 7844	50 99	72 03 14 4	157 38
07	46 2943	51 02	03 46 8	157 47
08	46 8045	51 04	04 19 2	157 53
09	47 3149	51 07	04 51 6	157 62
10	47 8256	51 09	05 24 0	157 69
80,11	1,848 3366	51 12	72 05 56 4	157 78
12	48 8477	51 14	06 28 8	157 84
13	49 3591	51 16	07 01 2	157 90
14	49 8707	51 20	07 33 6	158 02
15	50 3827	51 21	08 06 0	158 06
80,16	1,850 8948	51 24	72 08 38 4	158 15
17	51 4072	51 27	09 10 8	158 24
18	51 9199	51 29	09 43 2	158 30
19	52 4328	51 31	10 15 6	158 36
20	52 9459	51 34	10 48 0	158 46
80,21	1,853 4593	51 37	72 11 20 4	158 56
22	53 9730	51 39	11 52 8	158 61
23	54 4869	51 42	12 25 2	158 70
24	55 0011	51 44	12 57 6	158 77
25	55 5156	51 47	13 30 0	158 86
80,26	1,856 0302	51 49	72 14 02 4	158 92
27	56 5451	51 52	14 34 8	159 01
28	57 0603	51 54	15 07 2	159 07
29	57 5757	51 57	15 39 6	159 17
30	58 0914	51 59	16 12 0	159 23
80,31	1,858 6073	51 62	72 16 44 4	159 32
32	59 1235	51 65	17 16 8	159 41
33	59 6400	51 67	17 49 2	159 48
34	60 1567	51 69	18 21 6	159 54
35	60 6736	51 72	18 54 0	159 63
80,36	1,861 1908	51 75	72 19 26 4	159 72
37	61 7083	51 77	19 58 8	159 78
38	62 2260	51 79	20 31 2	159 85
39	62 7439	51 83	21 03 6	159 97
40	63 2622	51 84	21 36 0	160 00
80,41	1,863 7806	51 88	72 22 08 4	160 12
42	64 2994	51 90	22 40 8	160 19
43	64 8184	51 92	23 13 2	160 25
44	65 3376	51 95	23 45 6	160 34
45	65 8571	51 98	24 18 0	160 43
80,46	1,866 3760	52 00	72 24 50 4	160 49
47	66 8969	52 03	25 22 8	160 59
48	67 4172	52 06	25 55 2	160 68
49	67 9378	52 08	26 27 6	160 74
50	68 4586		27 00 0	
80,50	1,868 4586	52 10	72 27 00 0	160 80
80,51	1,868 9796	52 14	72 27 32 4	160 93
52	69 5010	52 15	28 04 8	160 96
53	70 0225	52 19	28 37 2	161 08
54	70 5444	52 21	29 09 6	161 14
55	71 0665	52 23	29 42 0	161 20
80,56	1,871 5888	52 26	72 30 14 4	161 30
57	72 1114	52 29	30 46 8	161 39
58	72 6343	52 31	31 19 2	161 45
59	73 1574	52 34	31 51 6	161 54
60	73 6808	52 37	32 24 0	161 64
80,61	1,874 2045	52 39	72 32 56 4	161 70
62	74 7284	52 42	33 28 8	161 79
63	75 2526	52 44	34 01 2	161 85
64	75 7770	52 47	34 33 6	161 94
65	76 3017	52 50	35 06 0	162 04
80,66	1,876 8267	52 53	72 35 38 4	162 13
67	77 3520	52 55	36 10 8	162 19
68	77 8775	52 57	36 43 2	162 25
69	78 4032	52 60	37 15 6	162 35
70	78 9292	52 63	37 48 0	162 44
80,71	1,879 4555	52 66	72 38 20 4	162 53
72	79 9821	52 68	38 52 8	162 59
73	80 5089	52 71	39 25 2	162 69
74	81 0360	52 73	39 57 6	162 75
75	81 5633	52 77	40 30 0	162 87
80,76	1,882 0910	52 78	72 41 02 4	162 90
77	82 6188	52 82	41 34 8	163 02
78	83 1470	52 84	42 07 2	163 09
79	83 6754	52 86	42 39 6	163 15
80	84 2040	52 90	43 12 0	163 27
80,81	1,884 7330	52 92	72 43 44 4	163 33
82	85 2622	52 95	44 16 8	163 43
83	85 7917	52 98	44 49 2	163 52
84	86 3215	53 00	45 21 6	163 58
85	86 8515	53 03	45 54 0	163 67
80,86	1,887 3818	53 05	72 46 26 4	163 73
87	87 9123	53 09	46 58 8	163 86
88	88 4432	53 11	47 31 2	163 92
89	88 9743	53 13	48 03 6	163 98
90	89 5056	53 17	48 36 0	164 10
80,91	1,890 0373	53 19	72 49 08 4	164 17
92	90 5692	53 21	49 40 8	164 23
93	91 1013	53 25	50 13 2	164 35
94	91 6338	53 27	50 45 6	164 41
95	92 1665	53 30	51 18 0	164 51
80,96	1,892 6995	53 32	72 51 50 4	164 57
97	93 2327	53 36	52 22 8	164 69
98	93 7663	53 37	52 55 2	164 72
99	94 3000	53 41	53 27 6	164 86
81,00	94 8341		54 00 0	

N. E. k=81° Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
81,00	1,894 8341	53 44	72 54 00 0	164 94
81,01	1,895 3685	53 46	72 54 32 4	165 00
02	95 9031	53 49	55 04 8	165 09
03	96 4380	53 51	55 37 2	165 15
04	96 9731	53 55	56 09 6	165 28
05	97 5086	33 57	56 42 0	165 34
81,06	1,898 0443	53 60	72 57 14 4	165 43
07	98 5803	53 63	72 57 46 8	165 52
08	99 1166	53 65	58 19 2	165 59
09	1,899 6531	53 68	58 51 6	165 68
10	1,900 1899	53 71	59 24 0	165 77
81,11	1,900 7270	53 74	72 59 56 4	165 86
12	01 2644	53 77	73 00 28 8	165 96
13	01 8021	53 79	01 01 2	166 02
14	02 3400	53 82	01 33 6	166 11
15	02 8782	53 84	02 06 0	166 17
81,16	1,903 4166	53 88	73 02 38 4	166 30
17	03 9554	53 90	03 10 8	166 36
18	04 4944	53 93	03 43 2	160 45
19	05 0337	53 96	04 15 6	166 54
20	05 5733	53 98	74 48 0	166 60
81,21	1,906 1131	54 02	73 05 20 4	166 73
22	06 6533	54 04	05 52 8	166 79
23	07 1937	54 07	06 25 2	166 88
24	07 7344	54 10	06 57 6	166 98
25	08 2754	54 13	07 30 0	167 07
81,26	1,908 8167	54 15	73 08 02 4	167 13
27	09 3582	54 18	08 34 8	167 22
28	09 9000	54 22	09 07 2	167 35
29	10 4422	54 24	09 39 6	167 41
30	10 9846	54 26	10 12 0	167 47
81,31	1,911 5272	54 30	73 10 44 4	167 59
32	12 0702	54 32	11 16 8	167 66
33	12 6134	54 35	11 49 2	167 75
34	13 1569	54 38	12 21 6	167 84
35	13 7007	54 41	12 54 0	167 93
81,36	1,914 2448	54 44	73 13 26 4	168 02
37	14 7892	54 46	13 58 8	168 09
38	15 3338	54 49	14 31 2	168 18
39	15 8787	54 52	15 03 6	168 27
40	16 4239	54 55	15 36 0	168 36
81,41	1,916 9694	54 58	73 16 08 4	168 46
42	17 5152	54 61	16 40 8	168 55
43	18 0613	54 64	17 13 2	168 64
44	18 6077	54 66	17 45 6	168 70
45	19 1543	54 70	18 18 0	168 88
81,46	1,919 7013	54 72	73 18 50 4	168 89
47	20 2485	54 75	19 22 8	168 98
48	20 7960	54 78	19 55 2	169 07
49	21 3438	54 81	20 27 6	169 17
50	21 8919		21 00 0	

N. E. k=81° Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
81,50	1,921 8919	54 83	73 21 00 0	169 23
81,51	1,922 4402	54 87	73 21 32 4	169 35
52	22 9889	54 90	22 04 8	169 44
53	23 5379	54 92	22 37 2	169 51
54	24 0871	54 96	23 09 6	109 60
55	24 6366	54 98	23 42 0	169 69
81,56	1,925 1864	55 01	73 24 14 4	169 78
57	25 7365	55 04	24 46 8	169 88
58	26 2869	55 07	25 19 2	169 97
59	26 8376	55 09	25 51 6	170 03
60	27 3885	55 13	26 24 0	170 15
81,61	1,927 9398	55 15	73 26 56 4	170 22
62	28 4913	55 19	27 28 8	170 34
63	29 0432	55 21	28 01 2	170 40
64	29 5953	55 25	28 33 6	170 52
65	30 1478	55 27	29 06 0	170 59
81,66	1,930 7005	55 30	73 29 38 4	170 68
67	31 2535	55 33	30 10 8	170 77
68	31 8068	55 37	30 43 2	170 90
69	32 3605	55 39	31 15 6	170 96
70	32 9144	55 42	31 48 0	171 05
81,71	1,933 4686	55 44	73 32 20 4	171 11
72	34 0230	55 48	32 52 8	171 23
73	34 5778	55 51	33 25 2	171 33
74	35 1329	55 54	33 57 6	171 42
75	35 6883	55 56	34 30 0	171 48
81,76	1,936 2439	55 60	73 35 02 4	171 60
77	36 7999	55 63	35 34 8	171 70
78	37 3562	55 65	36 07 2	171 76
79	37 9127	55 69	36 39 6	171 88
80	38 4696	55 71	37 12 0	171 94
81,81	1,939 0267	55 75	73 37 44 4	172 07
82	39 5842	55 77	38 16 8	172 13
83	40 1419	55 81	38 49 2	172 25
84	40 7000	55 83	39 21 6	172 31
85	41 2583	55 87	39 54 0	172 44
81,86	1,941 8170	55 90	73 40 26 4	172 53
87	42 3766	55 92	40 58 8	172 59
88	42 9352	55 96	41 31 2	172 72
89	43 4948	55 98	42 03 6	172 78
90	44 0546	56 02	42 36 0	172 90
81,91	1,944 6148	56 04	73 43 08 4	172 96
92	45 1752	56 08	43 40 8	173 00
93	45 7360	56 10	44 13 2	173 15
94	46 2970	56 14	44 45 6	173 27
95	46 8584	56 17	45 18 0	173 36
81,96	1,947 4201	56 19	73 45 50 4	173 43
97	47 9820	56 23	46 22 8	173 56
98	48 5443	56 25	46 55 2	173 61
99	49 1068	56 29	47 27 6	173 73
82,00	49 6697		48 00 0	

N. E. $k=82°$ Gr. M.	ℒ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr. M. S.	D. 1″.
82,00	1,949 6697	56 32	73 48 00 0	173 80
82,01	1,950 2329	56 34	73 48 32 4	173 89
02	50 7963	56 38	49 04 8	174 01
03	51 3601	56 41	49 37 2	174 10
04	51 9242	56 44	50 00 6	174 20
05	52 4886	56 48	50 42 0	174 32
82,06	1,953 0634	56 50	73 51 14 4	174 38
07	53 6184	56 53	51 46 8	174 48
08	54 1837	56 56	52 19 2	174 57
09	54 7493	56 60	52 51 6	174 69
10	55 3153	56 62	53 24 0	174 75
82,11	1,955 8815	56 66	73 53 56 4	174 88
12	56 4481	56 60	54 28 8	174 07
13	57 0160	56 71	55 01 2	175 03
14	57 5821	56 75	55 33 6	175 15
15	58 1496	56 78	56 06 0	175 25
82,16	1,958 7174	56 81	73 56 38 4	175 34
17	59 2855	56 84	57 10 8	175 43
18	59 8539	56 87	57 43 2	175 52
19	60 4226	56 90	58 15 6	175 62
20	60 9916	56 93	58 48 0	175 71
82,21	1,961 5609	56 97	73 59 20 4	175 83
22	62 1306	56 99	73 59 52 8	175 90
23	62 7006	57 03	74 00 25 2	176 02
24	63 2708	57 06	00 57 6	176 11
25	63 8414	57 09	01 30 0	176 30
82,26	1,964 4123	57 12	74 02 02 4	176 30
27	64 9835	57 16	02 34 8	176 42
28	65 5551	57 18	03 07 2	176 48
29	66 1269	57 22	03 39 6	176 60
30	66 6991	57 24	04 12 0	176 67
82,31	1,967 2716	57 28	74 04 44 4	176 79
32	67 8444	57 31	05 16 8	176 88
33	68 4175	57 34	05 49 2	176 98
34	68 9909	57 37	06 21 6	177 07
35	69 5646	57 41	06 54 0	177 19
82,36	1,970 1387	57 44	74 07 26 4	177 28
37	70 7131	57 46	07 58 8	177 35
38	71 2877	57 50	08 31 2	177 47
39	71 8627	57 53	09 03 6	177 56
40	72 4380	57 57	09 36 0	177 60
82,41	1,973 0137	57 59	74 10 08 4	177 75
42	73 5896	57 63	10 40 8	177 87
43	74 1659	57 66	11 13 2	177 96
44	74 7425	57 69	11 45 6	178 06
45	75 3194	57 73	12 18 0	178 18
82,46	1,975 8967	57 75	74 12 50 4	178 24
47	76 4742	57 79	13 22 8	178 36
48	77 0521	57 82	13 55 2	178 46
49	77 6303	57 86	14 27 6	178 58
50	78 2089		15 00 0	
82,50	1,978 2089	57 88	74 15 00 0	178 64
82,51	1,978 7877	57 92	74 15 32 4	178 77
52	79 3669	57 95	16 04 8	178 86
53	79 9404	57 98	16 37 2	178 95
54	80 5262	58 02	17 09 6	179 07
55	81 1064	58 04	17 42 0	179 14
82,56	1,981 6868	58 08	74 18 14 4	179 26
57	82 2676	58 11	18 46 8	179 35
58	82 8487	58 15	19 19 2	179 48
59	83 4302	58 17	19 51 6	179 54
60	84 0119	58 21	20 24 0	179 66
82,61	1,984 5940	58 24	74 20 56 4	179 75
62	85 1764	58 28	21 28 8	179 88
63	85 7592	58 31	22 01 2	179 97
64	86 3423	58 34	22 33 6	180 06
65	86 9257	58 37	23 06 0	180 15
82,66	1,987 5094	58 41	74 23 38 4	180 28
67	88 0935	58 43	24 10 8	180 34
68	88 6778	58 48	24 43 2	180 49
69	89 2626	58 50	25 15 6	180 56
70	89 8476	58 54	25 48 0	180 68
82,71	1,990 4330	58 57	74 26 20 4	180 77
72	91 0187	58 60	26 52 8	180 86
73	91 6047	58 64	27 25 2	180 99
74	92 1911	58 67	27 57 6	181 08
75	92 7778	58 70	28 30 0	181 17
82,76	1,993 3648	58 74	74 29 02 4	181 30
77	93 9522	58 77	29 34 8	181 39
78	94 5399	58 80	30 07 2	181 48
79	95 1279	58 84	30 39 6	181 60
80	95 7163	58 87	31 12 0	181 70
82,81	1,996 3050	58 90	74 31 44 4	181 79
82	96 8940	58 94	32 16 8	181 91
83	97 4834	58 97	32 49 2	182 01
84	98 0731	59 00	33 21 6	182 10
85	98 6631	59 04	33 54 0	182 22
82,86	1,999 2535	59 07	74 34 26 4	182 31
87	1,999 8442	59 10	34 58 8	182 41
88	2,000 4352	59 14	35 31 2	182 53
89	01 0266	59 17	36 03 6	182 62
90	01 6183	59 21	36 36 0	182 75
82,91	2,002 2104	59 24	74 37 08 4	182 84
92	02 8028	59 27	37 40 8	182 93
93	03 3955	59 31	38 13 2	183 06
94	03 9886	59 34	38 45 6	183 15
95	04 5820	59 37	39 18 0	183 24
82,96	2,005 1757	59 41	74 39 50 4	183 36
97	05 7698	59 45	40 22 8	183 49
98	06 3643	59 47	40 55 2	183 55
99	06 9590	59 52	41 27 6	183 70
83,00	07 5542		42 00 0	

N. E. $k=83^\circ$ Gr. M.	𝔏. *k*.	D. 1''.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
83,00	2,007 5542	59 54	74	42	00 0
83,01	2,008 1496	59 58	74	42	32 4
02	08 7454	59 61		43	04 8
03	09 3415	59 65		43	37 2
04	09 9380	59 69		44	09 6
05	10 5349	59 71		44	42 0
83,06	2,011 1320	59 75	74	45	14 4
07	11 7295	59 79		45	46 8
08	12 3274	59 82		46	19 2
09	12 9256	59 85		46	51 6
10	13 5241	59 89		47	24 0
83,11	2,014 1230	59 93	74	47	56 4
12	14 7223	59 96		48	28 8
13	15 3219	59 99		49	01 2
14	15 9218	60 03		49	33 6
15	16 5221	60 06		50	06 0
83,16	2,017 1227	60 10	74	50	38 4
17	17 7237	60 13		51	10 8
18	18 3250	60 17		51	43 2
19	18 9267	60 21		52	15 6
20	19 5288	60 23		52	48 0
83,21	2,020 1311	60 28	74	53	20 4
22	20 7339	60 30		53	52 8
23	21 3369	60 35		54	25 2
24	21 9404	60 38		54	57 6
25	22 5442	60 41		55	30 0
83,26	2,023 1483	60 45	74	56	02 4
27	23 7528	60 48		56	34 8
28	24 3576	60 52		57	07 2
29	24 9628	60 56		57	39 6
30	25 5684	60 59		58	12 0
83,31	2,026 1743	60 62	74	58	44 4
32	26 7805	60 66		59	16 8
33	27 3871	60 70	74	59	49 2
34	27 9941	60 73	75	00	21 6
35	28 6014	60 77		00	54 0
83,36	2,029 2091	60 80	75	01	26 4
37	29 8171	60 84		01	58 8
38	30 4255	60 88		02	31 2
39	31 0343	60 91		03	03 6
40	31 6434	60 95		03	36 0
83,41	2,032 2529	60 98	75	04	08 4
42	32 8627	61 02		04	40 8
43	33 4729	61 05		05	13 2
44	34 0834	61 10		05	45 6
45	34 6944	61 12		06	18 0
83,46	2,035 3056	61 17	75	06	50 4
47	35 9173	61 19		07	22 8
48	36 5292	61 24		07	55 2
49	37 1416	61 27		08	27 6
50	37 7543			09	00 0

N. E. $k=83^\circ$ Gr. M.	𝔏. *k*.	D. 1''.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
83,50	2,037 7543	61 31	75	09	00 0
83,51	2,038 3674	61 34	75	09	32 4
52	38 9808	61 38		10	04 8
53	39 5946	61 42		10	37 2
54	40 2088	61 45		11	09 6
55	40 8233	61 49		11	42 0
83,56	2,041 4382	61 53	75	12	14 4
57	42 0535	61 56		12	46 8
58	42 6691	66 61		13	19 2
59	43 2852	61 63		13	51 6
60	43 9015	61 68		14	24 0
83,61	2,044 5183	61 71	75	14	56 4
62	45 1354	61 75		15	28 8
63	45 7529	61 78		16	01 2
64	46 3707	61 82		16	33 6
65	46 9889	61 86		17	06 0
83,66	2,047 6075	61 89	75	17	38 4
67	48 2264	61 94		18	10 8
68	48 8458	61 97		18	43 2
69	49 4655	62 00		19	15 6
70	50 0856	62 05		19	48 0
83,71	2,050 7060	62 08	75	20	20 4
72	51 3268	62 12		20	52 8
73	51 9480	62 15		21	25 2
74	52 5695	62 19		21	57 6
75	53 1914	62 23		22	30 0
83,76	2,053 8137	62 27	75	23	02 4
77	54 4364	62 31		23	34 8
78	55 0595	62 34		24	07 2
79	55 6829	62 38		24	39 6
80	56 3067	62 42		25	12 0
83,81	2,056 9309	62 46	75	25	44 4
82	57 5555	62 49		26	16 8
83	58 1804	62 53		26	49 2
84	58 8057	62 57		27	21 6
85	59 4314	62 61		27	54 0
83,86	2,000 0575	62 65	75	28	26 4
87	60 6840	62 68		28	58 8
88	61 3108	62 72		29	31 2
89	61 9380	62 76		30	03 6
90	62 5656	62 80		30	36 0
83,91	2,063 1936	62 84	75	31	08 4
92	63 8220	62 87		31	40 8
93	64 4507	62 91		32	13 2
94	65 0798	62 95		32	45 6
95	65 7093	62 99		33	18 0
83,96	2,066 3392	63 03	75	33	50 4
97	66 9695	63 07		34	22 8
98	67 6002	63 10		34	55 2
99	08 2312	63 15		35	27 6
84,00	68 8627			36	00 0

N. E. $k=84°$ Gr. M.	Ł. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
84,00	2,068 8627	63 18	75	36	00 0
84,01	2,069 4945	63 22	75	36	32 4
02	70 1267	63 26		37	04 8
03	70 7593	63 30		37	37 2
04	71 3923	63 34		38	09 6
05	72 0257	63 37		38	42 0
84,06	2,072 6594	63 42	75	39	14 4
07	73 2936	63 45		39	46 8
08	73 9281	63 49		40	19 2
09	74 5630	63 54		40	51 6
10	75 1984	63 57		41	24 0
84,11	2,075 8341	63 61	75	41	56 4
12	76 4702	63 65		42	28 8
13	77 1067	63 69		43	01 2
14	77 7436	63 73		43	33 6
15	78 3809	63 76		44	06 0
84,16	2,079 0185	63 81	75	44	38 4
17	79 6566	63 85		45	10 8
18	80 2951	63 88		45	43 2
19	80 9339	63 93		46	15 6
20	81 5732	63 96		46	48 0
84,21	2,082 2128	64 01	75	47	20 4
22	82 8529	64 04		47	52 8
23	83 4933	64 09		48	25 2
24	84 1342	64 12		48	57 6
25	84 7754	64 17		49	30 0
84,26	2,085 4171	64 20	75	50	02 4
27	86 0591	64 24		50	34 8
28	86 7015	64 29		51	07 2
29	87 3444	64 32		51	39 6
30	87 9876	64 37		52	1[illegible] 0
84,31	2,088 6313	64 40	75	52	44 4
32	89 2753	64 45		53	16 8
33	89 9198	64 48		53	49 2
34	90 5646	64 53		54	21 6
35	91 2099	64 57		54	54 0
84,36	2,091 8656	64 60	75	55	26 4
37	92 5016	64 65		55	58 8
38	93 1481	64 69		56	31 2
39	93 7950	64 73		57	03 6
40	94 4423	64 76		57	36 0
84,41	2,095 0899	64 81	75	58	08 4
42	95 7380	64 85		58	40 8
43	96 3865	64 90		59	13 2
44	97 0355	64 93	75	59	45 6
45	97 6848	64 97	76	00	18 0
84,46	2,098 3345	65 02	76	00	50 4
47	98 9847	65 05		01	22 8
48	2,099 6352	66 10		01	55 2
49	2,100 2862	66 13		02	27 6
50	00 9375			03	00 0

N. E. $k=84°$ Gr. M.	Ł. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
84,50	2,100 0375	65 18	76	03	00 0
84,51	2,101 5893	65 22	76	03	32 4
52	02 2415	65 26		04	04 8
53	02 8941	65 31		04	37 2
54	03 5472	65 34		05	09 6
55	04 2006	65 39		05	42 0
84,56	2,104 8545	65 42	76	06	14 4
57	05 5087	65 47		06	46 8
58	06 1634	65 51		07	19 2
59	06 8185	65 55		07	51 6
60	07 4740	65 60		08	24 0
84,61	2,108 1300	65 63	76	08	56 4
62	08 7863	65 68		09	28 8
63	09 4431	65 72		10	01 2
64	10 1003	65 76		10	33 6
65	10 7579	65 80		11	06 0
84,66	2,111 4159	65 85	76	11	38 4
67	12 0744	65 88		12	10 8
68	12 7332	65 93		12	43 2
69	13 3925	65 98		13	15 6
70	14 0523	66 01		13	48 0
84,71	2,114 7124	66 06	76	14	20 4
72	15 3730	66 10		14	52 8
73	16 0340	66 14		15	25 2
74	16 6954	66 18		15	57 6
75	17 3572	66 23		16	30 0
84,76	2,118 0195	66 27	76	17	02 4
77	18 6822	66 31		17	34 8
78	19 3453	66 35		18	07 2
79	20 0088	66 40		18	39 6
80	20 6728	66 44		19	12 0
84,81	2,121 3372	60 48	76	19	44 4
82	22 0020	66 53		20	16 8
83	22 6673	66 57		20	49 2
84	23 3330	66 61		21	21 6
85	23 9991	66 66		21	54 0
84,86	2,124 6657	66 70	76	22	26 4
87	25 3327	66 74		22	58 8
88	26 0001	66 78		23	31 2
89	26 6679	66 83		24	03 6
90	27 3362	66 87		24	36 0
84,91	2,128 0049	66 92	76	25	08 4
92	28 6741	66 96		25	40 8
93	29 3437	67 00		26	13 2
94	30 0137	67 05		26	45 6
95	30 6842	67 09		27	18 0
84,96	2,131 3551	67 13	76	27	50 4
97	32 0264	67 18		28	22 8
98	32 6982	67 22		28	55 2
99	33 3704	67 26		29	27 6
85,00	43 0430			30	00 0

N. E. $k=85°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
85,00	2,134 0430	67 31	76	30	00 0
85,01	2,134 7161	67 36	76	30	32 4
02	35 3897	67 40		31	04 8
03	36 0637	67 44		31	37 2
04	36 7381	67 48		32	09 6
05	37 4129	67 53		32	42 0
85,06	2,138 0882	67 58	76	33	14 4
07	38 7640	67 62		33	46 8
08	39 4402	67 66		34	19 2
09	40 1168	67 71		34	51 6
10	40 7939	67 75		35	24 0
85,11	2,141 4714	67 80	76	35	56 4
12	42 1494	67 84		36	28 8
13	42 8278	67 89		37	01 2
14	43 5067	67 93		37	33 6
15	44 1860	67 99		38	06 0
85,16	2,144 8658	68 02	76	38	38 4
17	45 5460	68 07		39	10 8
18	46 2267	68 11		39	43 2
19	46 9078	68 16		40	15 6
20	47 5894	68 20		40	48 0
85,21	2,148 2714	68 25	76	41	20 4
22	48 9539	68 29		41	52 8
23	49 6368	68 34		42	25 2
24	50 3202	68 39		42	57 6
25	51 0041	68 43		43	30 0
85,26	2,151 0884	68 47	76	44	02 4
27	52 3731	68 52		44	34 8
28	53 0583	68 57		45	07 2
29	53 7440	68 61		46	39 6
30	54 4301	68 66		46	12 0
85,31	2,155 1167	68 71	76	46	44 4
32	55 8038	68 75		47	16 8
33	56 4913	68 79		47	49 2
34	57 1792	68 84		48	21 6
35	57 8676	68 89		48	54 0
85,36	2,158 5565	68 94	76	49	26 4
37	59 2459	68 98		49	58 8
38	59 9357	69 03		50	31 2
39	60 6260	69 07		51	03 6
40	61 3167	69 12		51	36 0
85,41	2,162 0079	69 17	76	52	08 4
42	62 6996	69 21		52	40 8
43	63 3917	69 26		53	13 2
44	64 0843	69 31		53	45 6
45	64 7774	69 35		54	18 0
85,46	2,165 4709	69 40	76	54	50 4
47	66 1649	69 45		55	22 8
48	66 8594	69 50		55	56 2
49	67 5544	69 54		56	27 6
50	68 2498			57	00 0

N. E. $k=85°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
85,50	2,168 2498	69 59	76	57	00 0
85,51	2,168 9457	69 63	76	57	32 4
52	69 6420	69 69		58	04 8
53	70 3389	69 73		58	37 2
54	71 0362	69 78		59	09 6
55	71 7340	69 82	76	59	42 0
85,56	2,172 4322	69 87	77	00	14 4
57	73 1309	69 93		00	46 8
58	73 8302	69 96		01	19 2
59	74 5298	70 02		01	51 6
60	75 2300	70 07		02	24 0
85,61	2,175 9307	70 11	77	02	56 4
62	76 6318	70 16		03	28 8
63	77 3334	70 21		04	01 2
64	78 0355	70 25		04	33 6
65	78 7380	70 31		05	06 0
85,66	2,179 4411	70 35	77	05	38 4
67	80 1446	70 40		06	10 8
68	80 8486	70 45		06	43 2
69	81 5531	70 49		07	15 6
70	82 2580	70 55		07	48 0
85,71	2,182 9635	70 60	77	08	20 4
72	83 6695	70 64		08	52 8
73	84 3759	70 69		09	25 2
74	85 0828	70 74		09	57 6
75	85 7902	70 79		10	30 0
85,76	2,186 4981	70 84	77	11	02 4
77	87 2065	70 89		11	34 8
78	87 9154	70 93		12	07 2
79	88 6247	70 99		12	39 6
80	89 3346	71 03		13	12 0
85,81	2,190 0449	71 08	77	13	44 4
82	90 7557	71 14		14	16 8
83	91 4671	71 18		14	49 2
84	92 1789	71 23		15	21 6
85	92 8912	71 28		15	54 0
85,86	2,193 6040	71 33	77	16	26 4
87	94 3173	71 38		16	58 8
88	95 0311	71 44		17	31 2
89	95 7455	71 48		18	03 6
90	96 4603	71 53		18	36 0
85,91	2,197 1756	71 58	77	19	08 4
92	97 8914	71 63		19	40 8
93	98 6077	71 68		20	13 2
94	2,199 3246	71 73		20	45 6
95	2,200 0418	71 78		21	18 0
85,96	2,200 7596	71 83	77	21	50 4
97	01 4779	71 88		22	22 8
98	02 1967	71 93		22	55 2
99	02 9160	71 98		23	27 6
86,00	03 6358			24	00 0

N. E. $k=86°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
86,00	2,203 6368	72 04	77	24	00 0
86,01	2,204 3562	72 08	77	24	32 4
02	05 0770	72 13		25	04 8
03	05 7983	72 19		25	37 2
04	06 5202	72 24		26	09 6
05	07 2426	72 28		26	42 0
86,06	2,207 9654	72 34	77	27	14 4
07	08 6888	72 39		27	46 8
08	09 4127	72 44		28	19 2
09	10 1371	72 49		28	51 6
10	10 8620	72 54		29	24 0
86,11	2,211 5874	72 60	77	29	56 4
12	12 3134	72 64		30	28 8
13	13 0398	72 70		31	01 2
14	13 7668	72 75		31	33 6
15	14 4943	72 80		32	06 0
86,16	2,215 2223	72 85	77	32	38 4
17	15 9608	72 91		33	10 8
18	16 6799	72 95		33	43 2
19	17 4094	73 01		34	15 6
20	18 1395	73 06		34	48 0
86,21	2,218 8701	73 12	77	35	20 4
22	19 6013	73 16		35	52 8
23	20 3329	73 22		36	25 2
24	21 0651	73 27		36	57 6
25	21 7978	73 32		37	30 0
86,26	2,222 5310	73 38	77	38	02 4
27	23 2648	73 42		38	34 8
28	23 9990	73 48		39	07 2
29	24 7338	73 54		39	39 6
30	25 4692	73 58		40	12 0
86,31	2,226 2050	73 64	77	40	44 4
32	26 9414	73 69		41	16 8
33	27 6783	73 75		41	49 2
34	28 4158	73 79		42	21 6
35	29 1537	73 86		42	54 0
86,36	2,229 8923	73 90	77	43	26 4
37	30 6313	73 96		43	58 8
38	31 3709	74 01		44	31 2
39	32 1110	74 06		45	03 6
40	32 8516	74 12		45	36 0
86,41	2,233 5928	74 17	77	46	08 4
42	34 3345	74 23		46	40 8
43	35 0768	74 28		47	13 2
44	35 8196	74 33		47	45 6
45	36 5629	74 39		48	18 0
86,46	2,237 3068	74 44	77	48	50 4
47	38 0512	74 50		49	22 8
48	38 7962	74 55		49	55 2
49	30 5417	74 60		50	27 6
50	40 2877			51	00 0
86,50	2,240 2877	74 66	77	51	00 0
86,51	2,241 0343	74 72	77	51	32 4
52	41 7815	74 77		52	04 8
53	42 5292	74 82		52	37 2
54	43 2774	74 88		53	09 6
55	44 0262	74 93		53	42 0
86,56	2,244 7755	74 99	77	54	14 4
57	45 5254	75 04		54	46 8
58	46 2758	75 10		55	19 2
59	47 0268	75 15		55	51 6
60	47 7783	75 21		56	24 0
86,61	2,248 5304	75 26	77	56	56 4
62	49 2830	75 32		57	28 8
63	50 0362	75 38		58	01 2
64	50 7900	75 43		58	33 6
65	51 5443	75 48		59	06 0
86,66	2,252 2991	75 55	77	59	38 4
67	53 0546	75 59	78	00	10 8
68	53 8105	75 66		00	43 2
69	54 5671	75 71		01	15 6
70	55 3242	75 76		01	48 0
86,71	2,256 0818	75 82	78	02	20 4
72	56 8400	75 88		02	52 8
73	57 5988	75 94		03	25 2
74	58 3582	75 99		03	57 6
75	59 1181	76 05		04	30 0
86,76	2,259 8786	76 10	78	05	02 4
77	60 6396	76 16		05	34 8
78	61 4012	76 22		06	07 2
79	62 1634	76 28		06	39 6
80	62 9262	76 33		07	12 0
86,81	2,263 6895	76 39	78	07	44 4
82	64 4534	76 44		08	16 8
83	65 2178	76 50		08	49 2
84	65 9828	76 56		09	21 6
85	66 7484	76 62		09	54 0
86,86	2,267 5146	76 68	78	10	26 4
87	68 2814	76 73		10	58 8
88	69 0487	76 79		11	31 2
89	69 8166	76 85		12	03 6
90	70 5851	76 91		12	36 0
86,91	2,271 3542	76 96	78	13	08 4
92	72 1238	77 02		13	40 8
93	72 8940	77 08		14	13 2
94	73 6648	77 14		14	45 6
95	74 4302	77 20		15	18 0
86,96	2,275 2082	77 26	78	15	50 4
97	75 9807	77 32		16	22 8
98	76 7539	77 37		16	55 2
99	77 5276	77 43		17	27 6
87,00	78 3019			18	00 0

N. E. k=87° Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
87,00	2,278 3019	77 49	78	18	00 0
87,01	2,279 0768	77 55	78	18	32 4
02	79 8523	77 61		19	04 8
03	80 6284	77 66		19	37 2
04	81 4050	77 73		20	09 6
05	82 1823	77 78		20	42 0
87,06	2,282 9601	77 85	78	21	14 4
07	83 7386	77 90		21	46 8
08	84 5176	77 96		22	19 2
09	85 2972	78 03		22	51 6
10	86 0775	78 08		23	24 0
87,11	2,286 8583	78 14	78	23	56 4
12	87 6397	78 20		24	28 8
13	88 4217	78 26		25	01 2
14	89 2043	78 33		25	33 6
15	89 9876	78 38		26	06 0
87,16	2,290 7714	78 44	78	26	38 4
17	91 5558	78 50		27	10 8
18	92 3408	78 57		27	43 2
19	93 1265	78 62		28	15 6
20	93 9127	78 68		28	48 0
87,21	2,294 6995	78 75	78	29	20 4
22	95 4870	78 81		29	52 8
23	96 2751	78 86		30	25 2
24	97 0637	78 93		30	57 6
25	97 8530	78 99		31	30 0
87,26	2,298 6429	79 05	78	32	02 4
27	2,299 4334	79 11		32	34 8
28	2,300 2245	79 17		33	07 2
29	01 0162	79 24		33	39 6
30	01 8086	79 29		34	12 0
87,31	2,302 6015	79 36	78	34	44 4
32	03 3951	79 42		35	16 8
33	04 1893	79 48		35	49 2
34	04 9841	79 54		36	21 6
35	05 7795	79 61		36	54 0
87,36	2,306 5756	79 67	78	37	26 4
37	07 3723	79 73		37	58 8
38	08 1696	79 79		38	31 2
39	08 9675	79 85		39	03 6
40	09 7660	79 92		39	36 0
87,41	2,310 5652	79 98	78	40	08 4
42	11 3650	80 04		40	40 8
43	12 1654	80 10		41	13 2
44	12 9664	80 17		41	45 6
45	13 7681	80 23		42	18 0
87,46	2,314 5704	80 30	78	42	50 4
47	15 3734	80 35		43	22 8
48	16 1769	80 43		43	55 2
49	16 9812	80 48		44	27 6
50	17 7860			45	00 0

N. E. k=87° Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
87,50	2,317 7860	80 55	78	45	00 0
87,51	2,318 5915	80 61	78	45	32 4
52	19 3976	80 68		46	04 8
53	20 2044	80 74		46	37 2
54	21 0118	80 80		47	09 6
55	21 8198	80 87		47	42 0
87,56	2,322 6285	80 93	78	48	14 4
57	23 4378	80 99		48	46 8
58	24 2477	81 07		49	19 2
59	25 0584	81 12		49	51 6
60	25 8696	81 19		50	24 0
87,61	2,326 6815	81 26	78	50	56 4
62	27 4941	81 32		51	28 8
63	28 3073	81 38		52	01 2
64	29 1211	81 45		52	33 6
65	29 9356	81 51		53	06 0
87,66	2,330 7507	81 58	78	53	38 4
67	31 5665	81 65		54	10 8
68	32 3830	81 71		54	43 2
69	33 2001	81 78		55	15 6
70	34 0179	81 84		55	48 0
87,71	2,334 8363	81 91	78	56	20 4
72	35 6554	81 97		56	52 8
73	36 4751	82 04		57	25 2
74	37 2955	82 10		57	57 6
75	38 1265	82 17		58	30 0
87,76	2,338 9382	82 24	78	59	02 4
77	39 7606	82 31	78	59	34 8
78	40 5837	82 37	79	00	07 2
79	41 4074	82 43		00	39 6
80	42 2317	82 51		01	12 0
87,81	2,343 0568	82 57	79	01	44 4
82	43 8825	82 64		02	16 8
83	44 7089	82 70		02	49 2
84	45 5359	82 78		03	21 6
85	46 3637	82 84		03	54 0
87,86	2,347 1921	82 90	79	04	26 4
87	48 0211	82 98		04	58 8
88	48 8509	83 04		05	31 2
89	49 6813	83 11		06	03 6
90	50 5124	83 18		06	36 0
87,91	2,351 3442	83 25	79	07	08 4
92	52 1767	83 31		07	40 8
93	53 0098	83 38		08	13 2
94	53 8436	83 45		08	45 6
95	54 6781	83 52		09	18 0
87,96	2,355 5133	83 59	79	09	50 4
97	56 3492	83 66		10	22 8
89	57 1858	83 72		10	55 2
99	58 0230	83 80		11	27 6
88,00	58 8610			12	00 0

N. E. $k=88°$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
88,00	2,358 8610	83 86	79	12	08 0
88,01	2,359 6996	83 93	79	12	32 4
02	60 5389	84 01		13	04 8
03	61 3790	84 07		13	37 2
04	62 2197	84 14		14	09 6
05	63 0611	84 21		14	42 0
88,06	2,363 9032	84 28	79	15	14 4
07	64 7460	84 35		15	46 8
08	65 5896	84 42		16	19 2
09	66 4337	84 49		16	51 6
10	67 2786	84 56		17	24 0
88,11	2,368 1242	84 63	79	17	56 4
12	68 9705	84 70		18	28 8
13	69 8175	84 77		19	01 2
14	70 6652	84 84		19	33 6
15	71 5136	84 91		20	06 0
88,16	2,372 3627	84 99	79	20	38 4
17	73 2126	85 05		21	10 8
18	74 0631	85 13		21	43 2
19	74 9144	85 20		22	16 6
20	75 7664	85 27		22	48 0
88,21	2,376 6191	85 34	79	23	20 4
22	77 4725	85 41		23	52 8
23	78 3266	85 48		24	25 2
24	79 1814	85 56		24	57 6
25	80 0370	85 63		25	30 0
88,26	2,380 8933	85 70	79	26	02 4
27	81 7503	85 77		26	34 8
28	82 6080	85 84		27	07 2
29	83 4664	85 92		27	39 6
30	84 3256	85 99		28	12 0
88,31	2,385 1855	86 06	79	28	44 4
32	86 0461	86 14		29	16 8
33	86 9075	86 20		29	49 2
34	87 7695	86 29		30	21 6
35	88 6324	86 35		30	54 0
88,36	2,389 4959	86 43	79	31	26 4
37	90 3602	86 50		31	58 8
38	91 2252	86 57		32	31 2
39	92 0909	86 65		33	03 6
40	92 9574	86 72		33	36 0
88,41	2,393 8246	86 80	79	34	08 4
42	94 6926	86 87		34	40 8
43	95 5613	86 95		35	13 2
44	96 4308	87 02		35	45 6
45	97 3010	87 09		36	18 0
88,46	2,398 1719	87 17	79	36	50 4
47	99 0436	87 24		37	22 8
48	2,399 9160	87 32		37	55 2
49	2,400 7892	87 39		38	27 6
50	01 6631			39	00 0

N. E. $k=88°$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
88,50	2,401 6631	87 47	79	39	00 0
88,51	2,402 5378	87 55	79	39	32 4
52	03 4133	87 62		40	04 8
53	04 2895	87 69		40	37 2
54	05 1664	87 77		41	09 6
55	06 0441	87 85		41	42 0
88,56	2,406 9226	87 92	79	42	14 4
57	07 8018	88 00		42	46 8
58	08 6818	88 08		43	19 2
59	09 5626	88 15		43	51 6
60	10 4441	88 23		44	24 0
88,61	2,411 3264	88 30	79	44	56 4
62	12 2094	88 38		45	28 8
63	13 0932	88 46		46	01 2
64	13 9778	88 54		46	33 6
65	14 8632	88 61		47	06 0
88,66	2,415 7493	88 69	79	47	38 4
67	16 6362	88 77		48	10 8
68	17 5239	88 84		48	43 2
69	18 4123	88 93		49	15 6
70	19 3016	89 00		49	48 0
88,71	2,420 1916	89 08	79	50	20 4
72	21 0824	89 16		50	52 8
73	21 9740	89 23		51	25 2
74	22 8663	89 31		51	57 6
75	23 7594	89 40		52	30 0
88,76	2,424 6534	89 47	79	53	02 4
77	25 5481	89 55		53	34 8
78	26 4436	89 63		54	07 2
79	27 3399	89 71		54	39 6
80	28 2370	89 78		55	12 0
88,81	2,429 1348	89 87	79	55	44 4
82	30 0335	89 95		56	16 8
83	30 9330	90 02		56	49 2
84	31 8332	90 11		57	21 6
85	32 7343	90 19		57	54 0
88,86	2,433 6362	90 26	79	58	26 4
87	34 5388	90 35		58	58 8
88	35 4423	90 43	79	59	31 2
89	36 3466	90 50	80	00	03 6
90	37 2516	90 59		00	36 0
88,91	2,438 1575	90 67	80	01	08 4
92	39 0642	90 75		01	40 8
93	39 9717	90 83		02	13 2
94	40 8800	90 92		02	45 6
95	41 7892	90 99		03	18 0
88,96	2,442 6991	91 08	80	03	50 4
97	43 6099	91 16		04	22 8
98	44 5215	91 24		04	55 2
99	45 4339	91 32		05	27 6
89,00	46 3471			06	00 0

N. E. $k=89^\circ$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
89,00	2,446 3471	91 40	80	06	00 0
89,01	2,447 2611	91 49	80	06	32 4
02	48 1760	91 57		07	04 8
03	49 0917	91 65		07	37 2
04	50 0082	91 73		08	09 6
05	50 9255	91 82		08	42 0
89,06	2,451 8437	91 90	80	09	14 4
07	52 7627	91 99		09	46 8
08	53 6826	92 08		10	19 2
09	54 6032	92 16		10	51 6
10	55 5248	92 23		11	24 0
89,11	2,456 4471	92 32	80	11	56 4
12	57 3703	92 40		12	28 8
13	58 2943	92 49		13	01 2
14	59 2192	92 57		13	33 6
15	60 1449	92 66		14	06 0
89,16	2,461 0715	92 74	80	14	38 4
17	61 9989	92 82		15	10 8
18	62 9271	92 91		15	43 2
19	63 8562	93 00		16	15 6
20	64 7862	93 08		16	48 0
89,21	2,465 7170	93 17	80	17	20 4
22	66 6487	93 25		17	52 8
23	67 5812	93 34		18	25 2
24	68 5146	93 42		18	57 6
25	96 4488	93 51		19	30 0
89,26	2,470 3839	93 59	80	20	02 4
27	71 3198	93 69		20	34 8
28	72 2567	93 77		21	07 2
29	73 1944	93 86		21	39 6
30	74 1329	93 95		22	12 0
89,31	2,475 0724	94 03	80	22	44 4
32	76 0127	94 11		23	16 8
33	76 9538	94 21		23	49 2
34	77 8959	94 30		24	21 6
35	78 8389	94 37		24	54 0
89,36	2,479 7826	94 47	80	25	26 4
37	80 7273	94 55		25	58 8
38	81 6728	94 65		26	31 2
39	82 6193	94 73		27	03 6
40	83 5666	94 82		27	36 0
89,41	2,484 5148	94 91	80	28	08 4
42	85 4639	95 00		28	40 8
43	86 4139	95 09		29	13 2
44	87 3648	95 18		29	45 6
45	88 3166	95 26		30	18 0
89,46	2,489 2692	95 36	80	30	50 4
47	90 2228	95 45		31	22 8
48	91 1773	95 53		31	55 2
49	92 1326	95 63		32	27 6
50	93 0889			33	00 0

N. E. $k=89^\circ$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
89,50	2,493 0889	95 71	80	33	00 0
89,51	2,494 0460	95 81	80	33	32 4
52	95 0041	95 90		34	04 8
53	95 9631	95 99		34	37 2
54	96 9230	96 08		35	09 6
55	97 8838	96 17		35	42 0
89,56	2,498 8455	96 26	80	36	14 4
57	2,499 8081	96 35		36	46 8
58	2,500 7716	96 45		37	19 2
59	01 7361	96 53		37	51 6
60	02 7014	96 63		38	24 0
89,61	2,503 6677	96 72	80	38	56 4
62	04 6349	96 82		39	28 8
63	05 6031	96 90		40	01 2
64	06 5721	97 00		40	33 6
65	07 5421	97 09		41	06 0
89,66	2,508 5130	97 19	80	41	38 4
67	09 4849	97 28		42	10 8
68	10 4577	97 37		42	43 2
69	11 4314	97 46		43	15 6
70	12 4060	97 56		43	48 0
89,71	2,513 3816	97 65	80	44	20 4
72	14 3581	97 75		44	52 8
73	15 3356	97 85		45	25 2
74	16 3141	97 93		45	57 6
75	17 2934	98 03		46	30 0
89,76	2,518 2737	98 13	80	47	02 4
77	19 2550	98 22		47	34 8
78	20 2372	98 32		48	07 2
79	21 2204	98 41		48	39 6
80	22 2046	98 51		49	12 0
89,81	2,523 1896	98 60	80	49	44 4
82	24 1756	98 70		50	16 8
83	25 1626	98 80		50	49 2
84	26 1506	98 89		51	21 6
85	27 1395	98 99		51	54 0
89,86	2,528 1294	99 08	80	52	26 4
87	29 1202	99 19		52	58 8
88	30 1121	99 28		53	31 2
89	31 1049	99 38		54	03 6
90	32 0987	99 47		54	36 0
89,91	2,533 0934	99 57	80	55	08 4
92	34 0891	99 68		55	40 8
93	35 0859	99 76		56	13 2
94	36 0835	99 87		56	45 6
95	37 0822	99 96		57	18 0
89,96	2,538 0818	100 07	80	57	50 4
97	39 0825	100 17		58	22 8
89	40 0842	100 26		58	55 2
99	41 0868	100 36	80	59	27 6
90,00	42 0904		81	00	00 0

N. E. $k=90°$ Gr. M.	Ⱡ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
90,00	2,542 0904	100 47	81	00	00 0
90,01	2,543 0861	100 56	81	00	32 4
02	44 1007	100 66		01	04 8
03	45 1073	100 76		01	37 2
04	46 1149	100 86		02	09 6
05	47 1236	100 97		02	42 0
90,06	2,548 1332	101 06	81	03	14 4
07	49 1438	101 17		03	46 8
08	50 1555	101 26		04	19 2
09	51 1681	101 37		04	51 6
10	52 1818	101 47		05	24 0
90,11	2,553 1965	101 57	81	05	56 4
12	54 2122	101 67		06	28 8
13	55 2299	101 78		07	01 2
14	56 2467	101 88		07	33 6
15	57 2655	101 98		08	06 0
90,16	2,558 2863	102 08	81	08	38 4
17	59 3061	102 19		09	10 8
18	60 3280	102 29		09	43 2
19	61 3509	102 39		10	15 6
20	62 3748	102 50		10	48 0
90,21	2,563 3998	102 60	81	11	20 4
22	64 4258	102 70		11	52 8
23	65 4528	102 81		12	25 2
24	66 4809	102 92		12	57 6
25	67 5101	103 01		13	30 0
90,26	2,568 5402	103 13	81	14	02 4
27	69 5715	103 23		14	34 8
28	70 6038	103 33		15	07 2
29	71 6371	103 44		15	39 6
30	72 6715	103 55		16	12 0
90,31	2,573 7070	103 65	81	16	44 4
32	74 7436	103 76		17	16 8
33	75 7811	103 86		17	49 2
34	76 8197	103 97		18	21 6
35	77 8594	104 08		18	54 0
90,36	2,578 9002	104 19	81	19	26 4
37	79 9421	104 29		19	58 8
38	80 9850	104 40		20	31 2
39	82 0290	104 51		21	03 6
40	83 0741	104 61		21	36 0
90,41	2,584 1202	104 73	81	22	08 4
42	85 1675	104 83		22	40 8
43	86 2158	104 95		23	13 2
44	87 2653	105 05		23	45 6
45	88 3158	105 16		24	18 0
90,46	2,589 3674	105 27	81	24	50 4
47	90 4201	105 38		25	22 8
48	91 4739	105 49		25	55 2
49	92 5288	105 60		26	27 6
50	93 5848			27	00 0
90,50	2,593 5848	105 71	81	27	00 0
90,51	2,594 6419	105 82	81	27	32 4
52	95 7001	105 93		28	04 8
53	96 7594	106 04		28	37 2
54	97 8198	106 15		29	09 6
55	98 8813	106 27		29	42 0
90,56	2,599 9440	106 38	81	30	14 4
57	2,601 0078	106 49		30	46 8
58	02 0727	106 60		31	19 2
59	03 1387	106 71		31	51 6
60	04 2058	106 83		32	24 0
90,61	2,605 2741	106 94	81	32	56 4
62	06 3435	107 05		33	28 8
63	07 4140	107 17		34	01 2
64	08 4857	107 28		34	33 6
65	09 5585	107 39		35	06 0
90,66	2,610 6324	107 51	81	35	38 4
67	11 7075	107 62		36	10 8
68	12 7837	107 74		36	43 2
69	13 8611	107 86		37	15 6
70	14 9397	107 96		37	48 0
90,71	2,616 0193	108 09	81	38	20 4
72	17 1002	108 20		38	52 8
73	18 1822	108 31		39	25 2
74	19 2653	108 43		39	57 6
75	20 3496	108 55		40	30 0
90,76	2,621 4351	108 67	81	41	02 4
77	22 5218	108 78		41	34 8
78	23 6096	108 90		42	07 2
79	24 6986	109 01		42	39 6
80	25 7887	109 14		43	12 0
90,81	2,626 8801	109 25	81	43	44 4
82	27 9726	109 37		44	16 8
83	29 0663	109 49		44	49 2
84	30 1612	109 60		45	21 6
85	31 2572	109 73		45	54 0
90,86	2,632 3545	109 84	81	46	26 4
87	33 4529	109 97		46	58 8
88	34 5526	110 09		47	31 2
89	35 6535	110 20		48	03 6
90	36 7555	110 33		48	36 0
90,91	2,637 8586	110 44	81	49	08 4
92	38 9632	110 57		49	40 8
93	40 0689	110 69		50	13 2
94	41 1758	110 81		50	45 6
95	42 2839	110 93		51	18 0
90,96	2,643 3932	111 05	81	51	50 4
97	44 5037	111 18		52	22 8
98	45 6155	111 29		52	55 2
99	46 7284	111 42		53	27 6
91,00	47 8426			54	00 0

N. E. $k=91°$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.		Alte Einth. Gr.	M.	S.
91,00	2,647 8426	111	55	81	54	00 0
91,01	2,648 9581	111	66	81	54	32 4
02	50 0747	111	80		55	04 8
03	51 1927	111	81		55	37 2
04	52 3118	112	04		56	09 6
05	53 4322	112	16		56	42 0
91,06	2,654 5538	112	29	81	57	14 4
07	55 6767	112	41		57	46 8
08	56 8008	112	54		58	19 2
09	57 9262	112	66		58	51 6
10	59 0528	112	79		59	24 0
91,11	2,660 1807	112	92	81	59	56 4
12	61 3099	113	04	82	00	28 8
13	62 4403	113	17		01	01 2
14	63 5720	113	29		01	33 6
15	64 7049	113	43		02	06 0
91,16	2,665 8392	113	55	82	02	38 4
17	66 9747	113	68		03	10 8
18	68 1115	113	80		03	43 2
19	69 2495	113	94		04	15 6
20	70 3880	114	06		04	48 0
91,21	2,671 5285	114	19	82	05	20 4
22	72 6714	114	32		05	52 8
23	73 8146	114	46		06	25 2
24	74 9592	114	58		06	57 6
25	76 1050	114	71		07	30 0
91,26	2,677 2521	114	84	82	08	02 4
27	78 4005	114	97		08	34 8
28	79 5502	115	11		09	07 2
29	80 7013	115	23		09	39 6
30	81 8536	115	37		10	12 0
91,31	2,683 0073	115	50	82	10	44 4
32	84 1623	115	63		11	16 8
33	85 3186	115	76		11	49 2
34	86 4762	115	90		12	21 6
35	87 6352	116	03		12	54 0
91,36	2,688 7965	116	16	82	13	26 4
37	89 9571	116	30		13	58 8
38	91 1201	116	43		14	31 2
39	92 2844	116	57		15	03 6
40	93 4501	116	70		15	36 0
91,41	2,694 6171	116	84	82	16	08 4
42	95 7855	116	97		16	40 8
43	96 9552	117	11		17	13 2
44	98 1263	117	24		17	45 6
45	99 2987	117	38		18	18 0
91,46	2,700 4725	117	51	82	18	50 4
47	01 6476	117	66		19	22 8
48	02 8242	117	79		19	55 2
49	04 0021	117	93		20	27 6
50	05 1814				21	00 0

N. E. $k=91°$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.		Alte Einth. Gr.	M.	S.
91,50	2,705 1814	118	06	82	21	00 0
91,51	2,706 3020	118	21	82	21	32 4
52	07 5441	118	34		22	04 8
53	08 7276	118	48		22	37 2
54	09 9123	118	63		23	09 6
55	11 0986	118	76		23	42 0
91,56	2,712 2862	118	90	82	24	14 4
57	13 4752	119	04		24	46 8
58	14 6656	119	18		25	19 2
59	15 8574	119	32		25	51 6
60	17 0506	119	47		26	24 0
91,61	2,718 2453	119	61	82	26	56 4
62	19 4414	119	74		27	28 8
63	20 6388	119	89		28	01 2
64	21 8377	120	04		28	33 6
65	23 0381	120	17		29	06 0
91,66	2,724 2398	120	32	82	29	38 4
67	25 4430	120	47		30	10 8
68	26 6477	120	60		30	43 2
69	27 8537	120	75		31	15 6
70	29 0612	120	90		31	48 0
91,71	2,730 2702	121	04	82	32	20 4
72	31 4806	121	19		32	52 8
73	32 6925	121	33		33	25 2
74	33 9058	121	48		33	57 6
75	35 1206	121	63		34	30 0
91,76	2,736 3369	121	77	82	35	02 4
77	37 5546	121	92		35	34 8
78	38 7738	122	07		36	07 2
79	39 9945	122	21		36	39 6
80	41 2166	122	36		37	12 0
91,81	2,742 4402	122	52	82	37	44 4
82	43 4566	122	66		38	16 8
83	44 8920	122	81		38	49 2
84	46 1201	122	96		39	21 6
85	47 3497	123	11		39	54 0
91,86	2,748 5808	123	26	82	40	26 4
87	49 8134	123	41		40	58 8
88	51 0475	123	56		41	31 2
89	52 2831	123	72		42	03 6
90	53 5203	123	86		42	36 0
91,91	2,754 7589	124	02	82	43	08 4
92	55 9991	124	17		43	40 8
93	57 2408	124	33		44	13 2
94	58 4841	124	48		44	45 6
95	59 7289	124	63		45	18 0
91,96	2,760 9752	124	79	82	45	50 4
97	62 2231	124	94		46	22 8
98	63 4725	125	09		46	55 2
99	64 7234	125	26		47	27 6
92,00	65 9760				48	00 0

N. E. $k=92°$ Gr. M.	Ł. k.	D. 1″	Alte Einth. Gr.	M.	S.
92,00	2,766 9760	125 40	82	45	00 0
92,01	2,767 2300	125 57	82	48	32 4
02	68 4857	125 72		49	04 8
03	69 7429	125 88		49	37 2
04	71 0017	126 03		50	09 6
05	72 2620	126 19		50	42 0
92,06	2,773 5239	126 35	82	51	14 4
07	74 7874	126 51		51	46 8
08	76 0525	126 67		52	19 2
09	77 3192	126 83		52	51 6
10	78 5874	127 00		53	24 0
92,11	2,779 8574	127 15	82	53	56 4
12	81 1289	127 30		54	28 8
13	82 4019	127 47		55	01 2
14	83 6766	127 63		55	33 6
15	84 9529	127 80		56	06 0
92,16	2,786 2309	127 95	82	56	38 4
17	87 5104	128 12		57	10 8
18	88 7916	128 28		57	43 2
19	90 0744	128 45		58	15 6
20	91 3589	128 60		58	48 0
92,21	2,792 6449	128 78	82	59	20 4
22	93 9327	128 93	82	59	52 8
23	95 2220	129 11	83	00	25 2
24	96 5131	129 27		00	57 6
25	97 8068	129 43		01	30 0
92,26	2,799 1001	129 60	83	02	02 4
27	2,800 3961	129 77		02	34 8
28	01 6938	129 94		03	07 2
29	02 9932	130 10		03	39 6
30	04 2942	130 27		04	12 0
92,31	2,805 5969	130 44	83	04	44 4
32	06 9013	130 61		05	16 8
33	08 2074	130 78		05	49 2
34	09 5152	130 95		06	21 6
35	10 8247	131 12		06	54 0
92,36	2,812 1359	131 29	83	07	26 4
37	13 4488	131 46		07	58 8
38	14 7634	131 63		08	31 2
39	16 0797	131 81		09	03 6
40	17 3978	131 98		09	36 0
92,41	2,818 7176	132 16	83	10	08 4
42	20 0391	132 32		10	40 8
43	21 3623	132 50		11	13 2
44	22 6873	132 68		11	45 6
45	24 0141	132 85		12	18 0
92,46	2,825 3426	133 02	83	12	50 4
47	26 6728	133 20		13	22 8
48	28 0048	133 38		13	55 2
49	29 3386	133 55		14	27 6
50	30 6741			15	00 0

N. E. $k=92°$ Gr. M.	Ł. k.	D. 1″	Alte Einth. Gr.	M.	S.
92,50	2,830 6741	133 73	83	15	00 0
92,51	2,832 0114	133 91	83	15	32 4
52	33 3506	134 09		16	04 8
53	34 6914	134 26		16	37 2
54	36 0340	134 45		17	09 6
55	37 3785	134 62		17	42 0
92,56	2,838 7247	134 81	83	18	14 4
57	40 0728	134 99		18	46 8
58	41 4227	135 16		19	19 2
59	42 7743	135 35		19	51 6
60	44 1278	135 53		20	24 0
92,61	2,845 4831	135 72	83	20	56 4
62	46 8403	135 89		21	28 8
63	48 1992	136 08		22	01 2
64	49 5600	136 27		22	33 6
65	50 9227	136 45		23	06 0
92,66	2,852 2872	136 63	83	23	38 4
67	53 6536	136 82		24	10 8
68	55 0217	137 01		24	43 2
69	56 3918	137 19		25	15 6
70	57 7637	137 38		25	48 0
92,71	2,859 1375	137 57	83	26	20 4
72	60 5132	137 76		26	52 8
73	61 8908	137 95		27	25 2
74	63 2703	138 13		27	57 6
75	64 6516	138 32		28	30 0
92,76	2,866 0348	138 52	83	29	02 4
77	67 4200	138 71		29	34 8
78	68 8071	138 89		30	07 2
79	70 1960	139 09		30	39 6
80	71 5869	139 28		31	12 0
92,81	2,872 9797	139 48	83	31	44 4
82	74 3745	139 67		32	16 8
83	75 7712	139 86		32	49 2
84	77 1698	140 06		33	21 6
85	78 5704	140 25		33	54 0
92,86	2,879 9727	140 46	83	34	26 4
87	81 3774	140 64		34	58 8
88	82 7838	140 84		35	31 2
89	84 1922	141 04		36	03 6
90	85 6026	141 24		36	36 0
92,91	2,887 0150	141 43	83	37	08 4
92	88 4293	141 64		37	40 8
93	89 8457	141 83		38	13 2
94	91 2640	142 03		38	45 6
95	92 6843	142 24		39	18 0
92,96	2,894 1067	142 44	83	39	50 4
97	95 5311	142 63		40	22 8
98	96 9674	142 84		40	55 2
99	98 3858	143 05		41	27 6
93,00	99 8163			42	00 0

N. E. $k=93°$ Gr. M.	ℒ. k.	D. 1″.		Alte Einth. Gr.	M.	S.
93,00	2,899 8163	143	26	83	42	00 0
93,01	2,901 2488	143	46	83	42	32 4
02	02 6833	143	66		43	04 8
03	04 1198	143	87		43	37 2
04	05 5585	144	06		44	09 6
05	06 9991	144	28		44	42 0
93,06	2,908 4419	144	48	83	45	14 4
07	09 8867	144	69		45	46 8
08	11 3336	144	90		46	19 2
09	12 7826	146	10		46	51 6
10	14 2336	145	32		47	24 0
93,11	2,915 6868	145	53	83	47	56 4
12	17 1421	145	73		48	28 8
13	18 5994	145	95		49	01 2
14	20 0689	146	17		49	33 6
15	21 5206	146	37		50	06 0
93,16	2,922 9843	146	59	83	50	38 4
17	24 4502	146	80		51	10 8
18	25 9182	147	01		51	43 2
19	27 3883	147	23		52	15 6
20	28 8606	147	46		52	48 0
93,21	2,930 3351	147	66	83	53	20 4
22	31 8117	147	89		53	52 8
23	33 2906	148	09		54	25 2
24	34 7715	148	32		54	57 6
25	36 2547	148	54		55	30 0
93,26	2,937 7401	148	75	83	56	02 4
27	39 2276	148	98		56	34 8
28	40 7174	149	19		57	07 2
29	42 2093	149	42		57	39 6
30	43 7035	149	64		58	12 0
93,31	2,946 1999	149	87	83	58	44 4
32	46 6986	150	08		59	16 8
33	48 1994	150	32	83	59	49 2
34	49 7026	150	53	84	00	21 6
35	51 2079	150	77		00	54 0
93,36	2,952 7166	150	99	84	01	26 4
37	54 2255	151	21		01	58 8
38	55 7376	151	45		02	31 2
39	57 2621	151	07		03	03 6
40	58 7688	151	90		03	36 0
93,41	2,960 2878	152	13	84	04	08 4
42	61 8091	152	36		04	40 8
43	63 3327	152	60		05	13 2
44	64 8587	152	82		05	45 6
45	66 3869	153	00		06	18 0
93,46	2,967 9175	153	29	84	06	50 4
47	69 4504	153	53		07	22 8
48	70 9857	153	76		07	55 2
49	72 5233	153	99		08	27 6
50	74 0632				09	00 0

N. E. $k=93°$ Gr. M.	ℒ. k.	D. 1″.		Alte Einth. Gr.	M.	S.
93,50	2,974 0632	154	23	84	09	00 0
93,51	2,975 6055	154	47	84	09	32 4
52	77 1502	154	71		10	04 8
53	78 6973	154	95		10	37 2
54	80 2468	155	18		11	09 6
55	81 7986	155	42		11	42 0
93,56	2,983 3528	155	67	84	12	14 4
57	84 9095	155	91		12	46 8
58	86 4686	156	15		13	19 2
59	88 0301	156	39		13	51 6
60	89 5940	156	63		14	24 0
93,61	2,991 1603	156	86	84	14	56 4
62	92 7201	157	13		15	28 8
63	94 3004	157	37		16	01 2
64	95 8741	157	62		16	33 6
65	97 4503	157	86		17	06 0
93,66	2,999 0289	158	12	84	17	38 4
67	3,000 6101	158	36		18	10 8
68	02 1937	158	61		18	43 2
69	03 7798	158	87		19	15 6
70	05 3685	159	11		19	48 0
93,71	3,006 9606	159	37	84	20	20 4
72	08 5533	159	62		20	52 8
73	10 1405	159	88		21	25 2
74	11 7483	160	13		21	57 6
75	13 3496	160	38		22	30 0
93,76	3,014 9634	160	64	84	23	02 4
77	16 5598	160	90		23	34 8
78	18 1688	161	16		24	07 2
79	19 7804	161	41		24	39 6
80	21 3945	161	68		25	12 0
93,81	3,023 0113	161	94	84	25	44 4
82	24 6307	162	19		26	16 8
83	26 2526	162	46		26	49 2
84	27 8772	162	73		27	21 6
85	29 5045	162	98		27	54 0
93,86	3,031 1343	163	25	84	28	26 4
87	32 7068	163	52		28	58 8
88	34 4020	163	79		29	31 2
89	36 0390	164	05		30	03 6
90	37 6804	164	32		30	36 0
93,91	3,039 3236	164	59	84	31	08 4
92	40 9605	164	86		31	40 8
93	42 6181	165	13		32	13 2
94	44 2604	165	40		32	45 6
95	45 9234	165	67		33	18 0
93,96	3,047 6801	165	96	84	33	50 4
97	49 2396	166	22		34	22 8
98	50 9018	166	49		34	55 2
99	52 5668	166	78		35	27 6
94,00	54 2346				36	00 0

N. E. $k = 94°$ Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
94,00	3,054 2346	167 06	84	36	00 0
94,01	3,055 9061	167 33	84	36	32 4
02	57 5784	167 61		37	04 8
03	59 2645	167 89		37	37 2
04	60 9334	168 17		38	09 6
05	62 6151	168 46		38	42 0
94,06	3,064 2997	168 73	84	39	14 4
07	65 9870	169 02		39	46 8
08	67 6772	169 31		40	19 2
09	69 3703	169 59		40	51 6
10	71 0662	169 88		41	24 0
94,11	3,072 7650	170 16	84	41	56 4
12	74 4666	170 46		42	28 8
13	76 1712	170 74		43	01 2
14	77 8786	171 04		43	33 6
15	79 5890	171 33		44	06 0
94,16	3,081 3023	171 62	84	44	38 4
17	83 0185	171 91		45	10 8
18	84 7376	172 21		45	43 2
19	86 4597	172 50		46	15 6
20	88 1847	172 80		46	48 0
94,21	3,089 9127	173 10	84	47	20 4
22	91 6437	173 40		47	52 8
23	93 3777	173 70		48	25 2
24	95 1147	174 00		48	57 6
25	96 8547	174 30		49	30 0
94,26	3,098 5977	174 60	84	50	02 4
27	3,100 3437	174 91		50	34 8
28	02 0928	175 21		51	07 2
29	03 8449	175 52		51	39 6
30	05 6001	175 83		52	12 0
94,31	3,107 3584	176 14	84	52	44 4
32	09 1198	176 44		53	16 8
33	10 8842	176 76		53	49 2
34	12 6518	177 06		54	21 6
35	14 4224	177 38		54	54 0
94,36	3,116 1962	177 70	84	55	26 4
37	17 9732	178 01		55	58 8
38	19 7633	178 32		56	31 2
39	21 5366	178 65		57	03 6
40	23 3230	178 96		57	36 0
94,41	3,125 1126	179 28	84	58	08 4
42	26 9054	179 60		58	40 8
43	28 7014	179 92		59	13 2
44	30 5006	180 26	84	59	45 6
45	32 3031	180 57	85	00	18 0
94,46	3,134 1088	180 90	85	00	50 4
47	35 9178	181 22		01	22 8
48	37 7300	181 55		01	55 2
49	39 5455	181 88		02	27 6
50	41 3643			03	00 0
94,50	3,141 3643	182 21	85	03	00 0
94,51	3,143 1864	182 54	85	03	32 4
52	45 0118	182 88		04	04 8
53	46 8406	183 20		04	37 2
54	48 6726	183 55		05	09 6
55	50 5081	183 87		05	42 0
94,56	3,152 3468	184 22	85	06	14 4
57	54 1800	184 56		06	46 8
58	56 0346	184 89		07	19 2
59	57 8835	185 24		07	51 6
60	59 7359	185 58		08	24 0
94,61	3,161 5917	185 92	85	08	56 4
62	63 4509	186 27		09	28 8
63	65 3136	186 61		10	01 2
64	67 1797	186 96		10	33 6
65	69 0493	187 31		11	06 0
94,66	3,170 9224	187 66	85	11	38 4
67	72 7990	188 02		12	10 8
68	74 6792	188 36		12	43 2
69	76 5628	188 72		13	15 6
70	78 4500	189 08		13	48 0
94,71	3,180 3408	189 43	85	14	20 4
72	82 2351	189 79		14	52 8
73	84 1330	190 15		15	25 2
74	86 0345	190 51		15	57 6
75	87 9396	190 88		16	30 0
94,76	3,189 8484	191 23	85	17	02 4
77	91 7607	191 61		17	34 8
78	93 6768	191 97		18	07 2
79	95 5965	192 33		18	39 6
80	97 5198	192 71		19	12 0
94,81	3,199 4469	193 08	85	19	44 4
82	3,201 3777	193 45		20	16 8
83	03 3122	193 82		20	49 2
84	05 2504	194 20		21	21 6
85	07 1924	194 57		21	54 0
94,86	3,209 1381	194 96	85	22	26 4
87	11 0877	195 33		22	58 8
88	13 0410	195 71		23	31 2
89	14 9981	196 10		24	03 6
90	16 9591	196 48		24	36 0
94,91	3,218 9239	196 87	85	25	08 4
92	20 8926	197 25		25	40 8
93	22 8651	197 64		26	13 2
94	24 8415	198 00		26	45 6
95	26 8219	198 42		27	18 0
94,96	3,228 8061	198 82	85	27	50 4
97	30 7943	199 21		28	22 8
98	32 7864	199 61		28	55 2
99	34 7825	200 00		29	27 6
95,00	36 7826		85	30	00 0

N. E. $k=95^\circ$ Gr. M.	Ꝑ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
95,00	3,236 7825	200 41	85	30	00 0
95,01	3,238 7866	200 81	85	30	32 4
02	40 7947	201 20		31	04 8
03	42 8067	201 62		31	37 2
04	44 8229	202 02		32	09 6
05	46 8431	202 43		32	42 0
95,06	3,248 8674	202 83	85	33	14 4
07	50 8957	203 25		33	46 8
08	52 9282	203 66		34	19 2
09	54 9648	204 08		34	51 6
10	57 0056	204 49		35	24 0
95,11	3,259 0505	204 91	85	35	56 4
12	61 0996	205 33		36	28 8
13	63 1529	205 76		37	01 2
14	65 2104	206 17		37	33 6
15	67 2721	206 60		38	06 0
95,16	3,269 3381	207 03	85	38	38 4
17	71 4084	207 46		39	10 8
18	73 4829	207 88		39	43 2
19	75 5617	208 31		40	15 6
20	77 6448	208 75		40	48 0
95,21	3,279 7323	209 19	85	41	20 4
22	81 8242	209 62		41	52 8
23	83 9204	210 06		42	25 2
24	86 0210	210 50		42	57 6
25	88 1260	210 94		43	30 0
95,26	3,290 2354	211 39	85	44	02 4
27	92 3493	211 83		44	34 8
28	94 4676	212 29		45	07 2
29	96 5905	212 73		45	39 6
30	98 7178	213 19		46	12 0
95,31	3,300 8497	213 64	85	46	44 4
32	02 9861	214 09		47	16 8
33	05 1270	214 56		47	49 2
34	07 2726	215 01		48	21 6
35	09 4227	215 48		48	54 0
95,36	3,311 5775	215 94	85	49	26 4
37	13 7369	216 40		49	58 8
38	15 9009	216 88		50	31 2
39	18 0697	217 34		51	03 6
40	20 2431	217 82		51	36 0
95,41	3,322 4213	218 29	85	52	08 4
42	24 6042	218 77		52	40 8
43	26 7919	219 25		53	13 2
44	28 9844	219 72		53	45 6
45	31 1816	220 21		54	18 0
95,46	3,333 3837	220 70	85	54	50 4
47	35 5907	221 18		55	22 8
48	37 8025	221 67		55	55 2
49	40 0192	222 16		56	27 6
50	42 2408			57	00 0

N. E. $k=95^\circ$ Gr. M.	Ꝑ. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
95,50	3,342 2408	222 66	85	57	00 0
95,51	3,344 4673	223 15	85	57	32 4
52	46 6988	223 65		58	04 8
53	48 9353	224 15		58	37 2
54	51 1768	224 66		59	09 6
55	53 4233	225 15	85	59	42 0
95,56	3,355 6748	225 66	86	00	14 4
57	57 9314	226 18		00	46 8
58	60 1932	226 68		01	19 2
59	62 4600	227 19		01	51 6
60	64 7319	227 72		02	24 0
95,61	3,367 0091	228 23	86	02	56 4
62	69 2914	228 75		03	28 8
63	71 5789	229 27		04	01 2
64	73 8716	229 80		04	33 6
65	76 1696	230 33		05	06 0
95,66	3,378 4729	230 86	86	05	38 4
67	80 7815	231 39		06	10 8
68	83 0954	231 93		06	43 2
69	85 4147	232 47		07	15 6
70	87 7394	233 00		07	48 0
95,71	3,390 0694	233 55	86	08	20 4
72	92 4049	234 09		08	52 8
73	94 7458	234 65		09	25 2
74	97 0923	235 19		09	57 6
75	99 4442	235 74		10	30 0
95,76	3,401 8016	236 31	86	11	02 4
77	04 1647	236 86		11	34 8
78	06 5333	237 42		12	07 2
79	08 9075	237 98		12	39 6
80	11 2873	238 56		13	12 0
95,81	3,413 6729	239 12	86	13	44 4
82	16 0641	239 69		14	16 8
83	18 4610	240 27		14	49 2
84	20 8637	240 84		15	21 6
85	23 2721	241 43		15	54 0
95,86	3,425 6864	242 00	86	16	26 4
87	28 1064	242 60		16	58 8
88	30 5324	243 18		17	31 2
89	32 9642	243 78		18	03 6
90	35 4020	244 37		18	36 0
95,91	3,437 8457	244 96	86	19	08 4
92	40 2953	245 57		19	40 8
93	42 7510	246 17		20	13 2
94	45 2127	246 77		20	45 6
95	47 6804	247 39		21	18 0
95,96	3,450 1543	248 00	86	21	50 4
97	52 6343	248 61		22	22 8
98	55 1204	249 23		22	55 2
99	57 6127	249 85		23	27 6
96,00	60 1112			24	00 0

N. E. k=96° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
96,00	3,460 1112	250 48	86	24	00 0
96,01	3,462 6160	251 11	86	24	32 4
02	65 1271	251 73		25	04 8
03	67 6441	252 37		25	37 2
04	70 1681	253 01		26	09 6
05	72 6982	253 65		26	42 0
96,06	3,475 2347	254 29	86	27	14 4
07	77 7776	254 94		27	46 8
08	80 3270	255 59		28	19 2
09	82 8829	256 24		28	51 6
10	85 4453	256 90		29	24 0
96,11	3,488 0143	257 56	86	29	56 4
12	90 5899	258 22		30	28 8
13	93 1721	258 90		31	01 2
14	95 7611	259 56		31	33 6
15	98 3567	260 23		32	06 0
96,16	3,500 9590	260 92	86	32	38 4
17	03 5682	261 59		33	10 8
18	06 1841	262 29		33	43 2
19	08 8069	262 97		34	15 6
20	11 4366	263 66		34	48 0
96,21	3,514 0732	264 36	86	35	20 4
22	16 7168	265 06		35	52 8
23	19 3674	265 76		36	25 2
24	22 0250	266 46		36	57 6
25	24 6896	267 18		37	30 0
96,26	3,527 3614	267 89	86	38	02 4
27	30 0403	268 61		38	34 8
28	32 7264	269 33		39	07 2
29	35 4197	270 06		39	39 6
30	38 1203	270 79		40	12 0
96,31	3,540 8282	271 52	86	40	44 4
32	43 5434	272 26		41	16 8
33	46 2660	273 00		41	49 2
34	48 9960	273 75		42	21 6
35	51 7335	274 50		42	54 0
96,36	3,554 4785	275 25	86	43	26 4
37	57 2310	276 01		43	58 8
38	59 9911	276 78		44	31 2
39	62 7589	277 54		45	03 6
40	65 5343	278 31		45	36 0
96,41	3,568 3174	279 09	86	46	08 4
42	71 1083	279 87		46	40 8
43	73 9070	280 65		47	13 2
44	76 7135	281 44		47	45 6
45	79 5279	282 23		48	18 0
96,46	3,582 3502	283 03	86	48	50 4
47	85 1805	283 84		49	22 8
48	88 0189	284 64		49	55 2
49	90 8653	285 45		50	27 6
50	93 7198			51	00 0

N. E. k=96° Gr. M.	𝔏. k.	D. 1″.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
96,50	3,593 7198	286 26	86	51	00 0
96,51	3,596 5824	287 09	86	51	32 4
52	3,599 4533	287 91		52	04 8
53	3,602 3324	288 75		52	37 2
54	05 2199	289 58		53	09 6
55	08 1157	290 41		53	42 0
96,56	3,611 0198	291 26	86	54	14 4
57	13 9325	292 11		54	46 8
58	16 8536	292 96		55	19 2
59	19 7832	293 83		55	51 6
60	22 7215	294 69		56	24 0
96,61	3,625 6684	295 56	86	56	56 4
62	28 6240	296 44		57	28 8
63	31 5884	297 31		58	01 2
64	34 5615	298 20		58	33 6
65	37 5435	299 09		59	06 0
96,66	3,640 5344	299 99	86	59	38 4
67	43 5343	300 89	87	00	10 8
68	46 5432	301 80		00	43 2
69	49 5612	302 70		01	15 6
70	52 5882	303 63		01	48 0
96,71	3,655 6245	304 55	87	02	20 4
72	58 6700	305 48		02	52 8
73	61 7248	306 41		03	25 2
74	64 7889	307 35		03	57 6
75	67 8624	308 31		04	30 0
96,76	3,670 9455	309 25	87	05	02 4
77	74 0380	310 21		05	34 8
78	77 1401	311 17		06	07 2
79	80 2518	312 15		06	39 6
80	83 3733	313 12		07	12 0
96,81	3,686 5045	314 10	87	07	44 4
82	89 6455	315 09		08	16 8
83	92 7964	316 09		08	49 2
84	95 9573	317 09		09	21 6
85	99 1282	318 09		09	54 0
96,86	3,702 3091	319 11	87	10	26 4
87	05 5002	320 13		10	58 8
88	08 7015	321 15		11	31 2
89	11 9130	322 19		12	03 6
90	15 1349	323 23		12	36 0
96,91	3,718 3672	324 28	87	13	08 4
92	21 6100	325 33		13	40 8
93	24 8633	326 39		14	13 2
94	28 1272	327 46		14	45 6
95	31 4018	328 53		15	18 0
96,96	3,734 6871	329 61	87	15	50 4
97	37 9832	330 71		16	22 8
98	41 2903	331 80		16	55 2
99	44 6083	332 90		17	27 6
97,00	47 9373			18	00 0

N. E. $k=97°$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.		Alte Einth. Gr.	M.	S.
97,00	3,747 9373	334	01	87	18	00 0
97,01	3,751 2774	335	13	87	18	32 4
02	54 6287	336	26		19	04 8
03	57 9913	337	39		19	37 2
04	61 3652	338	53		20	09 6
05	64 7506	339	68		20	42 0
97,06	3,768 1473	340	84	87	21	14 4
07	71 5557	342	00		21	46 8
08	74 9757	343	17		22	19 2
09	78 4074	344	36		22	61 6
10	81 8510	345	54		23	24 0
97,11	3,785 3064	346	74	87	23	56 4
12	88 7738	347	94		24	28 8
13	92 2532	349	16		25	01 2
14	95 7448	350	38		25	33 6
15	99 2486	351	61		26	06 0
97,16	3,802 7647	352	86	87	26	38 4
17	06 2933	354	09		27	10 8
18	09 8342	355	36		27	43 2
19	13 3878	356	62		28	15 6
20	16 9540	357	90		28	48 0
97,21	3,820 5330	369	18	87	29	20 4
22	24 1248	360	48		29	52 8
23	27 7296	361	77		30	25 2
24	31 3473	363	09		30	57 6
25	34 9782	364	42		31	30 0
97,26	3,838 6224	365	74	87	32	02 4
27	42 2798	367	08		32	34 8
28	46 9506	368	44		33	07 2
29	49 6350	369	80		33	39 6
30	53 3330	371	17		34	12 0
97,31	3,857 0447	372	56	87	34	44 4
32	60 7702	373	94		35	16 8
33	64 5096	375	34		35	49 2
34	68 2630	376	76		36	21 6
35	72 0306	378	18		36	54 0
97,36	3,875 8124	379	62	87	37	26 4
37	79 6086	381	06		37	58 8
38	83 4192	382	52		38	31 2
39	87 2444	383	98		39	03 6
40	91 0842	385	46		39	36 0
97,41	3,804 9388	386	96	87	40	[illegible] 4
42	3,898 8084	388	45		40	40 8
43	3,902 6929	389	97		41	13 2
44	06 5926	391	50		41	46 6
45	10 5076	393	03		42	18 0
97,46	3,914 4378	394	58	87	42	50 4
47	18 3837	396	16		43	22 8
48	22 3452	397	72		43	55 2
49	26 3224	399	30		44	27 6
50	30 3164				45	00 0

N. E. $k=97°$ Gr. M.	L. k.	D. 1″.		Alte Einth. Gr.	M.	S.
97,50	3,930 3154	400	91	87	45	00 0
97,51	3,934 3245	402	51	87	45	32 4
52	38 3496	404	15		46	04 8
53	42 3911	405	78		46	37 2
54	46 4489	407	43		47	09 6
55	50 5232	409	10		47	42 0
97,56	3,954 6142	410	78	87	48	14 4
57	58 7220	412	47		48	46 8
58	62 8467	414	18		49	19 2
59	66 0885	415	90		49	51 6
60	71 1476	417	63		50	24 0
97,61	3,975 3238	419	39	87	50	56 4
62	79 5177	421	15		51	28 8
63	83 7292	422	93		52	01 2
64	87 0585	424	73		52	33 6
65	92 2058	426	53		53	06 0
97,66	3,906 4711	428	37	87	53	38 4
67	4,000 7548	430	20		54	10 8
68	05 0568	432	06		54	43 2
69	09 3774	433	94		55	15 6
70	13 7168	435	82		55	48 0
97,71	4,018 0750	437	73	87	56	20 4
72	22 4523	439	63		56	52 8
73	26 8489	441	59		57	25 2
74	31 2648	443	55		57	57 6
75	35 7003	445	53		58	30 0
97,76	4,040 1556	448	52	87	59	02 4
77	44 6308	449	53	87	59	34 8
78	49 1261	451	56	88	00	07 2
79	53 6417	453	61		00	39 6
80	58 1778	455	67		01	12 0
97,81	4,062 7345	457	76	88	01	44 4
82	67 3121	459	86		02	16 8
83	71 9107	461	98		02	49 2
84	76 5305	464	13		03	21 6
85	81 1718	466	29		03	54 0
97,86	4,085 8347	468	47	88	04	26 4
87	90 5194	470	68		04	58 8
88	95 2262	471	90		05	31 2
89	4,099 9552	475	14		06	03 6
90	4,104 7066	477	42		06	36 0
97,91	4,109 4808	479	70	88	07	08 4
92	14 2778	482	01		07	40 8
93	19 0979	484	35		08	13 2
94	23 9414	486	71		08	45 6
95	28 8085	489	08		09	18 0
97,96	4,133 6993	491	48	88	09	50 4
97	38 6141	493	91		10	22 8
98	43 5532	496	37		10	56 2
99	48 5169	498	83		11	27 6
98,00	53 5052				12	00 0

N. E. k=98° Gr. M.	L. k.	Alte Einth. Gr. M. S.
98,00	4,153 5052	88 12 00 0
98,01	4,158 5186	88 12 32 4
02	63 5572	13 04 8
03	68 6213	13 37 2
04	73 7112	14 09 6
05	78 8271	14 42 0
98,06	4,183 9603	88 15 14 4
07	89 1381	15 46 8
08	94 3337	16 19 2
09	4,199 5564	16 51 6
10	4,204 8065	17 24 0
98,11	4,210 0844	88 17 56 4
12	15 3902	18 28 8
13	20 7243	19 01 2
14	26 0870	19 33 6
15	31 4786	20 06 0
98,16	4,236 8996	88 20 38 4
17	42 3498	21 10 8
18	47 8300	21 43 2
19	53 3406	22 15 6
20	58 8814	22 48 0
98,21	4,264 4632	88 23 20 4
22	70 0561	23 52 8
23	75 6907	24 25 2
24	81 3572	24 57 6
25	87 0559	25 30 0
98,26	4,292 7873	88 26 02 4
27	4,298 5517	26 34 8
28	4,304 3496	27 07 2
29	10 1812	27 39 6
30	16 0470	28 12 0
98,31	4,321 9474	88 28 44 4
32	27 8828	29 16 8
33	33 8537	29 49 2
34	39 9604	30 21 6
35	45 9034	30 54 0
98,36	4,351 9831	88 31 26 4
37	58 1000	31 58 8
38	64 2554	32 31 2
39	70 4472	33 03 6
40	76 6784	33 36 0
98,41	4,382 9487	34 08 4
42	89 2585	34 40 8
43	4,395 6084	35 13 2
44	4,401 9988	35 45 6
45	08 4303	36 18 0
98,46	4,414 9035	88 36 50 4
47	21 4188	37 22 8
48	27 9768	37 55 2
49	34 5781	38 27 6
50	41 2233	30 00 0

N. E. k=98° Gr. M.	L. k.	Alte Einth. Gr. M. S.
98,50	4,441 2233	88 39 00 0
98,51	4,447 9139	88 39 32 4
52	54 6475	40 04 8
53	61 4278	40 37 2
54	86 2544	41 09 6
55	75 1279	41 42 0
98,56	4,482 0480	88 42 14 4
57	89 0182	42 46 8
58	4,496 0363	43 19 2
59	4,503 1041	43 51 6
60	10 2221	44 24 0
98,61	4,517 3912	88 44 56 4
62	24 6120	45 28 8
63	31 8853	46 01 2
64	39 2119	46 33 6
65	46 5926	47 06 0
98,66	4,554 0281	88 47 38 4
67	61 5193	48 10 8
68	69 0671	48 43 2
69	76 6722	49 15 6
70	84 3356	49 48 0
98,71	4,592 0582	88 50 20 4
72	4,599 8409	50 52 8
73	4,607 6846	51 25 2
74	15 5903	51 57 6
75	23 5590	52 30 0
98,76	4,631 5917	88 53 02 4
77	39 6894	53 34 8
78	47 8532	54 07 2
79	56 0842	54 39 6
80	64 3836	55 12 0
98,81	4,672 7522	88 55 44 4
82	81 1916	56 16 8
83	89 7028	56 49 2
84	4,698 2870	57 21 6
85	4,706 9455	57 54 0
98,86	4,715 6797	88 58 26 4
87	24 4908	58 58 8
88	33 3802	88 59 31 2
89	42 3493	89 00 03 6
90	51 3996	00 36 0
98,91	4,760 5325	89 01 08 4
92	69 7496	01 40 8
93	79 0625	02 13 2
94	88 4426	02 46 6
95	97 9218	03 18 0
98,96	4,807 4917	89 03 50 4
97	17 1540	04 22 8
98	26 9108	04 55 2
99	36 7634	05 27 6
99,00	46 7141	06 00 0

N. E. $k=99^\circ$ Gr. M.	L. k.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
99,00	4,846 7141	89	06	00 0
99,01	4,856 7648	89	06	32 4
02	4,866 9176		07	04 8
03	4,877 1746		07	37 2
04	4,887 5377		08	09 6
05	4,898 0094		08	42 0
99,06	4,908 5919	89	09	14 4
07	4,919 2876		09	46 8
08	4,930 0989		10	19 2
09	4,941 0283		10	51 6
10	4,952 0785		11	24 0
99,11	4,963 2522	89	11	56 4
12	4,974 5521		12	28 8
13	4,985 9812		13	01 2
14	4,997 6423		13	33 6
15	5,009 2387		14	06 0
99,16	5,021 0735	89	14	38 4
17	5,033 0501		15	10 8
18	5,045 1718		15	43 2
19	5,057 4422		16	15 6
20	5,069 8651		16	48 0
99,21	5,082 4442	89	17	20 4
22	5,095 1835		17	52 8
23	5,108 0872		18	25 2
24	5,121 1596		18	57 6
25	5,134 4052		19	30 0
99,26	5,147 8285	89	20	02 4
27	5,161 4344		20	34 8
28	5,175 2281		21	07 2
29	5,189 2146		21	39 6
30	5,203 3995		22	12 0
99,31	5,217 7886	89	22	44 4
32	5,232 3870		23	16 8
33	5,247 2030		23	49 2
34	5,262 2411		24	21 6
35	5,277 6089		24	54 0
99,36	5,293 0133	89	25	26 4
37	5,308 7620		25	58 8
38	5,324 7626		26	31 2
39	5,341 0233		27	03 6
40	5,357 5529		27	36 0
99,41	5,374 3602	89	28	08 4
42	5,391 4649		28	40 8
43	5,408 8469		29	13 2
44	5,426 5467		29	45 6
45	5,444 5654		30	18 0
99,46	5,462 9148	89	30	50 4
47	5,481 6072		31	22 8
48	5,500 6656		31	55 2
49	5,520 0739		32	27 6
50	5,539 8767		33	00 0

N. E. $k=99^\circ$ Gr. M.	L. k.	Alte Einth. Gr.	M.	S.
99,50	5,539 8767	89	33	00 0
99,51	5,560 0796	89	33	32 4
52	5,580 6991		34	04 8
53	5,601 7527		34	37 2
54	5,623 2591		35	09 6
55	5,645 2382		35	42 0
99,56	5,667 7112	89	36	14 4
57	5,690 7009		36	46 8
58	5,714 2316		37	19 2
59	5,738 3293		37	51 6
60	5,763 0221		38	24 0
99,61	5,788 3401	89	38	56 4
62	5,814 3157		39	28 8
63	5,840 9841		40	01 2
64	5,868 3832		40	33 6
65	5,896 5543		41	06 0
99,66	5,925 5419	89	41	38 4
67	5,955 3960		42	10 8
68	5,986 1668		42	43 2
69	6,017 9157		43	15 6
70	6,050 7066		43	48 0
99,71	6,084 6073	89	44	20 4
72	6,119 6987		44	52 8
73	6,156 0664		45	25 2
74	6,193 8069		45	57 6
75	6,233 0277		46	30 0
99,76	6,273 8498	89	47	02 4
77	6,316 4096		47	34 8
78	6,360 8614		48	07 2
79	6,407 3815		48	39 6
80	6,456 1718		49	12 0
99,81	6,507 4651	89	49	44 4
82	6,561 5324		50	16 8
83	6,618 6909		50	49 2
84	6,679 3156		51	21 6
85	6,743 8542		51	54 0
99,86	6,812 8471	89	52	26 4
87	6,886 9551		52	58 8
88	6,966 9979		53	31 2
89	7,054 0093		54	03 6
90	7,149 3196		54	36 0
99,91	7,254 6801	89	55	08 4
92	7,372 4632		55	40 8
93	7,505 9946		56	13 2
94	7,660 1453		56	45 6
95	7,842 4669		57	18 0
99,96	8,065 6106	89	57	50 4
97	8,353 2926		58	22 8
89	8,758 7577		58	55 2
99	9,451 9048	89	59	27 6
100,00	Infin. positiv.	90	00	00 0

II.

Die briggischen Logarithmen der hyperbolischen Cosinus, Sinus und Tangenten aller Zahlen, welche grösser als zwei sind, mit neun und zuletzt mit zehn Decimalziffern.

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,000	0,575 4413 82	4186 87	0,559 5308 41	4504 83	9,984 0894 59	317 96
2,001	0,575 8600 69	4187 18	0,559 9813 24	4504 51	9,984 1212 55	317 33
02	76 2787 87	4187 48	60 4317 75	4504 18	1529 88	316 60
03	76 6975 35	4187 79	60 8821 92	4503 85	1846 57	316 06
04	77 1163 14	4188 09	61 3325 77	4503 52	2162 63	315 43
05	77 5351 23	4188 40	61 7829 29	4503 20	2478 06	314 80
2,006	0,577 9539 63	4188 70	0,562 2332 49	4502 87	9,984 2792 86	314 17
07	78 3728 33	4189 00	62 6835 36	4502 64	3107 03	313 55
08	78 7917 32	4189 30	63 1337 90	4502 22	3420 58	312 91
09	79 2106 63	4189 60	63 5840 12	4501 90	3733 49	312 29
10	79 6296 24	4189 91	64 0342 02	4501 57	4045 78	311 67
2,011	0,580 0486 14	4190 21	0,564 4843 59	4501 25	9,984 4357 45	311 04
12	80 4676 35	4190 51	64 9344 84	4500 93	4668 49	310 43
13	80 8866 85	4190 81	65 3845 77	4500 61	4978 92	309 81
14	81 3057 65	4191 11	65 8346 38	4500 29	5288 73	309 16
15	81 7248 77	4191 41	66 2846 66	4499 97	5597 89	308 57
2,016	0,582 1440 17	4191 70	0,566 7346 63	4499 66	9,984 5906 46	307 94
17	82 5631 87	4192 00	67 1846 27	4499 33	6214 40	307 32
18	82 9823 88	4192 30	67 2345 60	4499 01	6521 72	306 70
19	83 4016 18	4192 60	68 0844 60	4498 69	6828 42	306 10
20	83 8208 77	4192 89	68 5343 29	4498 37	7134 52	305 48
2,021	0,584 2401 66	4193 18	0,568 9841 66	4498 06	9,984 7440 00	304 87
22	84 6594 85	4193 48	69 4339 72	4497 74	7744 87	304 27
23	85 0788 32	4193 77	69 8837 46	4497 43	8049 14	303 66
24	85 4982 09	4194 06	70 3334 89	4497 11	8352 80	303 04
25	85 9176 16	4194 36	70 7832 00	4496 80	8655 84	302 45
2,026	0,586 3370 51	4194 65	0,571 2328 80	4496 49	9,984 8958 29	301 84
27	86 7565 16	4194 94	71 6825 29	4496 18	9260 13	301 25
28	87 1760 09	4195 23	72 1321 47	4495 87	9561 38	300 63
29	87 5955 32	4195 52	72 5817 33	4495 56	9862 01	300 05
30	88 0150 83	4195 81	73 0312 89	4495 25	9,985 0162 06	299 43
2,031	0,588 4346 64	4196 09	0,573 4808 13	4494 94	9,985 0461 49	298 85
32	88 8542 73	4196 38	73 9303 07	4494 63	0760 34	298 25
33	89 2739 11	4196 67	74 3797 70	4494 32	1058 59	297 64
34	89 6935 78	4196 96	74 8292 01	4494 05	1356 23	297 06
35	90 1132 74	4197 24	75 2786 02	4493 70	1653 29	296 45
2,036	0,590 5329 99	4197 53	0,575 7279 72	4493 39	9,985 1949 73	295 87
37	90 9527 52	4197 82	76 1773 12	4493 09	2245 60	295 27
38	91 3725 33	4198 10	76 6266 20	4492 78	2540 87	294 67
39	91 7923 44	4198 39	77 0758 98	4492 47	2835 54	294 09
40	92 2121 83	4198 68	77 5251 46	4492 17	3129 63	293 49
2,041	0,592 6320 51	4198 96	0,577 9743 63	4491 87	9,985 3414 12	292 92
42	93 0519 46	4199 24	78 4235 50	4491 57	3716 04	292 33
43	93 4718 70	4199 52	78 8727 07	4491 27	4008 37	291 73
44	93 8918 23	4199 80	79 3218 33	4490 97	4300 10	291 17
45	94 3118 03	4200 08	79 7709 30	4490 66	4591 27	290 58
2,046	0,594 7318 11	4200 36	0,580 2199 96	4490 36	9,985 4881 85	290 00
47	95 1518 48	4200 64	80 6690 33	4490 06	5171 85	289 42
48	95 5719 12	4200 92	81 1180 39	4489 77	5461 27	288 85
49	95 9920 04	4201 20	81 5670 16	4489 47	6750 12	288 25
50	96 4121 25		82 0159 62		[illegible]	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,050	0,596 4121 25	4201 48	0,582 0159 63	4489 17	9,985 6038 37	287 70
2,051	0,596 8322 73	4201 76	0,582 4648 80	4488 87	9,985 6326 07	287 12
52	97 2524 48	4202 04	82 9137 67	4488 58	6613 19	286 54
53	97 6726 52	4202 31	83 3626 25	4488 28	6899 73	285 97
54	98 0928 83	4202 59	83 8114 53	4487 99	7185 70	285 40
55	98 5131 42	4202 87	84 2602 52	4487 69	7471 10	284 82
2,056	0,598 9334 29	4203 14	0,584 7090 21	4487 40	9,985 7755 92	284 26
57	99 3537 43	4203 42	85 1577 61	4487 11	8040 18	283 68
58	99 7740 85	4203 69	85 6064 71	4486 81	8323 86	283 12
59	0,600 1944 54	4203 97	86 0551 52	4486 52	8606 98	282 55
60	00 6148 51	4204 24	86 5038 04	4486 23	8889 53	281 98
2,061	0,601 0352 76	4204 52	0,586 9524 27	4485 94	9,985 9171 51	281 42
62	01 4557 27	4204 79	87 4010 20	4485 65	9452 93	280 86
63	01 8762 06	4205 06	87 8495 85	4485 36	9733 79	280 30
64	02 2967 12	4205 33	88 2981 21	4485 07	9,986 0014 09	279 74
65	02 7172 44	4205 60	88 7466 27	4484 78	0293 83	279 19
2,066	0,603 1378 04	4205 87	0,589 1951 06	4484 49	9,986 0573 02	278 62
67	03 5583 91	4206 14	89 6435 55	4484 21	0851 64	278 08
68	03 9790 04	4206 40	90 0919 76	4483 92	1129 72	277 52
69	04 3996 44	4206 67	90 5403 68	4483 63	1407 24	276 95
70	04 8203 12	4206 94	90 9887 31	4483 35	1684 19	276 41
2,071	0,605 2410 06	4207 21	0,591 4370 66	4483 06	9,986 1960 60	275 86
72	05 6617 26	4207 48	91 8853 72	4482 78	2236 46	275 30
73	06 0824 74	4207 74	92 3336 50	4482 49	2511 76	274 75
74	06 5032 48	4208 01	92 7818 99	4482 21	2786 51	274 20
75	06 9240 49	4208 27	93 2301 20	4481 92	3060 71	273 65
2,076	0,607 3448 76	4208 54	0,593 6783 12	4481 64	9,986 3334 36	273 10
77	07 7657 30	4208 80	94 1264 76	4481 36	3607 46	272 54
78	08 1866 11	4209 07	94 5746 11	4481 07	3880 00	272 02
79	08 6075 17	4209 33	95 0227 19	4480 79	4152 02	271 44
80	09 0284 51	4209 59	95 4707 97	4480 52	4423 46	270 93
2,081	0,609 4494 10	4209 86	0,595 9188 49	4480 24	9,986 4694 39	270 38
82	09 8703 96	4210 12	96 3668 73	4479 96	4964 77	269 84
83	10 2914 08	4210 38	96 8148 69	4479 68	5234 61	269 31
84	10 7124 46	4210 64	97 2628 38	4479 41	5503 92	268 76
85	11 1335 10	4210 90	97 7107 78	4479 13	5772 68	268 24
2,086	0,611 5545 99	4211 16	0,598 1586 91	4478 85	9,986 6040 92	267 69
87	11 9757 15	4211 42	98 6065 76	4478 58	6308 61	267 16
88	12 3968 57	4211 68	99 0544 34	4478 30	6575 77	266 62
89	12 8180 25	4211 93	99 5022 64	4478 03	6842 39	266 10
90	13 2392 18	4212 19	99 9500 67	4477 75	7108 49	265 56
2,091	0,613 6604 37	4212 45	0,600 3978 42	4477 48	9,986 7374 05	265 02
92	14 0816 83	4212 71	00 8455 90	4477 21	7639 07	264 51
93	14 5029 53	4212 97	01 2933 11	4476 94	7903 58	263 96
94	14 9242 50	4213 22	01 7410 04	4476 66	8167 54	263 45
95	15 3455 72	4213 48	02 1886 71	4476 39	8430 99	262 91
2,096	0,615 7669 20	4213 73	0,602 6363 10	4476 12	9,986 8693 90	262 39
97	16 1882 93	4213 99	03 0839 22	4475 85	8956 29	261 86
98	16 6096 92	4214 24	03 5315 07	4475 58	9218 15	261 35
99	17 0311 16	4214 50	03 9790 66	4475 31	9479 50	260 81
2,100	17 4525 66		04 4265 97		9740 31	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,100	0,617 4525 66	4214 75	0,604 4265 97	4475 04	9,986 9740 31	260 29
2,101	0,617 8740 41	4215 00	0,604 8741 01	4474 77	9,987 0000 60	259 77
02	18 2955 42	4215 26	05 3215 79	4474 51	0260 37	259 25
03	18 7170 67	4215 51	05 7690 29	4474 24	0519 62	258 73
04	19 1386 18	4215 76	06 2164 53	4473 98	0778 35	258 23
05	19 5601 93	4216 01	06 6638 51	4473 71	1036 58	257 70
2,106	0,619 9817 94	4216 25	0,607 1112 22	4473 45	9,987 1294 28	257 20
07	20 4034 19	4216 50	07 5585 67	4473 18	1551 48	256 68
08	20 8250 69	4216 75	08 0058 85	4472 92	1808 16	256 16
09	21 2467 45	4217 00	08 4531 77	4472 66	2064 32	255 66
10	21 6684 44	4217 25	08 9004 42	4472 39	2319 98	255 14
2,111	0,622 0901 69	4217 49	0,609 3476 81	4472 13	9,987 2575 12	254 64
12	22 5119 18	4217 74	09 7948 94	4471 87	2829 76	254 13
13	22 9336 92	4217 99	10 2420 81	4471 61	3083 89	253 61
14	23 3554 91	4218 23	10 6892 41	4471 34	3337 50	253 12
15	23 7773 14	4218 48	11 1363 76	4471 08	3590 62	252 61
2,116	0,624 1991 61	4218 72	0,611 5834 84	4470 82	9,987 3843 23	252 09
17	24 6210 34	4218 97	12 0305 66	4470 56	4095 32	251 60
18	25 0429 30	4219 21	12 4776 22	4470 30	4346 92	251 09
19	25 4648 51	4219 45	12 9246 52	4470 04	4598 01	250 58
20	25 8867 97	4219 70	13 3716 56	4469 79	4848 59	250 09
2,121	0,626 3087 66	4219 94	0,613 8186 34	4469 53	9,987 5098 68	249 59
22	26 7307 60	4220 18	14 2655 87	4469 27	5348 27	249 09
23	27 1527 79	4220 43	14 7125 15	4469 02	5597 36	248 60
24	27 5748 21	4220 67	15 1594 17	4468 76	5845 96	248 09
25	27 9968 88	4220 91	15 6062 93	4468 51	6094 05	247 60
2,126	0,628 4189 79	4221 15	0,616 0531 44	4468 26	9,987 6341 65	247 11
27	28 8410 93	4221 39	16 4999 69	4468 00	6588 76	246 61
28	29 2632 32	4221 63	16 9467 69	4467 75	6835 37	246 12
29	29 6853 95	4221 87	17 3935 44	4467 49	7081 49	245 63
30	30 1075 82	4222 11	17 8402 94	4467 24	7327 12	245 14
2,131	0,630 5297 92	4222 35	0,618 2870 18	4466 99	9,987 7572 26	244 64
32	30 9520 27	4222 58	18 7337 17	4466 74	7816 90	244 15
33	31 3742 85	4222 82	19 1803 90	4466 49	8061 05	243 67
34	31 7965 67	4223 06	19 6270 39	4466 24	8304 72	243 18
35	32 2188 73	4223 30	20 0736 63	4465 99	8547 90	242 68
2,136	0,632 6412 03	4223 53	0,620 5202 61	4465 74	9,987 8790 58	242 21
37	33 0635 56	4223 77	20 9668 35	4465 49	9032 79	241 72
38	33 4859 33	4224 01	21 4133 84	4465 24	9274 51	241 22
39	33 9083 34	4224 24	21 8599 07	4464 99	9515 73	240 75
40	34 3307 58	4224 48	22 3064 06	4464 74	9756 48	240 27
2,141	0,634 7532 06	4224 71	0,622 7528 81	4464 50	9,987 9996 75	239 78
42	35 1756 77	4224 94	23 1993 30	4464 25	9,988 0237 53	239 31
43	35 5981 71	4225 17	23 6457 55	4464 01	0475 84	238 84
44	36 0206 88	4225 41	24 0921 56	4463 76	0714 68	238 35
45	36 4432 29	4225 64	24 5385 32	4463 52	0963 03	237 89
2,146	0,636 8657 92	4225 87	0,624 9848 84	4463 27	9,988 1190 92	237 40
47	37 2883 79	4226 10	25 4312 11	4463 03	1428 32	236 94
48	37 7109 88	4226 33	25 8775 14	4462 79	1665 26	276 45
49	38 1336 21	4226 55	26 3237 92	4462 54	1901 71	236 00
50	38 5562 76		26 7700 47		2137 71	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,150	0,638 5562 76	4226 78	0,626 7700 47	4462 30	9,988 2137 71	235 51
2,151	0,638 9789 55	4227 01	0,627 2162 77	4462 06	9,988 2373 22	235 05
52	39 4016 56	4227 24	27 6624 83	4461 82	2608 27	234 59
53	39 8243 79	4227 46	28 1086 65	4461 58	2842 86	234 11
54	40 2471 26	4227 69	28 5548 23	4461 34	3076 97	233 64
55	40 6698 95	4227 92	29 0009 56	4461 10	3310 61	233 19
2,156	0,641 0926 86	4228 14	0,629 4470 66	4460 86	9,988 3543 80	232 72
57	41 5155 00	4228 37	29 8931 52	4460 62	3776 52	232 24
58	41 9383 37	4228 59	30 3392 13	4460 38	4008 76	231 79
59	42 3611 96	4228 82	30 7852 51	4460 14	4240 55	231 32
60	42 7840 78	4229 05	31 2312 65	4459 90	4471 87	230 85
2,161	0,643 2069 83	4229 28	0,631 6772 56	4459 67	9,988 4702 72	230 39
62	43 6299 11	4229 60	32 1232 22	4459 43	4933 11	229 93
63	44 0528 61	4229 73	32 5691 65	4459 20	5163 04	229 46
64	44 4758 34	4229 95	33 0150 84	4458 96	5392 50	229 02
65	44 8988 29	4230 17	33 4609 81	4458 73	5621 52	228 55
2,166	0,645 3218 46	4230 39	0,633 9068 53	4458 49	9,988 5850 07	228 10
67	45 7448 85	4230 62	34 3527 02	4468 26	6078 17	227 64
68	46 1679 47	4230 84	34 7985 28	4458 02	6305 81	227 20
69	46 5910 30	4231 06	35 2443 31	4457 79	6533 01	266 73
70	47 0141 36	4231 28	35 6901 10	4457 56	6759 74	226 27
2,171	0,647 4372 64	4231 50	0,636 1358 65	4457 33	9,988 6986 01	225 83
72	47 8604 14	4231 72	36 5815 98	4457 10	7211 84	225 38
73	48 2835 86	4231 94	37 0273 08	4456 86	7437 22	224 93
74	48 7067 79	4232 16	37 4729 94	4456 63	7662 15	224 47
75	49 1299 96	4232 37	37 9186 57	4456 40	7886 62	224 04
2,176	0,649 5532 32	4232 59	0,638 3642 98	4456 17	9,988 8110 66	223 57
77	49 9764 92	4232 81	38 8099 15	4455 94	8334 23	223 13
78	50 3997 73	4233 03	39 2555 09	4455 72	8557 36	222 70
79	50 8230 75	4233 25	30 7010 81	4455 49	8780 06	222 23
80	51 2464 00	4233 46	40 1466 29	4455 26	9002 29	221 80
2,181	0,651 6697 46	4233 68	0,640 5921 55	4455 03	9,988 9224 09	221 35
82	52 0931 14	4233 90	41 0376 58	4454 80	9445 44	220 90
83	52 5165 04	4234 11	41 4831 38	4454 58	9666 34	220 47
84	52 9399 15	4234 33	41 9285 96	4454 36	9886 81	220 03
85	53 3633 47	4234 54	42 3740 31	4454 13	9,959 0106 84	219 59
2,186	0,653 7868 01	4234 76	0,642 8194 44	4453 90	9,969 0326 43	219 15
87	54 2102 76	4234 97	43 2648 34	4453 68	0645 58	218 71
88	54 6337 73	4235 18	43 7102 02	4453 46	0764 29	218 29
89	55 0572 90	4235 39	44 1555 48	4453 23	0982 58	217 84
90	55 4808 29	4235 60	44 6008 71	4453 01	1200 42	217 40
2,191	0,655 9043 90	4236 81	0,645 0461 72	4452 79	9,989 1417 82	216 97
92	56 3279 71	4236 03	46 4914 50	4452 56	1634 79	216 54
93	56 7515 74	4236 24	45 9367 07	4452 34	1851 33	216 11
94	57 1751 97	4236 45	46 3819 41	4452 12	2067 44	215 67
95	57 5988 42	4236 66	46 8271 53	4451 90	2283 11	215 24
2,196	0,658 0225 08	4236 87	0,647 2723 43	4451 68	9,989 2498 35	214 82
97	58 4461 94	4237 08	47 7175 11	4451 46	2713 17	214 37
98	58 8609 02	4237 29	48 1626 56	4451 24	2927 54	213 96
99	59 2936 30	4237 49	48 6077 80	4451 02	3141 50	213 52
2,200	59 7173 80		49 0528 82		3355 02	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,200	0,659 7173 80	4237 70	0,649 0528 82	4450 84	9,989 3355 02	213 11
2,201	0,660 1411 50	4237 91	0,649 4979 63	4450 59	9,989 3568 13	212 68
02	60 5649 41	4238 12	49 9430 22	4450 37	3780 81	212 25
03	60 9887 53	4238 33	50 3880 59	4450 16	3993 06	211 83
04	61 4125 86	4238 53	50 8330 75	4449 94	4204 89	211 40
05	61 8364 39	4238 38	51 2780 68	4449 72	4416 29	210 99
2,206	0,662 2603 13	4238 94	0,651 7230 41	4449 50	9,989 4627 28	210 56
07	62 6842 07	4239 15	52 1679 91	4449 29	4837 84	210 14
08	63 1081 22	4239 35	52 6129 20	4449 07	5047 98	209 72
09	63 5320 57	4239 56	53 0578 27	4448 86	5257 70	209 29
10	63 9560 13	4239 76	53 5027 12	4448 64	5466 99	208 88
2,211	0,664 3790 89	4239 97	0,653 9475 76	4448 42	9,989 5675 87	208 45
12	64 8039 86	4240 17	54 3924 19	4448 21	5884 32	208 06
13	65 2280 02	4240 37	54 8372 40	4448 00	6092 38	207 62
14	65 6520 39	4240 57	55 2820 39	4447 78	6300 00	207 20
15	66 0760 97	4240 78	55 7268 17	4447 57	6507 20	206 80
2,216	0,666 5001 74	4240 98	0,656 1715 74	4447 36	9,989 6714 00	206 38
17	66 9242 72	4241 18	56 6163 10	4447 14	6920 38	205 96
18	67 3483 90	4241 38	57 0610 24	4446 93	7126 34	205 56
19	67 7726 28	4241 58	57 5057 17	4446 72	7331 89	205 14
20	68 1966 86	4241 78	57 9603 89	4446 52	7537 03	204 74
2,221	0,668 6208 64	4241 98	0,658 3950 41	4446 31	9,989 7741 77	204 33
22	69 0450 62	4242 18	58 8396 72	4446 10	7946 10	203 91
23	69 4692 81	4242 38	59 2842 82	4445 90	8150 01	203 52
24	69 8935 19	4242 58	59 7288 72	4445 69	8353 53	203 10
25	70 3177 77	4242 78	60 1734 40	4445 48	8556 63	202 71
2,226	0,670 7420 54	4242 97	0,660 6179 88	4445 27	9,989 8759 34	202 30
27	71 1663 52	4243 17	61 0625 16	4445 07	8961 64	202 90
28	71 5906 69	4243 37	61 5070 23	4444 86	9163 54	201 49
29	72 0150 06	4243 57	61 9515 09	4444 66	9365 03	201 08
30	72 4393 63	4243 76	62 3959 74	4444 45	9566 11	200 69
2,231	0,672 8637 39	4243 96	0,662 8404 19	4444 24	9,989 9766 80	200 29
32	73 2881 34	4244 16	63 2848 43	4444 04	9967 09	199 88
33	73 7125 50	4244 36	63 7292 47	4443 83	9,990 0166 97	199 49
34	74 1360 84	4244 54	64 1736 30	4443 63	0366 46	199 09
35	74 5614 38	4244 74	64 6179 03	4443 42	0565 55	198 69
2,236	0,674 9859 12	4244 03	0,665 0623 36	4443 22	9,990 0764 24	198 28
37	75 4104 06	4245 12	65 5066 57	4443 02	0962 52	197 90
38	75 8349 17	4245 32	66 9509 59	4442 81	1160 42	197 49
39	76 2594 49	4245 51	66 3952 40	4442 61	1357 91	197 10
40	76 6840 00	4245 70	66 8395 01	4442 41	1555 01	196 71
2,241	0,677 1085 70	4245 90	0,667 2837 42	4442 21	9,990 1751 72	196 31
42	77 5331 60	4246 09	67 7279 63	4442 01	1948 03	195 93
43	77 9577 68	4246 28	68 1721 64	4441 81	2143 96	195 54
44	78 3823 96	4246 47	68 6163 46	4441 61	2339 50	195 14
45	78 8070 43	4246 66	69 0605 07	4441 41	2534 64	194 75
2,246	0,679 2317 09	4246 86	0,669 5046 48	4441 22	9,990 2729 39	194 37
47	79 6563 94	4247 04	69 9487 70	4441 02	2923 76	193 97
48	80 0810 98	4247 33	70 3928 71	4440 82	3117 73	193 59
49	80 5058 21	4247 42	70 8369 53	4440 62	3311 32	193 20
50	80 9305 63		71 2810 15		3504 52	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,250	0,680 9305 63	4247 61	0,671 2810 15	4440 42	9,990 3504 52	192 81
2,251	0,681 3553 24	4247 80	0,671 7250 57	4440 22	9,990 3697 33	192 44
52	81 7801 03	4247 99	72 1690 80	4440 03	3889 77	192 04
53	82 2040 02	4248 17	72 6130 83	4439 83	4081 81	191 66
54	82 6297 19	4248 36	73 0570 66	4439 64	4273 47	191 27
55	83 0545 55	4248 55	73 5010 29	4439 44	4464 74	190 89
2,256	0,683 4794 10	4248 73	0,673 9449 73	4439 25	9,990 4655 63	190 52
57	83 9042 83	4248 92	74 3888 98	4439 05	4846 15	190 13
58	84 3291 75	4279 10	74 8328 03	4438 86	5036 28	189 75
59	84 7540 86	4249 29	75 2766 89	4438 66	5226 03	189 38
60	85 1790 14	4249 48	75 7205 55	4438 47	5415 41	188 99
2,261	0,685 6039 62	4249 66	0,676 1644 02	4438 28	9,990 5604 40	188 61
62	86 0289 28	4249 85	76 6082 29	4438 08	5793 01	188 28
63	86 4539 13	4250 03	77 0520 38	4437 89	5981 25	187 86
64	86 8789 16	4250 21	77 4958 27	4437 70	6169 11	187 49
65	87 3039 37	4250 40	77 9395 97	4437 51	6356 60	187 12
2,266	0,687 7289 76	4250 58	0,678 3833 48	4437 32	9,990 6543 72	186 71
67	88 1540 34	4250 76	78 8270 80	4437 13	6730 46	186 34
68	89 5791 10	4250 94	79 2707 93	4436 94	6916 83	185 98
69	80 0042 05	4251 13	79 7144 86	4436 75	7102 81	185 63
70	89 4293 17	4251 31	80 1581 61	4436 56	7288 44	186 25
2,271	0,689 8544 48	4251 49	0,680 6018 17	4436 37	9,990 7473 69	184 88
72	90 2795 97	4251 67	81 0454 54	4436 18	7658 57	184 51
73	90 7047 64	4251 85	81 4890 72	4435 99	7843 08	184 16
74	91 1299 48	4252 03	81 9326 71	4435 81	8027 23	183 78
75	91 5551 51	4252 21	82 3762 52	4435 62	8211 01	183 41
2,276	0,691 9803 72	4252 39	0,682 8198 14	4435 43	9,990 8394 42	183 04
77	92 4056 11	4252 57	83 2633 57	4435 24	8577 46	182 68
78	92 8308 67	4252 75	83 7068 81	4435 06	8760 14	182 31
79	93 2561 42	4252 92	84 1503 87	4434 87	8942 45	181 95
80	93 6814 34	4253 10	84 5938 74	4434 68	9124 40	181 57
2,281	0,694 1067 45	4253 28	0,685 0373 42	4434 50	9,990 9305 97	181 22
82	94 5320 73	4253 46	85 4807 92	4434 31	9487 19	180 86
83	94 9574 18	4253 63	85 9242 23	4434 13	9668 05	180 49
84	95 3827 82	4253 81	86 3676 36	4433 95	9848 54	980 14
85	95 8081 63	4253 99	86 8110 31	4433 76	9,991 0028 68	179 78
2,286	0,696 2335 61	4254 16	0,687 2544 07	4433 58	9,991 0208 46	179 42
87	96 6589 77	4254 34	87 6977 65	4433 40	0387 88	179 06
88	97 0844 11	4254 51	88 1411 05	4433 21	0566 94	178 69
89	97 5098 63	4254 69	88 5844 26	4433 03	0745 63	178 35
90	97 9353 31	4254 86	89 0277 29	4432 85	0923 98	177 98
2,291	0,698 3608 18	4255 04	0,689 4710 14	4432 67	9,991 1101 96	177 04
92	98 7863 21	4255 21	89 9142 81	4432 49	1279 60	177 26
93	99 2118 43	4255 39	90 3575 29	4432 31	1456 86	176 93
94	99 6373 81	4255 56	90 8007 60	4432 13	1633 79	176 56
95	0,700 0629 37	4255 73	91 2439 72	4431 98	1810 35	176 22
2,296	0,700 4885 10	4255 90	0,691 6871 67	4431 77	9,991 1986 57	175 86
97	00 9141 01	4256 08	92 1303 44	4431 59	2162 43	175 52
98	01 3397 08	4256 25	92 5735 03	4431 41	2337 96	175 18
99	01 7653 33	4256 42	93 0166 44	4431 23	2513 11	174 81
2,300	02 1909 75		93 4597 67		2687 92	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,300	0,702 1909 76	4256 59	0,693 4597 67	4431 05	9,991 2687 92	174 47
2,301	0,702 6166 34	4256 76	6,693 9028 73	4430 87	9,991 2862 39	174 11
02	03 0423 10	4256 93	94 3459 60	4430 70	3036 50	173 77
03	03 4680 03	4257 10	94 7890 30	4430 52	3210 27	173 42
04	03 8937 13	4257 27	95 2320 82	4430 34	3383 69	173 07
05	04 3194 40	4257 44	95 6751 16	4430 17	3556 76	172 73
2,306	0,704 7451 84	4257 61	0,696 1181 33	4429 99	9,991 3729 49	172 38
07	05 1709 45	4257 78	96 5611 32	4429 82	3901 87	172 04
08	05 5967 23	4257 96	97 0041 14	4429 64	4073 91	171 70
09	06 0225 17	4258 11	97 4470 78	4429 47	4245 61	171 34
10	06 4483 29	4258 28	97 8900 24	4429 29	4416 95	171 01
2,311	0,706 8741 57	4258 45	0,698 3329 53	4429 12	9,991 4587 96	170 67
12	07 3000 02	4258 62	98 7758 65	4428 94	4758 63	170 33
13	07 7258 63	4258 78	99 2187 59	4428 77	4928 96	169 98
14	08 1517 42	4258 95	99 6616 36	4428 59	5098 94	169 64
15	08 5776 37	4259 12	0,700 1044 95	4428 42	5268 58	169 30
2,316	0,709 0035 49	4259 29	0,700 5473 37	4428 25	9,991 5437 88	168 97
17	09 4294 77	4259 45	00 9901 62	4428 08	5606 85	168 63
18	09 8554 22	4259 62	01 4329 70	4427 90	5775 48	168 28
19	10 2813 84	4259 79	01 8757 60	4427 73	5943 76	167 94
20	10 7073 63	4259 94	02 3185 33	4427 56	6111 70	167 61
2,321	0,711 1333 58	4260 11	0,702 7612 89	4427 39	9,991 6279 31	167 29
22	11 5593 68	4260 27	03 2040 28	4427 22	6446 60	166 95
23	11 9853 96	4260 44	03 6467 51	4427 05	6613 55	166 62
24	12 4114 39	4260 60	04 6894 56	4426 88	6780 17	166 28
25	12 8374 99	4260 76	04 5321 44	4426 72	6946 45	165 96
2,326	0,713 2635 75	4260 93	0,704 9748 16	4426 55	9,991 7112 41	165 61
27	13 6896 68	4261 09	05 4174 70	4426 38	7278 02	165 29
28	14 1157 77	4261 25	05 8601 08	4426 21	7443 31	164 96
29	14 5419 02	4261 41	06 3027 29	4426 04	7608 27	164 63
30	14 9680 43	4261 57	06 7453 33	4425 87	7772 90	164 30
2,331	0,715 3942 00	4261 73	0,707 1879 20	4425 71	9,991 7937 20	163 99
32	15 8203 73	4261 89	07 6304 92	4425 54	8101 19	163 64
33	16 2465 63	4262 06	08 0730 46	4425 37	8264 83	163 32
34	16 6727 68	4262 21	08 5155 83	4425 20	8428 15	162 98
35	17 0989 90	4262 37	08 9581 03	4425 04	8591 13	162 67
2,336	0,717 5252 27	4262 53	0,709 4006 07	4424 87	9,991 8753 80	162 34
37	17 9514 80	4262 69	09 8430 94	4424 71	8916 14	162 01
38	18 3777 49	4262 85	10 2855 64	4424 54	9078 15	161 68
39	18 8040 34	4263 01	10 7280 17	4424 37	9239 83	161 37
40	19 2303 35	4263 17	11 1704 56	4424 21	9401 20	161 04
2,341	0,719 6566 52	4263 33	0,711 6128 76	4424 06	9,991 9562 24	160 73
42	20 0829 84	4263 48	12 0552 81	4423 89	9722 97	160 39
43	20 5093 33	4263 64	12 4976 69	4423 72	9883 36	160 09
44	20 9356 97	4263 80	12 9400 42	4423 56	9,992 0043 45	159 76
45	21 3620 76	4263 96	13 3823 97	4423 40	0203 21	159 44
2,346	0,721 7884 72	4264 11	0,713 8247 37	4423 23	9,992 0362 66	159 12
47	22 2148 83	4264 27	14 2670 60	4423 07	0521 77	158 81
48	22 6413 10	4264 43	14 7093 68	4422 91	0680 58	158 48
49	23 0677 53	4264 58	15 1516 59	4422 75	0839 06	158 17
50	23 4942 11		15 5939 34		0997 23	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,350	0,723 4942 11	4264 74	0,715 5939 34	4422 59	9,992 0997 23	157 86
2,351	0,723 9206 84	4262 89	0,716 0361 92	4422 43	9,992 1155 08	157 54
52	24 3471 73	4266 04	16 4784 35	4422 27	1312 62	157 23
53	24 7736 77	4205 20	16 9206 62	4422 11	1469 85	156 91
54	25 2001 97	4266 35	17 3628 73	4421 05	1626 76	156 60
55	25 6267 32	4265 51	17 8050 68	4421 97	1783 36	156 28
2,356	0,726 0532 83	4265 66	0,718 2472 47	4421 64	9,992 1939 64	155 99
57	26 4798 48	4265 81	18 6894 11	4421 48	2095 63	155 66
58	26 9064 30	4265 96	19 1315 58	4421 32	2251 28	155 36
59	27 3330 26	4266 12	19 5736 90	4421 16	2406 64	155 06
60	27 7596 37	4266 27	20 0158 07	4421 00	2561 70	154 72
2,361	0,728 1862 64	4266 42	0,720 4579 06	4420 81	9,992 2716 42	154 42
62	28 6129 06	4266 57	20 8999 90	4420 68	2870 84	154 11
63	29 0395 64	4266 72	21 3420 59	4420 53	3024 95	153 80
64	29 4662 36	4266 87	21 7841 11	4420 37	3178 75	153 50
65	29 8929 23	4267 02	22 2261 48	4420 21	3332 25	153 19
2,366	0,730 3196 26	4267 17	0,722 6681 70	4420 06	9,992 3485 44	152 88
67	30 7463 43	4267 32	23 1101 76	4419 00	3638 32	152 58
68	31 1730 76	4267 47	23 5521 66	4419 75	3790 90	152 27
69	31 6998 23	4267 62	23 9941 40	4419 59	3943 17	151 98
70	32 0265 85	4267 77	24 4361 00	4419 44	4095 15	151 65
2,371	0,732 4533 63	4267 92	0,724 8780 43	4419 29	9,992 4246 80	151 37
72	32 8801 55	4268 07	25 3199 72	4419 13	4398 17	151 06
73	33 3069 62	4268 22	25 7618 85	4418 98	4549 23	150 76
74	33 7337 84	4268 37	26 2037 83	4418 83	4699 99	150 46
75	34 1606 21	4268 52	26 6456 66	4418 67	4850 45	150 16
2,376	0,734 5874 72	4268 66	0,727 0875 33	4418 52	9,992 5000 61	149 85
77	35 0143 39	4268 81	27 5293 85	4418 37	5150 46	149 56
78	35 4412 20	4268 96	27 9712 22	4418 22	5300 02	149 26
79	35 8681 16	4269 11	28 4130 44	4418 07	5449 28	148 96
80	36 2950 27	4269 25	28 8548 51	4417 91	5598 24	148 66
2,381	0,736 7219 52	4269 40	0,729 2966 42	4417 76	9,992 5746 90	148 36
82	37 1488 92	4269 54	29 7384 18	4417 61	5895 26	148 07
83	37 5758 46	4269 68	30 1801 79	4417 46	6043 33	147 78
84	38 0028 14	4269 83	30 6219 25	4417 31	6191 11	147 47
85	38 4297 98	4269 97	31 0636 56	4417 16	6338 58	147 19
2,386	0,738 8567 96	4270 12	0,731 5053 72	4417 01	9,992 6485 77	146 90
87	39 2838 07	4270 26	31 9470 74	4416 86	6632 67	146 59
88	39 7108 34	4270 40	32 3887 60	4416 71	6779 26	146 31
89	40 1378 74	4270 55	32 8304 31	4416 57	6925 57	146 01
90	40 5649 30	4270 69	33 2720 88	4416 42	7071 58	145 72
2,391	0,740 9919 99	4270 84	0,733 7137 29	4416 27	9,992 7217 30	145 43
92	41 4190 83	4270 98	34 1553 56	4416 12	7362 73	145 14
93	41 8461 81	4271 12	34 5969 68	4415 97	7507 87	144 85
94	42 2732 93	4271 27	35 0385 65	4415 82	7652 72	144 56
95	42 7004 20	4271 41	35 4801 47	4415 68	7797 27	144 27
2,396	0,743 1275 61	4271 65	0,735 9217 15	4415 53	9,992 7941 54	143 93
97	43 5547 16	4271 70	36 3632 68	4415 38	8085 52	143 68
98	43 9818 86	4271 48	36 8048 06	4415 24	8229 20	143 40
99	44 4090 70	4271 98	37 2463 30	4415 09	8372 60	143 11
2,400	44 8362 68		37 6878 39		8515 71	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,400	0,744 8362 68	4272 11	0,737 6878 39	4414 95	9,992 8515 71	142 84
2,401	0,745 2634 79	4272 26	0,738 1293 34	4414 80	9,992 8658 55	142 54
02	45 6907 06	4272 40	38 5708 14	4414 66	8801 09	142 26
03	46 1179 46	4272 54	39 0122 80	4414 51	8943 35	141 97
04	46 5451 99	4272 67	39 4637 31	4414 37	9085 32	141 70
05	46 9724 66	4272 82	39 8951 68	4414 23	9227 02	141 41
2,406	0,747 3997 48	4272 96	0,740 3365 91	4414 08	9,992 9368 43	141 13
07	47 8270 43	4273 09	40 7779 99	4413 94	9509 56	140 86
08	48 2543 52	4273 23	41 2193 94	4413 80	9650 42	140 56
09	48 6816 75	4273 37	41 6607 73	4413 66	9790 98	140 29
10	49 1090 12	4273 51	42 1021 39	4413 51	9931 27	140 00
2,411	0,749 5363 63	4273 65	0,742 5434 90	4413 37	9,993 0071 27	139 72
12	49 9637 28	4273 78	42 9848 27	4413 23	0210 99	139 45
13	50 3911 06	4273 92	43 4261 50	4413 09	0350 44	139 17
14	50 8184 98	4274 06	43 8674 69	4412 94	0489 61	138 89
15	51 2459 03	4274 19	44 3087 53	4412 80	4628 50	138 61
2,416	0,751 6733 22	4274 33	0,744 7500 33	4412 66	9,993 0767 11	138 33
17	52 1007 55	4274 47	45 1912 99	4412 52	0905 44	138 05
18	52 5282 02	4274 60	45 6325 51	4412 38	1043 49	137 78
19	52 9556 62	4274 73	46 0737 89	4412 24	1181 27	137 50
20	53 3831 35	4274 87	46 5150 12	4412 10	1318 77	137 23
2,421	0,753 8106 22	4275 01	0,746 9562 22	4411 96	9,993 1456 00	136 95
22	54 2381 23	4275 14	47 3974 18	4411 82	1592 95	136 69
23	54 6656 37	4275 28	47 8386 01	4411 69	1729 64	136 40
24	55 0931 65	4275 41	48 2797 69	4411 55	1866 04	136 13
25	55 5207 06	4275 55	48 7209 23	4411 41	2002 17	135 86
2,426	0,755 9482 61	4275 68	0,749 1620 64	4411 27	9,993 2138 03	135 59
27	56 3758 29	4275 81	49 6031 91	4411 13	2273 62	135 32
28	56 8034 10	4275 96	50 0443 04	4410 99	2408 94	135 05
29	57 2310 04	4276 08	50 4854 03	4410 86	2543 99	134 78
30	57 6586 12	4276 21	50 9264 89	4410 72	2678 77	134 51
2,431	0,758 0862 33	4276 34	0,751 3675 61	4410 59	9,993 2813 28	134 24
32	58 5138 68	4276 47	51 8086 20	4410 45	2947 52	133 97
33	58 9415 15	4276 60	52 2496 64	4410 32	3081 40	133 71
34	59 3691 76	4276 74	52 6906 96	4410 18	3215 20	133 45
35	59 7968 49	4276 87	53 1317 14	4410 05	3348 65	133 17
2,430	0,760 2245 36	4277 00	0,753 5727 18	4409 91	9,993 3481 82	132 93
37	60 6522 36	4277 13	54 0137 10	4409 78	3614 75	132 64
38	61 0799 48	4277 26	54 4546 87	4409 64	3747 39	132 39
39	61 5076 74	4277 39	54 8956 52	4409 51	3879 78	132 12
40	61 9354 12	4277 52	55 3366 02	4409 37	4011 90	131 85
2,441	0,762 3631 64	4277 65	0,755 7775 39	4409 24	9,993 4143 75	131 59
42	62 7909 29	4277 78	56 2184 63	4409 10	4275 34	131 32
43	63 2187 07	4277 91	56 6593 73	4408 97	4406 66	131 06
44	63 6464 98	4278 04	57 1002 70	4408 84	4537 72	130 80
45	64 0743 02	4278 17	57 5411 54	4408 71	4668 52	310 53
2,446	0,764 5021 19	4278 29	0,757 9820 24	4408 57	9,993 4799 05	130 29
47	64 9299 48	4278 42	58 4228 82	4408 44	4929 34	130 02
48	65 3577 90	4278 55	58 8637 26	4408 31	5059 36	129 76
49	65 7856 45	4278 68	59 3045 57	4408 18	5189 12	129 49
50	66 2135 13		59 7453 74		5318 61	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,450	0,766 2135 13	4278 81	0,769 7453 74	4408 06	9,993 5318 61	129 26
2,451	0,766 6413 94	4278 93	0,760 1861 70	4407 92	9,993 5447 86	128 98
52	67 0692 87	4279 06	60 6269 71	4407 78	5576 84	128 72
53	67 4971 93	4279 19	61 0677 49	4407 65	5705 56	128 47
54	67 9251 11	4279 31	61 5085 14	4407 52	5834 03	128 20
55	68 3530 43	4279 44	61 9492 66	4407 39	5962 23	127 97
2,456	0,768 7809 86	4279 57	0,762 3900 06	4407 26	9,993 6090 20	127 69
57	69 2089 43	4279 69	62 8307 32	4407 13	6217 89	127 44
58	69 6369 12	4279 82	63 2714 45	4407 00	6345 33	127 18
59	70 0648 94	4279 95	63 7121 45	4406 87	6472 51	126 92
60	70 4928 89	4280 07	64 1528 32	4406 75	6599 43	126 68
2,461	0,770 9208 96	4280 19	0,764 5935 07	4406 62	9,993 0726 11	126 42
62	71 3489 15	4280 32	66 0341 68	4406 49	6852 53	126 17
63	71 7769 47	4280 44	65 4748 17	4406 36	6978 70	125 92
64	72 2049 91	4280 56	66 9154 53	4406 23	7104 62	125 68
65	72 6330 47	4280 69	66 3560 77	4406 11	7230 30	125 41
2,466	0,773 0611 16	4280 81	0,766 7966 87	4405 98	9,993 7355 71	125 17
67	73 4891 97	4280 93	67 2372 85	4405 86	7480 88	124 92
68	73 9172 90	4281 06	67 6778 70	4405 73	7605 80	124 67
69	74 3453 96	4281 18	68 1184 43	4405 60	7730 47	124 42
70	74 7735 14	4281 30	68 5590 03	4405 47	7854 89	124 17
2,471	0,775 2016 44	4281 43	0,768 9995 50	4405 35	9,993 7979 06	123 91
72	75 6297 87	4281 56	69 4400 84	4405 22	8102 68	123 68
73	76 0579 42	4281 67	69 8806 07	4405 10	8226 65	123 42
74	76 4861 09	4281 79	70 3211 16	4404 97	8350 07	123 19
75	76 9142 88	4281 91	70 7616 14	4404 85	8473 26	122 93
2,476	0,777 3424 79	4282 04	0,771 2020 98	4404 73	9,993 8596 19	122 69
77	77 7706 83	4282 16	71 6425 71	4404 60	8718 88	122 45
78	78 1988 98	4282 28	72 0830 31	4404 48	8841 33	122 20
79	78 6271 26	4282 40	72 5234 79	4404 35	8963 53	121 96
80	79 0553 65	4282 52	72 9639 14	4404 23	9085 49	121 71
2,481	0,779 4836 17	4282 64	0,773 4043 37	4404 10	9,993 9207 20	121 47
82	79 9118 80	4282 75	73 8447 47	4403 98	9328 67	121 22
83	80 3401 56	4282 87	74 2851 45	4403 86	9449 89	120 99
84	80 7684 43	4282 99	74 7255 31	4403 73	9570 88	120 74
85	81 1967 42	4283 11	75 1659 04	4403 61	9691 62	120 50
2,486	0,781 6250 53	4283 23	0,775 6062 65	4403 49	9,993 9812 12	120 26
87	82 0533 76	4283 35	76 0466 14	4403 37	9932 38	120 02
88	82 4817 11	4283 47	76 4869 51	4403 25	9,994 0052 40	119 78
89	82 9190 58	4283 59	76 9272 76	4403 12	0172 18	119 53
90	83 3384 17	4283 70	77 3675 88	4403 00	0291 71	119 30
2,491	0,783 7667 87	4283 82	0,777 8078 88	4402 88	9,994 0411 01	119 07
92	84 1951 69	4283 94	78 2481 77	4402 76	0530 08	118 82
93	84 6235 63	4284 06	78 6684 53	4402 64	0648 90	118 58
94	85 0519 69	4284 18	79 1287 17	4402 52	0767 48	118 35
95	85 4803 86	4284 29	79 5689 69	4402 41	0885 83	118 12
2,496	0,785 9088 15	4284 41	0,780 0092 10	4402 29	9,004 1003 95	117 88
97	86 3372 56	4284 52	80 4494 39	4402 17	1121 83	117 64
89	86 7657 08	4284 64	80 8896 55	4402 06	1230 47	117 41
99	87 1941 72	4284 75	81 3298 60	4401 93	1356 88	117 17
2,500	87 6226 48		81 7700 53		1474 05	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,500	0,787 6226 49	4284 87	0,781 7700 53	4401 81	9,994 1474 05	116 94
2,501	0,788 0511 35	4284 98	0782, 2102 34	4401 69	9,994 1590 99	116 70
02	88 4796 33	4285 10	82 6504 02	4401 57	1707 69	116 47
03	88 9081 43	4285 21	83 0906 59	4401 45	1824 16	116 24
04	89 3366 65	4285 33	83 5307 06	4401 83	1940 40	116 01
05	89 7651 97	4285 44	83 9708 38	4401 22	2056 41	115 77
2,506	0,790 1937 42	4285 56	0,784 4109 60	4401 10	9,994 2272 18	115 55
07	90 6222 97	4285 67	84 8510 70	4400 98	2287 73	115 30
08	91 0508 65	4285 79	85 2911 68	4400 87	2403 03	115 09
09	91 4794 43	4285 90	85 7312 55	4400 75	2518 12	114 84
10	91 9080 33	4286 01	86 1713 29	4400 63	2632 96	114 63
2,511	0,792 3366 34	4286 13	0,786 6113 93	4400 52	9,994 2747 59	114 38
12	92 7652 47	4286 24	87 0514 44	4400 40	2861 97	114 18
13	93 1938 70	4286 35	87 4914 85	4400 29	2976 15	113 92
14	93 6225 06	4286 46	87 9315 13	4400 17	3090 07	113 72
15	94 0511 52	4286 58	88 3715 31	4400 06	3203 79	113 48
2,516	0,794 4798 09	4286 69	0,788 8115 36	4399 94	9,994 3317 27	113 26
17	94 9084 78	4286 80	89 2515 31	4399 83	3430 53	113 03
18	95 3371 58	4286 91	89 6915 14	4399 72	3543 56	112 80
19	95 7658 49	4287 02	90 1314 85	4399 60	3656 36	112 60
20	96 1945 50	4287 13	90 5714 46	4399 48	3768 96	112 34
2,521	0,796 6232 64	4287 24	0,791 0113 94	4399 37	9,994 3881 30	112 13
22	97 0519 88	4287 35	91 4513 31	4399 26	3993 43	111 91
23	97 4807 23	4287 46	91 8912 57	4399 15	4105 34	111 68
24	97 9094 69	4287 57	92 3311 71	4399 05	4217 02	111 47
25	98 3382 26	4287 68	92 7710 75	4398 92	4328 49	111 23
2,526	0,798 7669 95	4287 79	0,793 2109 67	4398 81	9,994 4439 72	111 01
27	99 1957 74	4287 90	93 6508 47	4498 70	4550 73	110 80
28	99 6245 64	4288 01	94 0907 17	4398 58	4661 53	110 57
29	0,800 0533 65	4288 12	94 5305 75	4398 47	4772 10	110 35
30	00 4821 77	4288 23	94 9704 22	4398 36	4882 45	110 13
2,531	0,800 9110 00	4288 34	0,795 4102 58	4398 25	9,994 4992 58	109 91
32	01 3398 34	4288 45	95 8500 83	4398 14	5102 49	109 68
33	01 7686 79	4288 56	96 2898 96	4398 03	5212 17	109 48
34	02 1975 34	4288 67	96 7296 99	4397 91	5321 65	109 24
35	02 6264 01	4288 77	97 1694 90	4397 80	5430 89	109 03
2,536	0,803 0552 78	4288 88	0,797 6092 70	4397 69	9,994 5539 92	108 81
37	03 4841 66	4288 99	98 0490 39	4397 58	5648 73	108 59
38	03 9130 65	4289 10	98 4887 97	4397 47	5757 32	108 38
39	04 3419 74	4289 20	98 9285 44	4397 36	5865 70	108 16
40	04 7708 94	4289 31	99 3682 80	4397 25	5973 86	107 95
2,541	0,805 1998 25	4289 41	0,799 8080 06	4397 14	9,994 6081 81	107 73
42	05 6287 66	4289 52	0,800 2477 20	4397 04	6189 54	107 52
43	06 0577 18	4289 63	00 6874 24	4396 93	6297 06	107 29
44	06 4866 81	4289 73	01 1271 16	4396 82	6404 35	107 09
45	06 9156 54	4289 84	01 5667 98	4396 71	6511 44	106 87
2,546	0,807 3446 38	4289 94	0,802 0064 69	4396 60	9,994 6618 31	106 66
47	07 7736 32	4290 05	02 4461 29	4396 49	6724 97	106 45
48	08 2026 37	4290 15	02 8857 79	4396 39	6831 42	106 23
49	08 6316 52	4290 26	03 3254 17	4396 28	6937 65	106 02
50	09 0606 78		03 7650 46		7043 67	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,550	0,809 0606 78	4200 36	0,803 7650 45	4396 17	9,994 7043 67	105 81
2,551	0,809 4897 15	4290 47	0,804 2046 63	4396 07	9,994 7149 48	105 60
52	09 9187 61	4290 57	04 6442 69	4395 96	7255 08	105 39
53	10 3478 18	4290 68	05 0838 65	4395 85	7360 47	106 18
54	10 7768 86	4290 78	05 5234 51	4395 75	7465 65	104 96
55	11 2059 64	4290 88	05 9630 25	4395 64	7570 61	104 76
2,556	0,811 6350 52	4290 99	0,806 4025 89	4395 53	9,994 7675 37	104 54
57	12 0641 51	4291 08	00 8421 42	4395 43	7779 91	104 35
58	12 4932 59	4291 19	07 2816 85	4395 32	7884 26	104 13
59	12 9223 78	4291 29	07 7212 17	4305 21	7988 39	103 92
60	13 3515 07	4291 40	08 1607 38	4395 11	8092 31	103 71
2,561	0,813 7806 47	4291 50	0,808 6002 49	4395 01	9,994 8196 02	103 50
62	14 2097 98	4291 60	09 0397 50	4394 90	8299 52	103 30
63	14 6389 58	4291 71	09 4792 40	4394 80	8402 82	103 10
64	15 0681 28	4291 81	09 9187 20	4394 69	8505 92	102 88
65	15 4973 09	4291 91	10 3581 89	4394 59	8608 80	102 68
2,566	0,815 9265 00	4292 01	0,810 7976 48	4394 49	9,994 8711 48	102 48
67	16 3557 01	4292 11	11 2370 97	4394 38	8813 96	102 27
68	16 7849 12	4292 21	11 6765 35	4394 28	8916 23	102 07
69	17 2141 33	4292 31	12 1159 63	4394 18	9018 30	101 87
70	17 6433 64	4292 41	12 5553 81	4394 07	9120 17	101 66
2,571	0,818 0726 05	4292 51	0,812 9947 88	4393 97	9,994 9221 83	101 46
72	18 5018 56	4292 61	13 4341 85	4393 87	9323 29	101 25
73	18 9311 18	4292 71	13 8735 72	4393 77	9424 54	101 06
74	19 3603 89	4292 81	14 3129 49	4393 66	9525 60	100 85
75	19 7896 70	4292 91	14 7523 15	4393 56	9626 45	100 65
2,576	0,820 2189 61	4293 01	0,815 1916 71	4393 46	9,994 9727 10	100 45
77	20 6482 62	4293 11	15 6310 17	4393 36	9827 55	100 24
78	21 0775 73	4293 21	16 0703 52	4393 25	9927 79	100 05
79	21 5068 94	4293 31	16 5096 78	4393 15	9,995 0027 84	99 84
80	[illegible] 9362 25	4293 41	16 9489 93	4393 05	0127 68	99 65
2,581	0,822 3665 65	4293 51	0,817 3882 98	4392 95	9,996 0227 33	99,45
82	22 7949 16	4293 60	17 8275 94	4392 85	0326 78	99 25
83	23 2243 76	4293 70	18 2668 79	4392 75	0426 03	99 05
84	23 6536 46	4293 80	18 7061 54	4392 65	0625 08	98 86
85	24 0830 26	4293 90	19 1454 20	4392 55	0023 94	98 65
2,586	0,824 5124 16	4293 99	0,819 5846 75	4392 45	9,995 0722 59	98 46
87	24 9418 15	4294 09	20 0239 20	4392 36	0821 05	98 27
88	25 3712 24	4294 19	20 4631 56	4392 26	0919 32	98 06
89	25 8006 43	4294 29	20 9023 81	4392 16	1017 38	97 87
90	26 2300 72	4294 38	21 3415 07	4392 06	1115 25	97 68
2,591	0,826 6595 10	4294 48	0,821 7808 03	4391 96	9,995 1212 93	97 48
92	27 0889 58	4294 58	22 2199 99	4301 86	1310 41	97 29
93	27 5184 15	4294 67	22 6591 85	4301 76	1407 70	97 09
94	27 9478 82	4294 77	23 0983 61	4301 66	1604 79	96 88
95	28 3773 59	4294 86	23 5375 28	4391 57	1601 67	96 72
2,596	0,828 8068 45	4294 96	0,823 9766 84	4391 47	9,996 1698 39	96 51
97	29 2363 41	4296 06	24 4158 31	4391 37	1794 90	96 30
98	29 6658 47	4295 15	24 8549 67	4391 27	1891 20	96 12
99	30 0953 62	4295 25	25 2940 94	4391 17	1987 32	96 92
2,600	30 5248 87		25 7332 11		2083 24	

k.	log. Cos. *k.*	D.	log. Sin. *k.*	D.	log. Tang. *k.*	D.
2,600	0,830 5248 87	4295 34	0,825 7332 11	4391 08	9,995 2083 24	95 75
2,601	0,830 9544 20	4295 43	0,826 1723 19	4390 98	9,995 2178 99	95 54
02	31 3839 64	4295 53	26 6114 17	4390 89	2274 53	95 37
03	31 8135 16	4295 62	27 0505 06	4390 79	2369 90	95 16
04	32 2430 79	4295 72	27 4895 85	4390 69	2465 06	94 98
05	32 6726 50	4295 81	27 9286 54	4390 60	2560 04	94 79
2,606	0,833 1022 31	4295 90	0,828 3677 14	4390 50	9,995 2654 83	94 60
07	33 5318 21	4296 00	28 8067 64	4390 41	2749 43	94 41
08	33 9614 21	4296 09	29 2458 05	4390 31	2843 88	94 22
09	34 3910 30	4296 18	29 6848 36	4390 22	2938 06	94 04
10	34 8206 48	4296 28	30 1238 58	4390 12	3032 10	93 84
2,611	0,835 2502 76	4296 37	0,830 5628 70	4390 03	9,995 3125 94	93 66
12	35 6799 13	4296 46	31 0018 73	4389 93	3219 60	93 47
13	36 1095 59	4296 56	31 4408 66	4389 84	3313 07	93 29
14	36 5392 14	4296 65	31 8798 50	4389 74	3406 36	93 09
15	36 9688 79	4296 74	32 3188 24	4389 65	3499 45	92 91
2,616	0,837 3985 53	4296 83	0,832 7577 89	4389 56	9,995 3593 36	92 72
17	37 8282 36	4296 92	33 1967 44	4389 46	3685 08	92 53
18	38 2579 29	4297 01	33 6356 90	4389 36	3777 61	92 35
19	38 6876 30	4297 10	34 0746 26	4389 27	3869 96	92 17
20	39 1173 40	4297 20	34 5135 53	4389 17	3962 13	91 97
2,621	0,839 5470 60	4297 29	0,834 9524 70	4389 08	9,995 4054 10	91 80
22	39 9767 88	4297 38	35 3913 78	4388 99	4145 90	91 61
23	40 4065 26	4297 47	35 8302 77	4388 90	4237 51	91 44
24	40 8362 72	4297 56	36 2691 67	4388 81	4328 95	91 24
25	41 2660 28	4297 65	36 7080 47	4388 72	4420 19	91 08
2,626	0,841 6957 92	4297 74	0,837 1469 19	4388 63	9,995 4511 27	90 88
27	42 1255 66	4297 83	37 5857 81	4388 53	4602 15	90 72
28	42 5553 48	4297 92	38 0246 35	4388 44	4692 87	90 52
29	42 9851 40	4298 01	38 4634 79	4388 35	4783 39	90 35
30	43 4149 40	4298 10	38 9023 14	4388 26	4873 74	90 17
2,631	0,843 8447 50	4298 19	0,839 3411 41	4388 17	9,995 4963 91	89 99
32	44 2745 68	4298 28	39 7799 58	4388 08	5053 90	89 80
33	44 7043 96	4298 37	40 2187 66	4387 99	5143 70	89 63
34	45 1342 32	4298 46	40 6575 65	4387 90	5233 33	89 44
35	45 5640 78	4298 54	41 0963 55	4387 81	5322 77	89 28
2,636	0,845 9939 32	4298 63	0,841 5351 37	4387 72	9,995 5412 05	89 08
37	46 4237 96	4298 72	41 9739 09	4387 63	5501 13	88 91
38	46 8536 68	4298 81	42 4126 72	4387 54	5590 04	88 74
39	47 2835 49	4298 90	42 8514 27	4387 45	5678 78	88 55
40	47 7134 39	4298 98	43 2901 72	4387 36	5767 33	88 38
2,641	0,848 1433 37	4299 07	0,843 7289 08	4387 27	9,995 5855 71	88 20
42	48 5732 44	4299 16	44 1676 35	4387 18	5943 91	88 02
43	49 0031 60	4299 24	44 6063 53	4387 09	6031 93	87 85
44	49 4330 84	4299 33	45 0450 62	4387 00	6119 78	87 67
45	49 8630 17	4299 42	45 4837 62	4386 91	6207 45	87 49
2,646	0,850 2929 59	4299 50	0,845 9224 53	4386 83	9,995 6294 94	87 33
47	50 7229 09	4299 59	46 3611 36	4386 74	6382 27	87 14
48	51 1528 68	4299 68	46 7998 09	4386 65	6469 41	86 98
49	51 5828 35	4299 76	47 2384 74	4386 56	6556 39	86 80
50	52 0128 11		47 6771 30		6643 19	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,650	0,852 0128 11	4299 85	0,847 7771 30	4386 47	9,995 6643 19	86 63
2,651	0,852 4427 96	4299 93	0,848 1157 78	4386 39	9,995 6729 82	86 45
52	52 8727 89	4300 02	48 5544 16	4386 30	6816 27	86 28
53	53 3027 91	4300 10	48 9930 46	4386 21	6902 55	86 12
54	53 7328 01	4300 19	49 4316 68	4386 13	6988 67	85 93
55	54 1628 20	4300 27	49 8702 80	4386 04	7074 60	85 76
2,656	0,854 5928 48	4300 36	0,850 3088 84	4385 96	9,995 7160 36	85 61
57	55 0228 83	4300 44	50 7474 80	4385 87	7245 97	85 42
58	55 4529 28	4300 53	51 1860 67	4385 78	7331 39	85 26
59	55 8829 80	4300 61	51 6246 45	4385 70	7416 65	85 09
60	56 3130 41	4300 70	52 0632 15	4385 61	7501 74	84 92
2,661	0,856 7431 10	4300 78	0,852 5017 76	4385 52	9,995 7586 66	84 74
62	57 1731 88	4300 86	52 9403 28	4385 44	7671 40	84 57
63	57 6032 75	4300 95	53 3788 72	4385 35	7755 97	84 40
64	58 0333 70	4301 03	53 8174 07	4385 27	7840 37	84 24
65	58 4634 73	4301 12	54 2559 34	4385 18	7924 61	84 07
2,666	0,858 8935 84	4301 20	0,854 6944 52	4385 10	9,995 8008 68	83 90
67	59 3237 04	4301 28	55 1329 62	4385 01	8092 58	83 74
68	59 7538 32	4301 36	55 5714 64	4384 93	8176 32	83 55
69	60 1839 69	4301 45	56 0099 56	4384 85	8259 87	83 41
70	60 6141 13	4301 53	56 4484 41	4384 76	8343 28	83 23
2,671	0,861 0442 66	4301 61	0,856 8869 17	4384 68	9,995 8426 51	83 07
72	61 4744 27	4301 69	57 3253 85	4384 59	8509 58	82 89
73	61 9045 97	4301 78	57 7638 44	4384 51	8592 47	82 74
74	62 3347 74	4301 86	58 2022 95	4384 43	8675 21	82 56
75	62 7649 60	4301 94	58 6407 37	4384 34	8757 77	82 41
2,676	0,863 1951 54	4302 02	0,859 0791 72	4384 26	9,995 8840 18	82 24
77	63 6253 55	4302 10	59 5175 97	4384 18	8922 42	82 08
78	64 0555 65	4302 18	59 9560 15	4384 09	9004 50	81 90
79	64 4857 84	4302 26	60 3944 24	4384 01	9086 40	81 75
80	64 9160 10	4302 35	60 8328 25	4383 93	9168 15	81 59
2,681	0,865 3462 44	4302 43	0,861 2712 18	4383 85	9,995 9249 74	81 41
82	65 7764 87	4302 51	61 7096 02	4383 76	9331 15	81 26
83	66 2067 37	4302 59	62 1479 78	4383 68	9412 41	81 09
84	66 6369 96	4302 67	62 5863 46	4383 60	9493 50	80 93
85	67 0672 63	4302 75	63 0247 06	4383 52	9574 43	80 78
2,686	0,867 4975 37	4302 83	0,863 4630 58	4383 44	9,995 9655 21	80 61
87	67 9278 20	4302 91	63 9014 02	4383 36	9735 82	80 45
88	68 3581 10	4302 99	64 3397 37	4383 27	9816 27	80 29
89	68 7884 09	4303 07	64 7780 65	4383 19	9896 56	80 12
90	69 2187 16	4303 14	65 2163 84	4383 11	9976 68	79 97
2,691	0,869 6490 30	4303 22	0,865 6546 95	4383 03	9,996 0056 65	79 81
92	70 0793 52	4303 30	66 0929 98	4382 95	0136 46	79 65
93	70 5096 82	4303 38	66 5312 93	4382 87	0216 11	79 48
94	70 9400 21	4303 46	66 9695 80	4382 79	0295 59	79 33
95	71 3703 67	4303 54	67 4078 59	4382 71	0374 92	79 19
2,696	0,871 8007 20	4303 62	0,867 8461 31	4382 63	9,996 0454 11	79 01
97	72 2310 82	4303 70	68 2843 94	4382 55	0533 12	78 85
98	72 6614 52	4303 78	68 7226 49	4382 48	0611 97	78 70
99	73 0918 30	4303 85	69 1608 97	4382 40	0690 67	78 55
2,700	73 5222 15		69 5991 37		0769 22	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,700	0,873 5222 15	4303 93	0,869 5991 37	4382 31	9,996 0769 22	78 37
2,701	0,873 9626 08	4304 01	6,870 0373 67	4382 23	9,996 0847 59	78 22
02	74 3830 09	4304 08	70 4755 90	4382 15	0925 81	78 07
03	74 8134 17	4304 16	70 9138 05	4382 07	1003 88	77 91
04	75 2438 33	4304 24	71 3520 12	4381 99	1081 79	77 75
05	75 6742 57	4304 32	71 7902 11	4381 92	1159 54	77 60
2,706	0,876 1046 89	4304 39	0,872 2284 03	4381 84	9,996 1237 14	77 44
07	76 5351 28	4304 47	72 6665 86	4381 76	1314 58	77 29
08	76 9655 75	4304 55	73 1047 62	4381 68	1391 87	77 15
09	77 3960 29	4304 62	73 5429 31	4381 61	1469 02	76 98
10	77 8264 92	4304 70	73 9810 92	4381 53	1546 00	76 84
2,711	0,878 2569 61	4304 77	0,874 4192 45	4381 45	9,996 1622 84	76 67
12	78 6874 39	4304 85	74 8573 90	4381 38	1699 51	76 53
13	79 1179 24	4304 93	75 2955 28	4381 30	1776 04	76 38
14	79 5484 16	4305 00	75 7336 58	4381 23	1852 42	76 22
15	79 9789 17	4305 08	76 1717 81	4381 15	1928 64	76 07
2,716	0,880 4094 24	4305 15	0,876 6098 96	4381 08	9,996 2004 71	75 92
17	80 8399 40	4305 23	77 0480 03	4381 00	2080 63	75 77
18	81 2704 63	4305 31	77 4861 03	4380 93	2156 40	75 62
19	81 7009 93	4305 38	77 9241 96	4380 85	2232 02	75 48
20	82 1315 31	4305 45	78 3622 81	4380 76	2307 50	75 31
2,721	0,882 5620 76	4305 53	0,878 8003 57	4380 69	9,996 2382 81	75 16
22	82 9926 29	4305 60	79 2384 26	4380 61	2457 97	75 01
23	83 4231 89	4305 68	79 6764 87	4380 54	2532 98	74 86
24	83 8537 57	4305 75	80 1145 41	4380 46	2607 84	74 71
25	84 2843 32	4305 82	80 5525 87	4380 38	2682 56	74 56
2,726	0,884 7149 14	4305 90	0,880 9906 25	4380 31	9,996 2757 11	74 41
27	85 1455 04	4306 97	81 4286 56	4380 23	2831 52	74 26
28	85 5761 01	4306 05	81 8666 79	4380 16	2905 78	74 12
29	86 0067 05	4306 12	82 3046 95	4380 08	2979 90	73 96
30	86 4373 17	4306 19	82 7427 03	4380 01	3053 86	73 82
2,731	0,886 8679 36	4306 27	0,883 1807 04	4379 94	9,996 3127 68	73 67
32	87 2985 63	4306 34	83 6186 98	4379 86	3201 35	73 52
33	87 7291 97	4306 41	84 0566 84	4379 79	3274 87	73 38
34	88 1598 38	4306 48	84 4946 63	4379 72	3348 25	73 24
35	88 5904 86	4306 56	84 9326 35	4379 64	3421 49	73 08
2,736	0,889 0211 42	4306 63	0,885 3705 99	4379 57	9,996 3494 57	72 94
37	89 4518 05	4306 70	85 8085 56	4379 50	3567 51	72 79
38	89 8824 75	4306 78	86 2465 06	4379 42	3640 30	72 66
39	90 3131 52	4306 85	86 6844 48	4379 35	3712 96	72 50
40	90 7438 37	4306 92	87 1223 83	4379 27	3785 46	72 35
2,741	0,891 1745 29	4306 99	0,887 5603 10	4379 20	9,996 3857 81	72 21
42	91 6052 28	4307 06	87 9982 30	4379 13	3930 02	72 07
43	92 0359 34	4307 13	88 4361 43	4379 06	4002 09	71 93
44	92 4666 47	4307 20	88 8740 49	4378 98	4074 02	71 78
45	92 8973 67	4307 27	89 3119 47	4378 91	4145 80	71 64
2,746	0,893 3280 94	4307 34	0,889 7498 38	4378 84	9,996 4217 44	71 48
47	93 7588 29	4307 42	90 1877 21	4378 76	4288 92	71 36
48	94 1895 70	4307 49	90 6255 98	4378 69	4360 28	71 20
49	94 6203 19	4307 56	91 0634 67	4378 62	4431 48	71 06
50	95 0510 75		91 5013 29		4502 45	

k.	log. Cof. *k.*	D.	log. Sin. *k.*	D.	log. Tang. *k.*	D.
2,750	0,895 0610 75	4307 63	0,891 5013 20	4378 56	9,996 4502 54	70 93
2,751	0,895 4818 37	4307 70	0,891 9391 84	4378 48	9,996 4573 47	70 78
52	95 9126 07	4307 77	92 3770 32	4378 41	4644 25	70 64
53	96 3433 84	4307 84	92 8148 73	4378 34	4714 89	70 51
54	96 7741 67	4307 91	93 2527 07	4378 27	4785 40	70 36
55	97 2049 58	4307 98	93 6905 34	4378 20	4855 76	70 22
2,756	0,897 6357 56	4308 05	0,894 1283 54	4378 13	9,996 4925 98	70 08
57	98 0665 61	4308 12	94 5661 67	4378 06	4996 06	69 94
58	98 4973 72	4308 19	95 0039 72	4377 99	5066 00	69 80
59	98 9281 91	4308 26	95 4417 71	4477 92	5135 80	69 66
60	99 3590 17	4308 33	95 8795 63	4377 84	5205 46	69 53
2,761	0,899 7898 49	4308 39	0,896 3173 48	4377 77	9,996 5274 90	69 38
62	0,900 2206 88	4308 46	96 7551 25	4377 70	5344 37	69 23
63	00 6515 35	4308 53	97 1928 96	4377 63	5413 60	69 11
64	01 0823 87	4308 60	97 6306 58	4377 65	5482 71	68 97
65	01 5132 47	4308 67	98 0684 15	4377 49	5551 08	68 82
2,766	0,901 9441 14	4308 73	0,898 5061 64	4377 42	9,996 5620 50	68 69
67	02 3749 87	4308 80	98 9439 06	4377 35	5689 19	68 56
68	02 8058 67	4308 87	99 3816 42	4377 29	5757 75	68 41
69	03 2367 54	4308 94	99 8193 70	4377 22	5826 16	68 28
70	03 6676 48	4309 01	0,900 2570 92	4377 16	5894 44	68 16
2,771	0,904 0985 48	4309 07	0,900 6948 07	4377 08	9,996 5962 59	68 01
72	04 5294 55	4309 14	01 1325 15	4377 01	6030 60	67 88
73	04 9603 69	4309 21	01 5702 17	4376 96	6098 48	67 73
74	05 3912 90	4309 28	02 0079 11	4376 88	6166 21	67 60
75	05 8222 18	4309 34	02 4455 99	4376 81	6233 81	67 47
2,776	0,906 2531 52	4309 40	0,902 8832 80	4376 74	9,996 6301 28	67 33
77	06 6840 93	4309 48	03 3209 54	4376 68	6368 61	67 20
78	07 1150 41	4309 55	03 7586 22	4376 61	6435 81	67 06
79	07 5459 96	4309 62	04 1962 83	4376 54	6502 87	66 92
80	07 9769 58	4309 68	04 6339 37	4376 47	6569 79	66 79
2,781	0,908 4079 26	4309 74	0,905 0715 84	4376 40	9,996 6636 58	66 66
82	08 8389 00	4309 81	05 5092 24	4376 34	6703 24	66 53
83	09 2698 81	4309 88	05 9468 58	4376 27	6769 77	66 40
84	09 7008 68	4309 94	06 3844 85	4376 20	6836 17	66 26
85	10 1318 62	4310 01	06 8221 05	4376 14	6902 43	66 13
2,786	0,910 5628 63	4310 07	0,907 2597 19	4376 07	9,996 6968 56	65 99
87	10 9938 70	4310 14	07 6973 25	4376 00	7034 55	65 86
88	11 4248 84	4310 20	08 1349 25	4375 94	7100 41	65 74
89	11 8559 04	4310 27	08 5725 19	4375 87	7166 15	65 60
90	12 2869 31	4310 33	09 0101 06	4375 80	7231 75	65 46
2,791	0,912 7179 65	4310 40	0,909 4476 86	4375 74	9,996 7297 21	65 35
92	13 1490 04	4310 46	09 8852 60	4375 67	7362 56	65 21
93	13 5800 51	4310 53	10 3228 27	4375 61	7427 77	65 08
94	14 0111 03	4310 59	10 7603 88	4375 54	7492 85	64 95
95	14 4421 63	4310 66	11 1979 42	4375 48	7557 80	64 82
2,796	0,914 8732 28	4310 72	0,911 6354 89	4375 41	9,996 7622 62	64 69
97	15 3043 00	4310 78	12 0730 30	4375 35	7687 31	64 57
98	15 7353 78	4310 84	12 5105 65	4375 29	7751 88	64 44
99	16 1664 62	4310 91	12 9480 94	4375 22	7816 32	64 31
2,800	16 5975 53		13 3856 16		7880 63	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,800	0,916 5975 53	4310 98	0,913 3856 15	4375 16	9,996 7880 62	64 17
2,801	0,917 0286 51	4311 04	0,913 8231 30	4375 08	9,996 7944 79	64 04
02	17 4597 55	4311 10	14 2606 38	4375 02	8008 83	63 92
03	17 8908 65	4311 17	14 6981 40	4374 95	8072 75	63 79
04	18 3219 81	4311 23	15 1356 35	4374 89	8136 54	63 66
05	18 7531 04	4311 29	15 5731 24	4374 83	8200 20	63 54
2,806	0,919 1842 33	4311 35	0,916 0106 07	4374 77	9,996 8263 74	63 41
07	19 6153 69	4311 42	16 4480 84	4374 70	8327 15	63 29
08	20 0465 10	4311 48	16 8855 54	4374 64	8390 44	63 16
09	20 4776 58	4311 54	17 3230 18	4374 58	8453 60	63 03
10	20 9088 12	4311 61	17 7604 75	4374 51	8516 63	62 91
2,811	0,921 3399 73	4311 67	0,918 1979 27	4374 45	9,996 8579 54	62 78
12	21 7711 40	4311 73	18 6353 72	4374 39	8642 32	62 65
13	22 2023 13	4311 79	19 0728 10	4374 32	8704 97	62 54
14	22 6334 92	4311 86	19 5102 43	4374 26	8767 51	62 40
15	23 0646 78	4311 92	19 9476 69	4374 20	8829 91	62 29
2,816	0,923 4958 69	4311 98	0,920 3850 89	4374 14	9,996 8892 20	62 14
17	23 9270 68	4312 05	20 8225 02	4374 07	8954 34	62 03
18	24 3582 72	4312 11	21 2599 09	4374 01	9016 37	61 90
19	24 7894 83	4312 17	21 6973 10	4373 95	9078 27	61 78
20	25 2207 00	4312 23	22 1347 05	4373 88	9140 05	61 66
2,821	0,925 6519 22	4312 29	0,922 6720 93	4373 82	9,996 9201 71	61 53
22	26 0831 51	4312 35	23 0094 75	4373 76	9263 24	61 42
23	26 5143 85	4312 41	23 4468 51	4373 70	9324 66	61 29
24	26 9456 26	4312 47	23 8842 21	4373 64	9385 95	61 16
25	27 3768 73	4312 53	24 3215 84	4373 58	9447 11	61 05
2,826	0,927 8081 26	4312 59	0,924 7589 42	4373 51	9,996 9508 16	60 92
27	28 2393 85	4312 65	25 1962 93	4373 45	9569 08	60 81
28	28 6706 50	4312 71	25 6336 39	4373 39	9629 89	60 67
29	29 1019 22	4312 77	26 0709 78	4373 33	9690 56	60 56
30	29 5331 99	4312 83	26 5083 11	4373 27	9751 12	60 44
2,831	0,929 9644 82	4312 89	0,926 9456 38	4373 21	9,996 9811 56	60 31
32	30 3957 72	4312 96	27 3829 59	4373 15	9871 87	60 20
33	30 8270 67	4313 01	27 8202 74	4373 09	9932 07	60 08
34	31 2583 68	4313 07	28 2575 83	4373 03	9992 15	59 95
35	31 6896 75	4313 13	28 6948 85	4372 97	9,997 0052 10	59 84
2,836	0,932 1209 88	4313 19	0,929 1321 82	4372 91	9,997 0111 94	59 72
37	32 5523 06	4313 25	29 5694 72	4372 84	0171 66	59 60
38	32 9836 31	4313 31	30 0067 57	4372 78	0231 26	59 47
39	33 4149 62	4313 36	30 4440 35	4372 72	0290 73	59 36
40	33 8462 98	4313 43	30 8813 07	4372 67	0350 09	59 25
2,841	0,934 2776 40	4313 49	0,931 3185 74	4372 61	9,997 0409 34	59 12
42	34 7089 89	4313 54	31 7558 35	4372 55	0468 46	59 00
43	35 1403 43	4313 60	32 1930 89	4372 49	0527 46	58 89
44	35 5717 03	4313 66	32 6303 38	4372 43	0586 35	58 77
45	36 0030 69	4313 72	33 0675 81	4372 37	0645 12	58 65
2,846	0,936 4344 41	4313 78	0,933 5048 18	4372 31	9,997 0703 77	58 56
47	36 8658 18	4313 83	33 9420 50	4372 25	0762 32	58 41
48	37 2972 02	4313 89	34 3792 75	4372 19	0820 73	58 30
49	37 7285 91	4313 95	34 8164 94	4372 14	0879 03	58 20
50	38 1599 86		35 2537 08		0937 23	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,850	0,938 1599 85	4314 01	0,936 2537 08	4372 08	9,997 0037 23	58 06
2,851	0,938 5913 86	4314 06	0,936 6909 15	4372 02	9,997 0995 29	57 96
52	39 0227 92	4314 12	36 1281 17	4371 96	1053 25	57 83
53	39 4542 05	4314 18	36 5653 13	4371 90	1111 08	57 72
54	90 8856 23	4314 24	37 0025 03	4371 84	1168 80	57 61
55	40 3170 46	4314 30	37 4396 87	4371 79	1226 41	57 49
2,856	0,940 7484 76	4314 35	0,037 8768 66	4371 73	9,997 1283 90	57 37
57	41 1799 11	4314 41	38 3140 38	4371 67	1341 27	57 26
58	41 6113 52	4314 47	38 7512 05	4371 61	1398 53	57 14
59	42 0427 99	4314 53	39 1883 66	4371 55	1455 67	57 02
60	42 4742 52	4314 58	39 6255 21	4371 50	1512 69	56 92
2,861	0,942 9057 10	4314 64	0,940 0626 71	4371 44	9,997 1569 61	56 81
62	43 3371 73	4314 69	40 4998 15	4371 38	1626 42	56 69
63	43 7686 42	4314 75	40 9369 53	4371 33	1683 11	56 58
64	44 2001 17	4314 80	41 3740 86	4371 27	1739 69	56 46
65	44 6315 97	4314 86	41 8112 12	4371 21	1796 15	56 36
2,866	0,945 0630 83	4314 92	0,942 2483 34	4371 16	9,997 1852 51	56 23
67	45 4945 75	4314 97	42 6854 49	4371 10	1908 74	56 13
68	45 9260 72	4315 03	43 1225 59	4371 04	1964 87	56 01
69	46 3575 75	4315 08	43 5596 63	4370 99	2020 88	55 91
70	46 7890 83	4315 14	43 9967 62	4370 93	2076 79	56 97
2,871	0,947 2206 97	4315 20	0,044 4338 55	4370 88	9,997 2132 58	55 69
72	47 6521 16	4315 25	44 8709 43	4370 82	2188 27	55 56
73	48 0836 41	4315 31	45 3080 24	4370 76	2243 83	55 46
74	48 5151 72	4315 36	45 7451 01	4370 71	2299 29	65 34
75	48 9467 08	4315 42	46 1821 71	4370 66	2354 63	56 24
2,876	0,949 3782 49	4315 47	0,946 6192 37	4370 60	9,097 2409 87	55 13
77	49 8097 96	4315 53	47 0562 96	4370 54	2465 00	55 01
78	50 2413 49	4315 58	47 4933 50	4370 48	2520 01	54 90
79	50 6729 07	4315 64	47 9303 98	4370 43	2574 91	54 79
80	51 1044 71	4315 69	48 3674 41	4370 37	2629 70	54 69
2,881	0,951 5360 39	4315 74	0,948 8044 78	4370 32	9,997 2684 39	54 58
82	51 9679 13	4315 80	49 2415 10	4370 26	2738 97	54 47
83	52 3991 93	4315 85	49 6785 37	4370 21	2793 44	54 36
84	52 8307 78	4315 90	50 1155 57	4370 16	2847 79	54 26
85	53 2623 68	4315 96	50 5525 73	4370 10	2902 05	54 14
2,886	0,953 6939 64	4316 01	0,960 9895 83	4370 06	9,997 2956 19	54 04
87	54 1255 65	4316 07	51 4265 88	4369 99	3010 23	53 93
88	54 5571 71	4316 12	51 8635 87	4369 94	3064 16	53 82
89	54 9887 83	4316 17	52 3005 81	4369 89	3117 98	53 70
90	55 4204 01	4316 23	52 7375 69	4369 83	3171 68	43 61
2,891	0,955 8520 23	4316 28	0,963 1745 53	4369 78	9,997 3225 29	53 50
92	56 2836 51	4316 33	53 6115 30	4369 72	3278 79	53 40
93	56 7152 84	4316 39	54 0485 03	4399 67	3332 19	53 27
94	57 1469 23	4316 44	54 4854 69	4369 62	3385 46	53 18
95	57 5786 67	4316 49	54 9224 31	4369 56	3438 64	53 07
2,896	0,958 0102 16	4316 55	0,965 3593 87	4369 51	9,997 3491 71	52 97
97	58 4418 70	4316 60	55 7963 38	4369 46	3544 08	52 86
89	58 8735 30	4316 65	56 2332 83	4379 40	3597 53	52 75
99	59 3051 95	4316 70	56 6702 23	4369 34	3650 28	52 64
2,900	59 7368 65		57 1071 57		3702 92	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
2,900	0,969 7368 66	4316 76	0,967 1071 57	4369 30	9,997 3702 92	52 54
2,901	0,960 1686 41	4316 81	0,967 5440 87	4369 24	9,997 3755 46	52 43
02	60 6002 22	4316 86	57 9810 11	4369 19	3807 80	52 33
03	61 0319 08	4316 91	58 4179 30	4369 14	3860 22	52 23
04	61 4635 99	4316 96	58 8548 44	4369 09	3912 45	52 12
05	61 8952 96	4317 01	59 2917 52	4369 03	3964 57	52 01
2,906	0,962 3269 97	4317 07	0,959 7286 56	4368 98	9,997 4016 58	51 92
07	62 7587 03	4317 12	60 1655 53	4368 93	4068 50	51 81
08	63 1904 15	4317 17	60 6024 46	4368 88	4120 31	51 71
09	63 6221 32	4317 22	61 0393 34	4368 83	4172 02	51 62
10	64 0538 53	4317 27	61 4762 17	4368 77	4223 64	51 50
2,911	0,964 4865 80	4317 32	0,961 9130 94	4368 72	9,997 4275 14	51 40
12	64 9173 12	4317 37	62 3499 66	4368 67	4326 54	51 30
13	65 3490 49	4317 42	62 7868 33	4368 62	4377 84	51 19
14	65 7807 92	4317 47	63 2236 96	4368 57	4429 03	51 09
15	66 2125 39	4317 52	63 6606 51	4368 51	4480 12	51 00
2,916	0,966 6442 91	4317 58	0,964 0974 03	4368 46	9,997 4531 12	50 88
17	67 0760 49	4317 63	64 5342 49	4368 41	4582 00	50 79
18	67 5078 11	4317 68	64 9710 90	4368 36	4632 79	50 68
19	67 9395 79	4317 73	65 4079 26	4368 31	4683 47	50 57
20	68 3713 52	4317 78	65 8447 56	4368 26	4734 04	50 48
2,921	0,968 8031 30	4317 83	0,966 2815 82	4368 21	9,997 4784 52	50 39
22	69 2349 12	4317 88	66 7184 03	4368 16	4834 91	50 28
23	69 6667 00	4317 93	67 1552 19	4368 11	4885 19	50 17
24	70 0984 93	4317 98	67 5920 29	4368 06	4935 36	50 08
25	70 5302 91	4318 03	68 0288 35	4368 01	4985 44	49 99
2,926	0,970 9620 93	4318 08	0,968 4656 36	4367 96	9,997 5035 43	49 88
27	71 3939 01	4318 13	68 9024 32	4367 91	5085 31	49 78
28	71 8257 14	4318 18	69 3392 23	4367 86	5135 09	49 68
29	72 2575 31	4318 23	69 7760 08	4367 81	5184 77	49 58
30	72 6893 54	4318 27	70 2127 89	4367 76	5234 35	49 49
2,931	0,973 1211 81	4318 32	0,970 6495 66	4367 71	9,997 5283 84	49 39
32	73 5530 13	4318 37	71 0863 36	4367 66	5333 23	49 28
33	73 9848 51	4318 42	71 5231 02	4367 61	5382 51	49 18
34	74 4166 93	4318 47	71 9598 62	4367 56	5431 69	49 09
35	74 8485 40	4318 52	72 3966 18	4367 51	5480 78	48 99
2,936	0,975 2803 92	4318 57	0,972 8333 69	4367 46	9,997 5529 77	48 90
37	75 7122 48	4318 62	73 2701 15	4367 41	5578 67	48 79
38	76 1441 10	4318 67	73 7068 56	4367 36	5627 46	48 68
39	76 5759 77	4318 71	74 1435 91	4367 31	5676 14	48 60
40	77 0078 48	4318 76	74 5803 22	4367 26	5724 74	48 50
2,941	0,977 4397 24	4318 81	0,975 0170 48	4367 21	9,997 5773 24	48 41
42	77 8716 05	4318 86	75 4537 70	4367 17	5821 65	48 30
43	78 3034 91	4318 91	75 8904 86	4367 12	5869 95	48 21
44	78 7353 82	4318 95	76 3271 98	4367 07	5918 16	48 12
45	79 1672 77	4319 00	76 7639 05	4367 02	5966 28	48 02
2,946	0,979 5991 77	4319 05	0,977 2006 07	4366 97	9,997 6014 30	47 93
47	80 0310 82	4319 10	77 6373 05	4366 93	6062 23	47 82
48	80 4629 92	4319 14	78 0739 97	4366 88	6110 05	47 74
49	80 8949 06	4319 19	78 5106 85	4366 83	6157 79	47 64
50	81 3268 25		78 9473 68		6205 43	

k.	log. Cof. *k.*	D.	log. Sin. *k.*	D.	log. Tang. *k.*	D.
2,950	0,981 3268 25	4319 24	0,978 9473 68	4366 78	9,997 6206 43	47 54
2,951	0,981 7587 49	4319 29	0,979 3840 46	4366 73	9,997 6252 97	47 45
52	82 1906 78	4319 33	79 8207 20	4366 69	6300 42	47 35
53	82 6226 11	4319 38	80 2573 88	4366 64	6347 77	47 26
54	83 0545 49	4319 43	80 6940 52	4366 59	6395 03	47 16
55	83 4864 92	4319 47	81 1307 11	4366 54	6442 19	47 07
2,956	0,983 9184 39	4319 52	0,981 5673 66	4366 49	9,997 6489 26	46 98
57	84 3503 91	4319 57	82 0040 15	4366 45	6536 24	46 88
58	84 7823 48	4319 62	82 4406 60	4366 40	6583 12	46 79
59	85 2143 09	4319 66	82 8773 00	4366 35	6629 91	46 68
60	85 6462 76	4319 71	83 3139 35	4366 31	6676 59	46 60
2,961	0,986 0782 46	4319 75	0,983 7505 66	4366 26	9,997 6723 19	46 50
62	86 5102 22	4319 80	84 1871 91	4366 21	6769 69	46 42
63	86 9422 02	4319 85	84 6238 13	4366 17	6816 11	46 32
64	87 3741 86	4319 89	85 0604 29	4366 12	6862 43	46 23
65	87 8061 75	4319 94	86 4970 41	4366 08	6908 66	46 14
2,966	0,988 2381 69	4319 98	0,985 9336 49	4366 03	9,997 6954 80	46 05
67	88 6701 67	4320 03	86 3702 52	4365 98	7000 85	45 95
68	89 1021 70	4320 08	86 8068 50	4365 94	7046 80	45 86
69	89 5341 78	4320 12	87 2434 44	4365 89	7092 66	45 77
70	89 9661 90	4320 17	87 6800 33	4365 85	7138 43	45 68
2,971	0,990 3982 06	4320 21	0,988 1166 17	4365 80	9,997 7184 11	45 58
72	90 8302 28	4320 26	88 5531 97	4365 75	7229 69	45 51
73	91 2622 53	4320 30	88 9897 73	4365 71	7275 20	45 40
74	91 6942 83	4320 35	89 4263 43	4365 66	7320 60	45 31
75	92 1263 18	4320 39	89 8629 09	4365 62	7365 91	45 23
2,976	0,992 5583 57	4320 44	0,990 2994 71	4365 57	9,997 7411 14	45 13
77	92 9904 01	4320 48	90 7360 28	4365 52	7456 27	45 04
78	93 4224 49	4320 53	91 1725 80	4365 48	7501 31	44 95
79	93 8545 02	4320 57	91 6091 28	4365 43	7546 26	44 86
80	94 2865 59	4320 62	92 0456 71	4365 39	7591 12	44 77
2,981	0,994 7186 21	4320 66	0,992 4822 10	4365 34	9,997 7635 89	44 68
82	95 1506 87	4320 70	92 9187 44	4365 30	7680 57	44 60
83	95 5827 57	4320 75	93 3552 74	4365 25	7725 17	44 50
84	96 0148 32	4320 79	93 7917 99	4365 21	7769 67	44 42
85	96 4469 11	4320 84	94 2283 20	4365 17	7814 09	44 33
2,986	0,996 8789 95	4320 88	0,994 6648 37	4365 12	9,997 7858 42	44 24
87	97 3110 83	4320 92	95 1013 49	4365 08	7902 66	44 16
88	97 7431 76	4320 97	95 5378 57	4365 03	7946 82	44 06
89	98 1752 72	4321 01	95 9743 60	4364 99	7990 88	43 98
90	98 6073 73	4321 06	96 4108 59	4364 95	8034 86	43 88
2,991	0,999 0394 79	4321 10	0,996 8473 53	4364 90	9,997 8078 74	43 80
92	99 4715 89	4321 14	97 2838 43	4364 86	8122 54	43 72
93	99 9037 03	4321 19	97 7203 29	4364 81	8166 26	43 62
94	1,000 3358 22	4321 23	98 1568 10	4364 77	8209 88	43 54
95	00 7679 45	4321 28	98 5932 87	4364 72	8253 42	43 46
2,996	1,001 2000 72	4321 32	0,999 0297 60	4364 68	9,997 8296 88	43 36
97	01 6322 04	4321 36	99 4662 28	4364 64	8340 24	43 26
98	02 0643 41	4321 41	99 9026 91	4364 59	8383 50	43 19
99	02 4964 81	4321 45	1,000 3391 50	4364 56	8426 69	43 10
3,000	02 9286 26		00 7756 06		8469 79	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,000	1,002 9286 26	4321 49	1,000 7756 06	4364 51	9,997 8469 79	43 01
3,001	1,003 3607 76	4321 53	1,001 2120 56	4364 46	9,997 8512 80	42 93
02	03 7929 29	4321 58	01 6485 02	4364 42	8555 73	42 84
03	04 2250 87	4321 62	02 0849 44	4364 38	8598 57	42 77
04	04 6572 48	4321 66	02 5213 82	4364 34	8641 34	42 68
05	05 0894 14	4321 70	02 9578 16	4364 29	8684 02	42 58
3,006	1,005 5215 85	4321 74	1,003 3942 45	4364 25	9,997 8726 60	42 51
07	05 9537 59	4321 79	03 8306 70	4364 21	8769 11	42 41
08	06 3859 38	4321 83	04 2670 90	4364 16	8811 52	42 34
09	06 8181 20	4321 87	04 7035 07	4364 12	8853 86	42 26
10	07 2503 07	4321 91	05 1399 19	4364 08	8896 12	42 16
3,011	1,007 6824 99	4321 95	1,005 5763 27	4364 04	9,997 8938 28	42 08
12	08 1146 94	4322 00	06 0127 30	4364 00	8980 36	42 00
13	08 5468 94	4322 04	06 4491 30	4363 95	9022 36	41 92
14	08 9790 97	4322 08	06 8855 25	4363 91	9064 28	41 83
15	09 4113 05	4322 12	07 3219 16	4363 87	9106 11	41 74
3,016	1,009 8435 18	4322 16	1,007 7583 03	4363 83	9,997 9147 85	41 67
17	10 2757 34	4322 21	08 1946 86	4363 78	9189 52	41 58
18	10 7079 54	4322 25	08 6310 64	4363 74	9231 10	41 49
19	11 1401 79	4322 29	09 0674 38	4363 70	9272 59	41 41
20	11 5724 08	4322 33	09 5038 08	4363 66	9314 00	41 33
3,021	1,012 0046 41	4322 37	1,009 9401 74	4363 62	9,997 9355 33	41 25
22	12 4368 78	4322 41	10 3765 36	4363 58	9396 58	41 17
23	12 8691 19	4322 45	10 8128 94	4363 54	9437 75	41 08
24	13 3013 64	4322 49	11 2492 47	4363 50	9478 83	41 00
25	13 7336 14	4322 53	11 6855 97	4363 45	9519 83	40 92
3,026	1,014 1658 67	4322 58	1,012 1219 42	4363 41	9,997 9560 75	40 84
27	14 5981 24	4322 62	12 5582 83	4363 37	9601 59	40 76
28	15 0303 86	4322 66	12 9946 21	4363 33	9642 35	40 67
29	15 4626 52	4322 70	13 4309 54	4363 29	9683 02	40 60
30	15 8949 21	4322 74	13 8672 83	4363 25	9723 62	40 51
3,031	1,016 3271 95	4322 78	1,014 3036 08	4363 21	9,997 9764 13	40 43
32	16 7594 72	4322 82	14 7399 28	4363 17	9804 56	40 35
33	17 1917 54	4322 86	15 1762 45	4363 13	9844 91	40 27
34	17 6240 40	4322 90	15 6125 58	4363 09	9885 18	40 19
35	18 0563 29	4322 94	16 0488 66	4363 04	9925 37	40 11
3,036	1,018 4886 23	4322 98	1,016 4851 71	4363 00	9,997 9965 48	40 03
37	18 9209 20	4323 02	16 9214 71	4362 96	9,998 0005 51	39 94
38	19 3532 22	4323 06	17 3577 67	4362 92	0045 45	39 87
39	19 7855 27	4323 10	17 7940 60	4362 88	0085 32	39 79
40	20 2178 37	4323 14	18 2303 48	4362 85	0125 11	39 71
3,041	1,020 6501 50	4323 18	1,018 6666 33	4362 81	9,998 0164 82	39 63
42	21 0824 68	4323 21	19 1029 13	4362 77	0204 45	39 56
43	21 5147 89	4323 25	19 5391 90	4362 73	0244 01	39 47
44	21 9471 14	4323 29	19 9754 62	4362 69	0283 48	39 39
45	22 3794 44	4323 33	20 4117 31	4362 65	0322 87	30 31
3,046	1,022 8117 77	4323 37	1,020 8479 96	4362 61	9,998 0362 18	39 24
47	23 2441 14	4323 41	21 2842 56	4362 57	0401 42	39 16
48	23 6764 55	4323 45	21 7205 13	4362 53	0440 58	39 09
49	24 1087 99	4323 49	22 1567 66	4362 49	0479 67	39 00
50	24 5411 48		22 5930 15		0518 67	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,050	1,024 5411 48	4323 53	1,022 5930 15	4362 45	9,998 0618 67	38 92
3,051	1,024 9735 01	4323 57	1,023 0292 60	4362 41	9,998 0657 59	38 85
52	25 4058 57	4323 60	23 4655 01	4362 37	0696 44	38 76
53	25 8382 18	4323 64	23 9017 38	4362 33	0635 20	38 70
54	26 2705 82	4323 68	24 3379 72	4362 30	0673 90	38 61
55	26 7029 50	4323 72	24 7742 01	4362 26	0712 51	38 54
3,056	1,027 1353 22	4323 76	1,025 2104 27	4362 22	9,998 0751 05	38 46
57	27 5676 98	4323 80	25 6466 49	4362 18	0789 51	38 38
58	28 0000 78	4323 84	26 0828 67	4362 14	0827 89	38 31
59	28 4324 61	4323 87	26 5190 81	4362 10	0866 20	38 23
60	28 8648 48	4323 91	26 9552 91	4362 06	0904 43	38 15
3,061	,029 2972 39	4323 96	1,027 3914 97	4362 03	9,998 0942 58	38 07
62	29 7296 34	4323 99	27 8276 99	4361 99	0980 65	38 00
63	30 1620 33	4324 02	28 2638 98	4361 95	1018 65	37 93
64	30 5944 35	4324 06	28 7000 93	4361 91	1056 58	37 86
65	31 0268 41	4324 10	29 1362 84	4361 87	1094 43	37 78
3,066	1,031 4592 51	4324 14	1,029 5724 72	4361 84	9,998 1132 21	37 69
67	31 8916 65	4324 18	30 0086 56	4361 80	1169 90	37 62
68	32 3240 83	4324 21	30 4448 36	4361 76	1207 52	37 55
69	32 7565 04	4324 25	30 8810 11	4361 72	1245 07	37 47
70	33 1889 29	4324 29	31 3171 83	4361 68	1282 54	37 40
3,071	1,033 6213 57	4324 32	1,031 7533 51	4361 66	9,998 1319 94	37 32
72	34 0537 90	4324 36	32 1895 16	4361 61	1357 26	37 24
73	34 4862 26	4324 40	32 6256 76	4361 57	1394 50	37 18
74	34 9186 65	4324 43	33 0618 33	4361 53	1431 68	37 10
75	35 3511 09	4324 47	33 4979 87	4361 50	1468 78	37 03
3,076	1,035 7835 56	4324 51	1,033 9341 37	4361 46	9,998 1505 81	36 96
77	36 2160 07	4324 55	34 3702 83	4361 42	1542 76	36 88
78	36 6484 61	4324 58	34 8064 25	4361 39	1579 64	36 81
79	37 0809 19	4324 62	35 2425 64	4361 35	1616 45	36 73
80	37 5133 81	4324 66	35 6786 99	4361 31	1653 18	36 65
3,081	1,037 9458 47	4324 69	1,036 1148 30	4361 28	9,998 1689 83	36 58
82	38 3783 16	4324 73	36 5509 57	4361 24	1726 41	36 51
83	38 8107 89	4324 76	36 9870 81	4361 20	1762 92	36 44
84	39 2432 65	4324 80	37 4232 01	4361 16	1799 36	36 37
85	39 6757 45	4324 84	37 8593 18	4361 13	1835 73	36 29
3,086	1,040 1082 29	4324 87	1,038 2954 30	4361 09	9,998 1872 02	36 22
87	40 5407 16	4324 91	38 7315 40	4361 06	1908 24	36 15
88	40 9732 06	4324 94	39 1676 46	4361 02	1944 39	36 07
89	41 4057 01	4324 98	39 6037 47	4360 98	1980 46	36 01
90	41 8381 99	4325 02	40 0398 46	4360 96	2016 47	35 93
3,091	1,042 2707 00	4325 06	1,040 4759 40	4360 91	9,998 2052 40	35 87
92	42 7032 05	4325 09	40 9120 32	4360 88	2088 27	35 78
93	43 1357 14	4325 12	41 3481 19	4360 84	2124 05	35 72
94	43 5682 26	4325 16	41 7842 03	4360 81	2159 77	35 65
95	44 0007 42	4325 20	42 2202 84	4360 77	2195 42	35 57
3,096	1,044 4332 62	4325 23	1,042 6563 61	4360 73	9,998 2230 99	35 50
97	44 8657 86	4325 27	43 0924 34	4360 70	2266 49	35 44
98	45 2983 11	4325 30	43 5285 04	4360 66	2301 93	35 35
99	45 7308 42	4325 34	43 9645 70	4360 63	2337 28	35 28
3,100	46 1633 76		44 4006 38		2372 56	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,100	1,046 1633 78	4325 37	1,044 4006 32	4360 59	9,998 2372 56	35 22
3,101	1,046 5959 13	4325 41	1,044 8366 91	4360 56	9,998 2407 78	35 16
02	47 0284 53	4325 44	45 2727 47	4360 52	2442 94	35 08
03	47 4609 97	4325 48	45 7087 99	4360 49	2478 02	35 00
04	47 8935 45	4325 51	46 1448 47	4360 45	2513 02	34 94
05	48 3260 96	4325 55	46 5808 92	4360 42	2547 96	34 87
3,106	1,048 7586 51	4325 58	1,047 0169 34	4360 38	9,998 2582 83	34 80
07	49 1912 09	4325 62	47 4529 72	4360 35	2617 63	34 73
08	49 6237 70	4325 65	47 8890 06	4360 31	2652 36	34 66
09	50 0563 35	4325 68	48 3250 37	4360 28	2687 02	34 59
10	50 4889 04	4325 72	48 7610 65	4360 24	2721 61	34 52
3,111	1,050 9214 76	4325 75	1,049 1970 89	4360 21	9,998 2756 13	34 45
12	51 3540 51	4325 79	49 6331 09	4360 17	2790 58	34 39
13	51 7866 29	4325 82	50 0691 26	4360 14	2824 97	34 32
14	52 2192 11	4325 85	50 5051 40	4360 10	2859 29	34 24
15	52 6517 97	4325 89	50 9411 50	4360 07	2893 53	34 18
3,116	1,053 0843 86	4325 92	1,051 3771 57	4360 03	9,998 2927 71	34 11
17	53 5169 78	4325 96	51 8131 60	4360 00	2961 82	34 05
18	53 9495 73	4325 99	52 2491 60	4359 97	2995 87	33 98
19	54 3821 72	4326 03	52 6851 57	4359 93	3029 85	33 90
20	54 8147 75	4326 06	53 1211 50	4359 90	3063 75	33 84
3,121	1,055 2473 81	4326 09	1,053 5571 40	4359 87	9,998 3097 59	33 78
22	55 6799 90	4326 13	53 9931 27	4359 83	3131 37	33 70
23	56 1126 03	4326 16	54 4291 10	4359 80	3165 07	33 64
24	56 5452 19	4326 19	54 8650 90	4359 77	3198 71	33 57
25	56 9778 38	4326 23	55 3010 66	4359 73	3232 28	33 51
3,126	1,057 4104 60	4326 26	1,055 7370 39	4359 70	9,998 3265 79	33 44
27	57 8430 86	4326 29	56 1730 09	4359 66	3299 23	33 36
28	58 2757 16	4326 33	56 6089 75	4359 63	3332 59	33 31
29	58 7083 48	4326 36	57 0449 38	4359 60	3365 90	33 24
30	59 1409 84	4326 39	57 4808 98	4359 56	3399 14	33 17
3,131	1,059 5736 23	4326 42	1,057 9168 54	4359 53	9,998 3432 31	33 11
32	60 0062 66	4326 46	58 3528 07	4359 49	3465 42	33 03
33	60 4389 11	4326 49	58 7887 56	4359 46	3498 45	32 97
34	60 8715 60	4326 52	59 2247 02	4359 43	3531 42	32 90
35	61 3042 12	4326 56	59 6606 44	4359 39	3564 32	32 83
3,136	1,061 7368 68	4326 59	1,060 0965 83	4359 36	9,998 3597 15	32 77
37	62 1695 27	4326 62	60 5325 19	4359 33	3629 92	32 71
38	62 6021 89	4326 66	60 9684 52	4359 29	3662 63	32 63
39	63 0348 55	4326 69	61 4043 81	4359 26	3695 26	32 57
40	63 4675 24	4326 72	61 8403 07	4359 23	3727 83	32 51
3,141	1,063 9001 96	4326 76	1,062 2762 30	4359 20	9,998 3760 34	32 45
42	64 3328 71	4326 78	62 7121 50	4359 17	3792 79	32 38
43	64 7655 49	4326 82	63 1480 66	4359 13	3825 17	32 32
44	65 1982 31	4326 85	63 5839 80	4359 10	3857 49	32 25
45	65 6309 16	4326 88	64 0198 90	4359 07	3889 74	32 19
3,146	1,066 0636 04	4326 91	1,064 4557 97	4359 04	9,998 3921 93	32 12
47	66 4962 96	4326 94	64 8917 00	4359 01	3954 05	32 07
48	66 9289 89	4326 98	65 3276 01	4358 97	3986 12	31 99
49	67 3616 87	4327 01	65 7634 98	4358 94	4018 11	31 93
50	67 7943 88		66 1993 92		4050 04	

k.	log. Cof. *k.*	D.	log. Sin. *k.*	D.	log. Tang. *k.*	D.
3,150	1,067 7943 88	4327 04	1,066 1993 02	4358 91	9,998 4060 04	31 87
3,151	1,068 2270 92	4327 07	1,066 6352 83	4358 88	9,998 4081 91	31 80
52	68 6597 99	4327 10	67 0711 70	4358 85	4113 71	31 75
53	69 0925 09	4327 14	67 5070 55	4358 81	4145 46	31 68
54	69 5252 23	4327 17	67 9429 37	4358 78	4177 14	31 61
55	69 9579 40	4327 20	68 3788 15	4358 75	4208 75	31 55
3,156	1,070 3906 60	4327 23	1,068 8146 90	4358 72	9,998 4240 30	31 49
57	70 8233 82	4327 26	69 2505 61	4358 69	4271 79	31 42
58	71 2561 09	4327 29	69 6864 30	4358 65	4303 21	31 36
59	71 6888 38	4327 32	70 1222 95	4458 62	4334 57	31 30
60	72 1215 70	4327 35	70 5581 57	4358 59	4365 87	31 24
3,161	1,072 5543 05	4327 39	1,070 9940 16	4358 56	9,998 4397 11	31 17
62	72 9870 44	4327 42	71 4298 72	4358 53	4428 28	31 11
63	73 4197 86	4327 45	71 8657 25	4358 50	4459 39	31 06
64	73 8525 30	4327 48	72 3015 75	4358 47	4490 45	30 99
65	74 2852 78	4327 51	72 7374 22	4358 44	4521 44	30 92
3,166	1,074 7180 29	4327 54	1,073 1732 65	4358 41	9,998 4552 36	30 87
67	75 1507 83	4327 57	73 6091 06	4358 37	4583 23	30 80
68	75 5835 40	4327 60	74 0449 43	4358 34	4614 03	30 75
69	76 0163 00	4327 63	74 4807 78	4358 31	4644 78	30 67
70	76 4490 64	4327 66	74 9166 09	4358 28	4675 45	30 62
3,171	1,076 8818 30	4327 69	1,075 3524 37	4358 25	9,998 4706 07	30 56
72	77 3145 99	4327 72	75 7882 62	4358 22	4736 63	30 49
73	77 7473 72	4327 75	76 2240 84	4358 19	4767 12	30 44
74	78 1801 47	4327 78	76 6599 03	4358 16	4797 56	30 37
75	78 6129 26	4327 81	77 0957 18	4358 13	4827 93	30 31
3,176	1,079 0457 07	4327 84	1,077 5315 31	4358 10	9,998 4858 24	30 26
77	79 4784 91	4327 87	77 9673 41	4358 07	4888 50	30 19
78	79 9112 79	4327 90	78 4031 48	4358 04	4918 69	30 14
79	80 3440 69	4327 93	78 8389 52	4358 01	4948 83	30 07
80	80 7768 63	4327 96	79 2747 52	4357 98	4978 90	30 01
3,181	1,081 2096 59	4327 99	1,079 7105 50	4357 95	9,998 5008 91	29 96
82	81 6424 58	4328 02	80 1463 45	4357 92	5038 87	29 89
83	82 0752 61	4328 05	80 5821 36	4357 80	5068 76	29 83
84	82 5080 66	4328 08	81 0179 25	4357 86	5098 59	29 76
85	82 9408 75	4328 11	81 4537 10	4357 83	5128 35	29 72
3,186	1,083 3736 86	4328 14	1,081 8894 93	4357 80	9,998 5158 07	29 66
87	83 8065 00	4328 17	82 3252 73	4357 77	5187 73	29 59
88	84 2393 18	4328 20	82 7610 49	4357 74	5217 32	29 53
89	84 6721 38	4328 23	83 1968 23	4357 71	5246 85	29 47
90	85 1049 61	4328 26	83 6325 93	4357 68	5276 32	29 42
3,191	1,085 5377 87	4328 29	1,084 0683 61	4357 65	9,998 5305 74	29 36
92	85 0706 16	4328 32	84 5041 26	4357 62	5335 10	29 30
93	86 4034 48	4328 35	84 9398 88	4357 59	5364 40	29 24
94	86 8362 83	4328 38	85 3756 47	4357 56	5393 64	29 18
95	87 2691 21	4328 41	85 8114 03	4357 53	5422 82	29 13
3,196	1,087 7019 61	4328 44	1,086 2471 57	4357 50	9,998 5451 95	29 07
97	88 1348 05	4328 46	86 6829 07	4357 48	5481 02	29 02
98	88 5676 51	4328 49	87 1186 55	4357 46	5510 04	28 95
99	89 0005 01	4328 52	87 5543 99	4357 42	5538 99	28 89
3,200	89 4333 53		87 9901 41		5567 88	

k.	log. Cos. *k.*	D.	log. Sin. *k.*	D.	log. Tang. *k.*	D.
3,200	1,089 4333 53	4328 55	1,087 9901 41	4357 39	9,998 5567 88	28 84
3,201	1,089 8662 08	4328 58	1,088 4258 80	4357 36	9,998 5596 72	28 78
02	90 2990 66	4328 61	88 8616 16	4375 33	5625 50	28 72
03	90 7319 27	4328 64	89 2973 49	4357 30	5654 22	28 67
04	91 1647 90	4328 67	89 7330 79	4357 27	5682 89	28 60
05	91 5976 57	4328 70	90 1688 06	4357 24	5711 49	28 54
3,206	1,092 0305 27	4328 72	1,090 6045 30	4357 21	9,998 5740 03	28 49
07	92 4633 99	4328 75	91 0402 51	4357 18	5768 52	28 44
08	92 8962 74	4328 78	91 4759 70	4357 16	5796 96	28 37
09	93 3291 52	4328 81	91 9116 86	4357 13	5825 33	28 32
10	93 7620 33	4328 84	92 3473 98	4357 10	5853 65	28 27
3,211	1,094 1949 16	4328 86	1,092 7831 08	4357 07	9,998 5881 92	28 21
12	94 6278 02	4328 89	93 2188 15	4357 04	5910 13	28 15
13	95 0606 92	4328 92	93 6545 20	4357 02	5938 28	28 10
14	95 4935 83	4328 95	94 0902 21	4356 99	5966 38	28 04
15	95 9264 78	4328 98	94 5259 20	4356 96	5994 42	27 98
3,216	1,096 3593 76	4329 00	1,094 9616 16	4356 93	9,998 6022 40	27 93
17	96 7922 76	4329 03	95 3973 09	4356 90	6050 33	27 87
18	97 2251 79	4329 06	96 8329 99	4356 88	6078 20	27 82
19	97 6580 85	4329 09	96 2686 87	4356 85	6106 02	27 76
20	98 0909 94	4329 12	96 7043 72	4356 82	6133 78	27 71
3,221	1,098 6239 06	4329 14	1,097 1400 54	4356 79	9,998 6161 49	27 64
22	98 9568 20	4329 17	97 5757 33	4356 76	6189 13	27 59
23	99 3897 37	4329 20	98 0114 09	4356 74	6216 72	27 54
24	99 8226 56	4329 23	98 4470 83	4356 71	6244 26	27 48
25	1,100 2555 79	4329 25	98 8827 53	4356 68	6271 74	27 43
3,226	1,100 6885 04	4329 28	1,099 3184 21	4356 65	9,998 6299 17	27 37
27	01 1214 32	4329 31	99 7540 86	4356 63	6326 54	27 32
28	01 5543 63	4329 33	1,100 1897 49	4356 60	6353 86	27 27
29	01 9872 96	4329 36	00 6254 09	4356 57	6381 13	27 21
30	02 4202 32	4329 39	01 0610 66	4356 54	6408 34	27 15
3,231	1,102 8531 71	4329 41	1,101 4967 20	4356 52	9,998 6435 49	27 11
32	03 2861 12	4329 44	01 9323 72	4356 49	6462 60	27 05
33	03 7190 56	4329 47	02 3680 21	4356 46	6489 65	26 99
34	04 1520 03	4329 50	02 8036 67	4356 44	6516 64	26 95
35	04 5849 52	4329 52	03 2393 11	4356 41	6543 59	26 88
3,236	1,106 0179 05	4329 55	1,103 6749 52	4356 38	9,998 6570 47	26 83
37	06 4508 60	4329 58	04 1105 90	4356 36	6597 30	26 79
38	05 8838 17	4329 60	04 5462 26	4356 33	6624 09	26 72
39	06 3167 78	4329 63	04 9818 59	4356 30	6650 81	26 67
40	06 7497 41	4329 66	05 4174 89	4356 27	6677 48	26 61
3,241	1,107 1827 07	4329 68	1,105 8531 16	4356 26	9,998 6704 09	26 57
42	07 6156 75	4329 71	06 2887 41	4356 22	6730 66	26 51
43	08 0486 46	4329 74	06 7243 63	4356 19	6757 17	26 46
44	08 4816 20	4329 76	07 1599 83	4356 17	6783 63	26 40
45	08 9145 96	4329 79	07 5955 99	4356 14	6810 03	26 35
8,246	1,109 3475 76	4329 81	1,108 0312 13	4356 11	9,998 6836 38	26 31
47	09 7805 56	4329 84	08 4668 26	4356 09	6862 69	26 25
48	10 2135 40	4329 87	08 9024 34	4356 06	6868 94	26 19
49	10 6465 27	4329 89	09 3380 40	4356 04	6915 13	26 14
50	11 0796 16		09 7736 43		6941 27	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,250	1,111 0795 16	4329 92	1,109 7736 43	4356 01	9,998 6041 27	26 09
3,251	1,111 5125 08	4329 94	1,110 2092 44	4355 98	9,998 6067 36	26 06
52	11 9455 02	4329 9	10 6448 43	4355 96	6093 41	25 99
53	12 3784 99	4330 00	11 0804 39	4355 93	7019 40	25 93
54	12 8114 99	4330 02	11 5160 32	4355 91	7045 33	25 89
55	13 2445 01	4330 05	11 9516 23	4355 88	7071 22	25 83
3,256	1,113 6775 06	4330 07	1,112 3872 11	4355 86	9,998 7097 06	25 78
57	14 1105 13	4330 10	12 8227 96	4355 83	7122 83	25 73
58	14 5435 23	4330 13	13 2583 79	4355 80	7148 56	25 68
59	14 9765 35	4330 15	13 6939 59	4355 78	7174 24	25 63
60	15 4095 50	4330 18	14 1295 37	4355 75	7199 87	25 57
3,261	1,115 8425 68	4330 20	1,114 5661 12	4355 72	9,998 7225 44	25 53
62	16 2755 88	4330 23	15 0006 85	4355 70	7250 97	25 46
63	16 7086 11	4330 25	15 4362 54	4355 67	72.6 43	25 42
64	17 1416 37	4330 28	15 8718 22	4355 65	7301 85	25 37
65	17 5746 64	4330 30	16 3073 86	4355 62	7327 22	25 32
3,266	1,118 0076 95	4330 33	1,116 7429 49	4355 60	9,998 7352 54	25 28
67	18 4407 27	4330 36	17 1785 09	4355 57	7377 82	25 21
68	18 8737 63	4330 38	17 6140 66	4355 55	7403 03	25 17
69	19 3068 01	4330 40	18 0496 21	4355 52	7428 20	25 12
70	19 7398 41	4330 43	18 4851 73	4355 50	7453 32	25 07
3,271	1,120 1728 84	4330 45	1,118 9207 23	4355 47	9,998 7478 39	25 02
72	20 6059 29	4330 48	19 3562 70	4355 45	7503 41	24 97
73	21 0389 77	4330 50	19 7918 15	4355 42	7528 38	24 92
74	21 4720 27	4330 53	20 2273 57	4355 40	7553 30	24 87
75	21 9050 80	4330 55	20 6628 97	4355 37	7578 17	24 82
3,276	1,122 3381 35	4330 58	1,121 0984 34	4355 35	9,998 7602 99	24 77
77	22 7711 93	4330 60	21 5339 69	4355 32	7627 76	24 72
78	23 2042 53	4330 63	21 9695 01	4355 30	7652 48	24 67
79	23 6373 16	4330 65	22 4050 31	4355 27	7677 15	24 62
80	24 0703 81	4330 68	22 8405 58	4355 25	7701 77	24 57
3,281	1,124 5034 49	4330 70	1,123 2760 83	4355 22	9,998 7726 34	24 52
82	24 9365 19	4330 73	23 7116 05	4355 20	7750 86	24 47
83	25 3695 92	4330 75	24 1471 25	4355 17	7775 33	24 42
84	25 8026 67	4330 77	24 5826 42	4355 15	7799 75	24 38
85	26 2357 44	4330 80	25 0181 57	4355 12	7824 13	24 32
3,286	1,126 6688 24	4330 82	1,125 4536 69	4355 10	9,998 7848 45	24 28
87	27 1019 06	4330 85	25 8891 79	4355 08	7872 73	24 23
88	27 5349 91	4330 87	26 3246 87	4355 05	7896 96	24 18
89	27 9680 78	4330 89	26 7601 92	4355 03	7921 14	24 14
90	28 4011 67	4330 92	27 1956 95	4355 01	7945 28	24 09
3,291	1,128 8342 59	4330 94	1,127 6311 96	4354 98	9,998 7969 37	24 04
92	29 2673 53	4330 97	28 0666 94	4354 96	7993 41	23 99
93	29 7004 50	4330 99	28 5021 90	4354 93	8017 40	23 94
94	30 1335 49	4331 01	28 9376 83	4354 91	8041 34	23 90
95	30 5666 50	4331 04	29 3731 74	4354 89	8065 24	23 84
3,296	1,130 9997 54	4331 06	1,129 8086 62	4354 86	9,998 8089 08	23 80
97	31 4328 60	4331 09	30 2441 48	4354 84	8112 88	23 76
89	31 8659 69	4331 11	30 6796 32	4354 81	8136 63	23 70
99	32 2990 80	4331 14	31 1151 13	4354 79	8160 33	23 66
3,300	32 7321 93		31 5505 92		8183 99	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,300	1,132 7321 93	4331 16	1,131 5505 92	4354 77	9,998 8183 99	23 61
3,301	1,133 1653 09	4331 18	1,131 9860 69	4354 74	9,998 8207 60	23 56
02	33 5984 27	4331 20	32 4215 43	4354 72	8231 16	23 51
03	34 0315 47	4331 23	32 8570 14	4354 69	8254 67	23 47
04	34 4646 70	4331 25	33 2924 84	4354 67	8278 14	23 42
05	34 8977 96	4331 27	33 7279 51	4354 65	8301 56	23 36
3,306	1,135 3309 23	4331 30	1,134 1634 16	4354 62	9,998 8324 92	23 33
07	35 7640 53	4331 32	34 5988 78	4354 60	8348 25	23 28
08	36 1971 85	4331 34	35 0343 38	4354 58	8371 53	23 23
09	36 6303 19	4331 37	35 4697 96	4354 55	8394 76	23 20
10	37 0634 56	4331 39	35 9052 51	4354 53	8417 96	23 14
3,311	1,137 4965 94	4331 41	1,136 3407 04	4354 51	9,998 8441 10	23 09
12	37 9297 36	4331 44	36 7761 55	4354 49	8464 19	23 05
13	38 3628 79	4331 46	37 2116 03	4354 46	8487 24	23 00
14	38 7960 25	4331 48	37 6470 49	4354 44	8510 24	22 96
15	39 2291 73	4331 50	38 0824 93	4354 42	8533 20	22 92
3,316	1,139 6623 23	4331 53	1,138 5179 35	4354 39	9,998 8556 12	22 86
17	40 0954 76	4331 55	38 9533 74	4354 37	8578 98	22 82
18	40 5286 31	4331 57	39 3888 11	4354 35	8601 80	22 77
19	40 9617 89	4331 60	39 8242 46	4354 33	8624 57	22 73
20	41 3949 48	4331 62	40 2596 78	4354 30	8647 30	22 69
3,321	1,141 8281 10	4331 65	1,140 6951 09	4354 28	9,998 8669 99	22 63
22	42 2612 75	4331 66	41 1305 38	4354 26	8692 62	22 59
23	42 6944 41	4331 69	41 5659 62	4354 23	8715 21	22 54
24	43 1276 10	4331 71	42 0013 86	4354 21	8737 75	22 50
25	43 5607 81	4331 73	42 4368 06	4354 19	8760 25	22 46
3,326	1,143 9939 54	4331 75	1,142 8722 25	4354 16	9,998 8782 71	22 41
27	44 4271 30	4331 78	43 3076 41	4354 14	8805 12	22 37
28	44 8603 07	4331 80	43 7430 56	4354 12	8827 49	22 31
29	45 2934 87	4331 82	44 1784 67	4354 10	8849 80	22 28
30	45 7266 69	4331 84	44 6138 77	4354 08	8872 08	22 24
3,331	1,146 1598 53	4331 86	1,145 0492 86	4354 06	9,998 8894 32	22 18
32	46 5930 40	4331 88	45 4846 90	4354 03	8916 50	22 15
33	47 0262 28	4331 91	45 9200 93	4354 01	8938 65	22 10
34	47 4594 19	4331 93	46 3554 94	4353 99	8960 75	22 06
35	47 8926 12	4331 95	46 7908 93	4353 97	8982 81	22 01
3,336	1,148 3258 07	4331 97	1,147 2262 89	4353 94	9,998 9004 82	21 98
37	48 7590 04	4332 00	47 6616 84	4353 92	9026 80	21 92
38	49 1922 04	4332 02	48 0970 76	4353 90	9048 72	21 89
39	49 6254 06	4332 04	48 5324 66	4353 88	9070 61	21 84
40	50 0586 09	4332 06	48 9678 54	4353 86	9092 46	21 79
3,341	1,150 4918 15	4332 08	1,149 4032 39	4353 83	9,998 9114 24	21 75
42	50 9250 24	4332 10	49 8386 23	4353 81	9135 99	21 71
43	51 3582 34	4332 13	50 2740 04	4353 79	9157 70	21 66
44	51 7914 47	4332 15	50 7093 83	4353 77	9179 36	21 62
45	52 2246 62	4332 17	51 1447 60	4353 75	9200 98	21 57
3,346	1,152 6578 79	4332 19	1,151 5801 34	4353 72	9,998 9222 55	21 54
47	53 0910 98	4332 21	52 0155 07	4353 70	9244 09	21 48
48	53 5243 20	4332 23	52 4508 77	4353 68	9265 57	21 45
49	53 9575 43	4332 26	52 8862 46	4353 66	9287 02	21 40
50	54 3907 69		53 3216 11		9308 42	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,350	1,154 3807 69	4332 28	1,153 3216 11	4353 64	9,998 9308 42	21 37
3,351	1,154 8239 96	4332 30	1,153 7569 75	4353 62	9,998 9329 79	21 31
52	55 2572 26	4332 32	54 1923 36	4353 60	9351 10	21 28
53	55 6904 58	4332 34	54 6276 96	4353 57	9372 38	21 23
54	56 1236 92	4332 36	55 0630 53	4353 55	9393 61	21 20
55	56 5569 28	4332 38	55 4984 09	4353 53	9414 81	21 15
3,356	1,156 9901 66	4332 40	1,155 9337 62	4353 51	9,998 9435 96	21 10
57	57 4234 07	4332 42	56 3691 13	4353 49	9457 06	21 07
58	57 8566 49	4332 45	56 8044 62	4353 47	9478 13	21 02
59	58 2898 94	4332 47	57 2398 09	4353 45	9499 15	20 98
60	58 7231 41	4332 49	57 6751 54	4353 43	9520 13	20 95
3,361	1,159 1563 89	4332 51	1,158 1104 97	4353 41	9,998 9541 08	20 90
62	59 5896 40	4332 53	58 5458 38	4353 39	9561 98	20 85
63	60 0228 93	4332 55	58 9811 76	4353 37	9582 83	20 82
64	60 4561 48	4332 57	59 4165 13	4353 34	9603 65	20 77
65	60 8894 05	4332 59	59 8518 47	4353 32	9624 42	20 73
3,366	1,161 3226 65	4332 61	1,160 2871 80	4353 30	9,998 9645 15	20 69
67	61 7559 26	4332 64	60 7225 10	4353 28	9665 84	20 64
68	62 1891 90	4332 66	61 1578 38	4353 26	9686 48	20 61
69	62 6224 55	4332 68	61 5931 64	4353 24	9707 09	20 56
70	63 0557 23	4332 69	62 0284 88	4353 22	9727 65	20 53
3,371	1,163 4889 92	4332 72	1,162 4638 10	4353 20	9,998 9748 18	20 48
72	63 9222 64	4332 74	62 8991 29	4353 18	9768 66	20 44
73	64 3555 37	4332 76	63 3344 47	4353 16	9789 10	20 39
74	64 7888 13	4332 78	63 7697 62	4353 14	9809 49	20 36
75	65 2220 90	4332 80	64 2050 76	4353 12	9829 86	20 32
3,376	1,165 6553 70	4332 82	1,164 6403 88	4353 10	9,998 9850 18	20 27
77	66 0886 52	4332 84	65 0756 97	4353 08	9870 45	20 24
78	66 5219 35	4332 86	65 5110 05	4353 06	9890 69	20 21
79	66 9552 21	4332 88	65 9463 11	4353 04	9910 90	20 16
80	67 3885 08	4332 90	66 3816 14	4353 02	9931 06	20 12
3,381	1,167 8217 98	4332 92	1,166 8169 16	4352 99	9,998 9951 18	20 07
82	68 2550 90	4332 94	67 2522 15	4352 98	9971 25	20 04
83	68 6883 84	4332 96	67 6875 13	4352 96	9991 29	19 99
84	69 1216 80	4332 98	68 1228 08	4352 94	9,999 0011 28	19 97
85	69 5549 77	4333 00	68 5581 02	4352 91	0031 25	19 91
3,386	1,169 9882 77	4333 02	1,168 9933 93	4352 90	9,999 0051 16	19 88
87	70 4215 79	4333 04	69 4286 83	4352 87	0071 04	19 83
88	70 8548 83	4333 06	69 8639 70	4352 86	0090 87	19 80
89	71 2881 89	4333 08	70 2992 56	4352 84	0110 67	19 76
90	71 7214 96	4333 10	70 7345 39	4352 82	0130 43	19 72
3,391	1,172 1548 06	4333 12	1,171 1698 21	4352 80	9,999 0150 15	19 67
92	72 5881 18	4333 14	71 6051 00	4352 78	0169 82	19 64
93	73 0214 32	4333 15	72 0403 78	4352 76	0189 46	19 60
94	73 4547 47	4333 17	72 4756 53	4352 74	0209 06	19 57
95	73 8880 64	4333 19	72 9109 27	4352 72	0228 63	19 52
3,396	1,174 3213 84	4333 21	1,173 3461 99	4352 70	9,999 0248 15	19 49
97	74 7547 06	4333 23	73 7814 69	4352 68	0267 64	19 46
98	75 1880 28	4333 25	74 2167 37	4352 66	0287 09	19 41
99	75 6213 63	4333 27	74 6520 03	4352 64	0306 50	19 37
3,400	76 0546 80		75 0872 67		0325 87	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,400	1,176 0546 80	4333 29	1,175 0872 67	4352 62	9,999 0325 87	19 33
3,401	1,176 4880 09	4333 31	1,175 5225 29	4352 60	9,999 0345 20	19 29
02	76 9213 40	4333 33	75 9577 89	4352 58	0364 49	19 26
03	77 3546 72	4333 35	76 3930 47	4352 56	0383 75	19 21
04	77 7880 07	4333 37	76 8283 03	4352 54	0402 96	19 17
05	78 2213 44	4333 39	77 2635 57	4352 52	0422 13	19 14
3,406	1,178 6546 83	4333 41	1,177 6988 10	4352 51	9,999 0441 27	19 10
07	79 0880 23	4333 43	78 1340 60	4352 49	0460 37	19 06
08	79 5213 66	4333 44	78 5693 09	4352 47	0479 43	19 02
09	79 9547 10	4333 46	79 0045 55	4352 46	0498 45	18 98
10	80 3880 57	4333 48	79 4398 00	4352 43	0517 43	18 95
3,411	1,180 8214 05	4333 50	1,179 8750 43	4352 41	9,999 0536 38	18 91
12	81 2547 55	4333 52	80 3102 84	4352 39	0555 29	18 87
13	81 6881 07	4333 54	80 7455 23	4352 37	0574 16	18 83
14	82 1214 61	4333 56	81 1807 60	4352 35	0592 99	18 80
15	82 5548 17	4333 58	81 6159 96	4352 33	0611 79	18 76
3,416	1,182 9881 74	4333 60	1,182 0512 29	4352 32	9,999 0630 55	18 72
17	83 4215 34	4333 61	82 4864 61	4352 30	0649 27	18 69
18	83 8548 96	4333 63	82 9216 90	4352 28	0667 96	18 64
19	84 2882 59	4333 65	83 3569 18	4352 26	0686 59	18 61
20	84 7216 24	4333 67	83 7921 44	4352 24	0705 20	18 57
3,421	1,185 1549 91	4333 69	1,184 2273 68	4352 22	9,999 0723 77	18 53
22	85 5883 60	4333 71	84 6625 90	4352 20	0742 30	18 49
23	86 0217 31	4333 73	85 0978 10	4352 18	0760 79	18 46
24	86 4551 03	4333 74	85 5330 28	4352 16	0779 25	18 42
25	86 8884 78	4333 76	85 9682 45	4352 15	0797 67	18 38
3,426	1,187 3218 54	4333 78	1,186 4034 59	4352 13	9,999 0816 05	18 35
27	87 7552 32	4333 80	86 8386 72	4352 11	0834 40	18 31
28	88 1886 12	4333 82	87 2738 83	4352 09	0852 71	18 28
29	88 6219 93	4333 83	87 7090 92	4352 07	0870 99	18 24
30	89 0553 77	4333 85	88 1443 00	4352 05	0889 23	18 20
3,431	1,189 4887 62	4333 87	1,188 5795 05	4352 04	9,999 0907 43	18 17
32	89 9221 49	4333 89	89 0147 09	4352 02	0925 60	18 13
33	90 3555 38	4333 91	89 4499 11	4352 00	0943 73	18 10
34	90 7889 28	4333 92	89 8851 11	4351 98	0961 83	18 06
35	91 2223 21	4333 94	90 3203 10	4351 97	0979 89	18 02
3,436	1,191 6557 15	4333 96	1,190 7555 06	4351 95	9,999 0997 91	17 99
37	92 0891 11	4333 98	91 1907 01	4351 93	1015 90	17 95
38	92 5225 09	4334 00	91 6258 94	4351 91	1033 85	17 92
39	92 9559 09	4334 01	92 0610 86	4351 90	1051 77	17 88
40	93 3893 10	4334 03	92 4962 75	4351 88	1069 65	17 85
3,441	1,193 8227 13	4334 05	1,192 9314 63	4351 86	9,999 1087 50	17 80
42	94 2561 18	4334 07	93 3666 48	4351 84	1105 30	17 77
43	94 6895 25	4334 09	93 8018 32	4351 82	1123 07	17 73
44	95 1229 34	4334 11	94 2370 14	4351 80	1140 80	17 70
45	95 5563 45	4334 12	94 6721 95	4351 79	1158 50	17 66
3,446	1,195 9897 57	4334 14	1,195 1073 73	4351 77	9,999 1176 16	17 63
47	96 4231 71	4334 16	95 5425 50	4351 75	1193 79	17 59
48	96 8565 87	4334 18	95 9777 25	4351 73	1211 38	17 56
49	97 2900 04	4334 19	96 4128 98	4351 72	1228 94	17 52
50	97 7234 23		96 8480 69		1246 46	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,450	1,197 7934 23	4334 21	1,196 8480 69	4351 70	9,999 1246 46	17 48
3,451	1,198 1568 44	4334 23	1,197 2832 39	4351 68	9,999 1263 95	17 45
52	98 5902 67	4334 24	97 7184 07	4351 66	1281 40	17 43
53	99 0236 91	4334 26	98 1535 74	4351 65	1298 83	17 38
54	99 4571 17	4334 28	98 5887 38	4351 63	1316 21	17 35
55	99 8905 45	4334 29	99 0239 01	4351 61	1333 56	17 33
3,456	1,200 3239 74	4334 31	1,199 4590 63	4351 60	9,999 1350 89	17 28
57	00 7574 05	4334 33	99 8942 22	4351 58	1368 17	17 25
58	01 1908 38	4334 35	1,200 3293 80	4351 56	1385 42	17 21
59	01 6242 73	4334 36	00 7645 36	4351 54	1402 63	17 19
60	02 0577 09	4334 38	01 1996 91	4351 53	1419 82	17 14
3,461	1,202 4911 47	4334 40	1,201 6348 43	4351 51	9,999 1436 96	17 11
62	02 9245 87	4334 42	02 0699 94	4351 49	1454 07	17 07
63	03 3580 29	4334 43	02 5051 43	4351 47	1471 14	17 04
64	03 7914 72	4334 45	02 9402 90	4351 46	1488 18	17 01
65	04 2249 17	4334 47	03 3754 36	4351 44	1505 19	16 97
3,466	1,204 6583 64	4334 48	1,203 8105 80	4351 42	9,999 1522 16	16 94
67	05 0918 12	4334 50	04 2457 22	4351 41	1539 10	16 91
68	05 5252 62	4334 52	04 6808 63	4351 39	1556 01	16 87
69	05 9587 14	4334 54	05 1160 02	4351 37	1572 88	16 83
70	06 3921 68	4334 55	05 5511 39	4351 36	1589 70	16 81
3,471	1,206 8256 23	4334 57	1,205 9862 75	4351 34	9,999 1606 52	16 77
72	07 2590 80	4334 59	06 4214 09	4351 32	1623 29	16 74
73	07 6925 38	4334 60	06 8565 41	4351 30	1640 03	16 70
74	08 1259 99	4334 62	07 2916 71	4351 29	1656 73	16 67
75	08 5594 60	4334 63	07 7268 00	4351 27	1673 40	16 63
3,476	1,208 9929 24	4334 65	1,208 1619 27	4351 25	9,999 1690 03	16 60
77	09 4263 89	4334 67	08 5970 52	4351 24	1706 63	16 58
78	09 8598 55	4334 68	09 0321 76	4351 22	1723 21	16 53
79	10 2933 24	4334 70	09 4672 98	4351 21	1739 74	16 51
80	10 7267 93	4334 72	09 9024 19	4351 19	1756 25	16 47
3,481	1,211 1602 65	4334 73	1,210 3375 37	4351 17	9,999 1772 72	16 44
82	11 5937 38	4334 75	10 7726 54	4351 15	1789 16	16 40
83	12 0272 14	4334 77	11 2077 69	4351 14	1805 56	16 37
84	12 4606 90	4334 78	11 6428 83	4351 12	1821 93	16 33
85	12 8941 69	4334 80	12 0779 95	4351 11	1838 26	16 31
3,486	1,213 3276 48	4334 82	1,212 5131 06	4351 09	9,999 1854 57	16 27
87	13 7611 30	4334 83	12 9482 14	4351 07	1870 84	16 24
88	14 1946 13	4334 85	13 3833 22	4351 06	1887 08	16 21
89	14 6280 98	4334 86	13 8184 27	4351 04	1903 29	16 18
90	15 0615 84	4334 88	14 2535 32	4351 03	1919 47	16 15
3,491	1,215 4950 72	4334 90	1,214 6886 34	4351 01	9,999 1935 62	16 11
92	15 9285 62	4334 91	15 1237 35	4350 99	1951 73	16 08
93	16 3620 53	4334 93	15 5588 34	4350 98	1967 81	16 05
94	16 7955 46	4334 94	15 9939 32	4350 96	1983 86	16 02
95	17 2290 40	4334 96	16 4290 28	4350 95	1999 88	15 99
3,496	1,217 6625 36	4334 98	1,216 8641 23	4350 93	9,999 2015 87	15 95
97	18 0960 34	4334 99	17 2992 16	4350 91	2031 82	15 92
98	18 5295 33	4335 01	17 7343 07	4350 90	2047 74	15 89
99	18 9630 34	4335 02	18 1693 97	4350 88	2063 63	15 86
3,500	19 3965 36		18 6044 85		2079 49	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,500	1,219 3965 36	4335 04	1,218 6044 85	4350 86	9,999 2079 49	15 82
3,501	1,219 8300 40	4335 06	1,219 0395 71	4350 85	9,999 2095 31	15 79
02	20 2635 46	4335 07	19 4746 56	4350 83	2111 10	15 76
03	20 6970 53	4335 09	19 9097 39	4350 82	2126 86	15 73
04	21 1305 62	4335 10	20 3448 21	4350 80	2142 59	15 70
05	21 5640 72	4335 12	20 7799 01	4350 78	2158 29	15 66
3,506	1,122 9975 86	4335 14	1,221 2149 79	4350 77	9,999 2173 95	15 63
07	22 4310 98	4335 15	21 6500 56	4350 75	2189 58	15 60
08	22 8646 13	4335 17	22 0851 31	4350 74	2205 18	15 58
09	23 2981 29	4335 18	22 5202 05	4350 72	2220 76	15 54
10	23 7316 47	4335 20	22 9552 77	4350 71	2236 30	15 51
3,511	1,224 1651 67	4335 21	1,223 3903 48	4350 69	9,999 2251 81	15 48
12	24 5986 88	4335 23	23 8254 17	4350 68	2267 29	15 46
13	25 0322 11	4335 24	24 2604 85	4350 66	2282 74	15 42
14	25 4657 35	4335 26	24 6955 51	4350 65	2298 16	15 40
15	25 8992 60	4335 27	25 1306 16	4350 63	2313 56	15 36
3,516	1,226 3327 87	4335 29	1,225 5656 79	4350 62	9,999 2328 92	15 33
17	26 7663 16	4335 30	26 0007 41	4350 60	2344 25	15 30
18	27 1998 46	4335 32	26 4358 01	4350 59	2359 55	15 27
19	27 6333 78	4335 33	26 8708 60	4350 57	2374 82	15 24
20	28 0669 11	4335 35	27 3059 17	4350 55	2390 06	15 20
3,521	1,228 5004 46	4335 36	1,227 7409 72	4350 54	9,999 2405 26	15 18
22	28 9339 82	4335 38	28 1760 26	4350 52	2420 44	15 14
23	29 3675 20	4335 39	28 6110 78	4350 51	2435 58	15 11
24	29 8010 60	4335 41	29 0461 29	4350 49	2450 69	15 09
25	30 2346 01	4335 42	29 4811 79	4350 48	2465 78	15 05
3,526	1,230 6681 43	4335 44	1,229 9162 26	4350 46	9,999 2480 83	15 03
27	31 1016 87	4335 45	30 3512 73	4350 45	2495 86	14 99
28	31 5352 32	4335 47	30 7863 17	4350 43	2510 85	14 97
29	31 9687 79	4335 48	31 2213 61	4350 42	2525 82	14 93
30	32 4023 27	4335 50	31 6564 03	4350 40	2540 75	14 91
3,531	1,232 8358 77	4335 51	1,232 0914 43	4350 39	9,999 2555 66	14 87
32	33 2694 28	4335 53	32 5264 82	4350 37	2570 53	14 84
33	33 7029 82	4335 54	32 9615 19	4350 36	2585 37	14 82
34	34 1365 36	4335 56	33 3965 55	4350 34	2600 19	14 78
35	34 5700 92	4335 57	33 8315 89	4350 33	2614 97	14 76
3,536	1,235 0036 49	4335 59	1,234 2666 22	4350 31	9,999 2629 73	14 73
37	35 4372 08	4335 60	34 7016 54	4350 30	2644 46	14 69
38	35 8707 68	4335 62	35 1366 84	4350 28	2659 15	14 66
39	36 3043 30	4335 63	35 5717 12	4350 27	2673 81	14 64
40	36 7378 94	4335 65	36 0067 39	4350 25	2688 45	14 61
3,541	1,237 1714 59	4335 66	1,236 4417 64	4350 24	9,999 2703 06	14 58
42	37 6050 24	4335 68	36 8767 88	4350 23	2717 64	14 56
43	38 0385 92	4335 69	37 3118 11	4350 21	2732 19	14 52
44	38 4721 61	4335 71	37 7468 32	4350 20	2746 71	14 49
45	38 9057 32	4335 72	38 1818 51	4350 19	2761 20	14 46
3,546	1,239 3393 04	4335 74	1,238 6168 70	4350 17	9,999 2775 66	14 43
47	39 7728 77	4335 75	39 0518 86	4350 16	2790 09	14 40
48	40 2064 52	4335 76	39 4869 02	4350 14	2804 49	14 38
49	40 6400 28	4335 78	39 9219 16	4350 12	2818 87	14 34
50	41 0736 06		40 3569 27		2833 21	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,550	1,241 0736 06	4335 79	1,240 3569 27	4350 11	9,999 2833 21	14 32
3,551	1,241 5071 86	4335 81	1,240 7919 38	4350 10	9,999 2847 53	14 29
52	41 9407 66	4335 82	41 2269 48	4350 08	2861 82	14 26
53	42 3743 48	4335 83	41 6619 56	4350 07	2876 08	14 24
54	42 8079 31	4335 85	42 0969 63	4350 05	2890 32	14 21
55	43 2415 16	4335 86	42 5319 68	4350 04	2904 53	14 18
3,556	1,243 6751 02	4335 88	1,242 9669 73	4350 03	9,999 2918 71	14 15
57	44 1086 90	4335 89	43 4019 75	4350 01	2932 86	14 12
58	44 5422 79	4335 90	43 8369 77	4350 00	2946 98	14 09
59	44 9758 69	4335 92	44 2719 76	4349 99	2961 07	14 07
60	45 4094 61	4335 93	44 7069 75	4349 97	2975 14	14 04
3,561	1,245 8430 54	4335 95	1,245 1419 72	4349 95	9,999 2989 18	14 00
62	46 2766 49	4335 96	45 5769 67	4349 94	3003 18	13 98
63	46 7102 45	4335 98	46 0119 61	4349 93	3017 16	13 95
64	47 1438 43	4335 99	46 4469 54	4349 91	3031 11	13 93
65	47 5774 41	4336 00	46 8819 45	4349 90	3045 04	13 89
3,566	1,248 0110 42	4336 02	1,247 3169 35	4349 88	9,999 3058 93	13 87
67	48 4446 43	4336 03	47 7519 23	4349 87	3072 80	13 83
68	48 8782 47	4336 05	48 1869 10	4349 86	3086 63	13 82
69	49 3118 51	4336 06	48 6218 96	4349 84	3100 45	13 78
70	49 7454 57	4336 07	49 0568 80	4349 83	3114 23	13 76
3,571	1,250 1790 64	4336 09	1,249 4918 63	4349 81	9,999 3127 99	13 72
72	50 6126 73	4336 10	49 9268 44	4349 80	3141 71	13 70
73	51 0462 83	4336 11	50 3618 24	4349 79	3155 41	13 68
74	51 4798 94	4336 13	50 7968 03	4349 77	3169 09	13 65
75	51 9135 06	4336 14	51 2317 80	4349 76	3182 74	13 62
3,576	1,252 3471 20	4336 15	1,251 6667 56	4349 75	9,999 3196 36	13 60
77	52 7807 36	4336 16	52 1017 31	4349 74	3209 96	13 58
78	53 2143 52	4336 18	52 5367 05	4349 72	3223 53	13 54
79	53 6479 70	4336 19	52 9716 77	4349 71	3237 07	13 52
80	54 0815 89	4336 21	53 4066 48	4349 69	3250 59	13 48
3,581	1,254 5152 10	4336 22	1,253 8416 17	4349 68	9,999 3264 07	13 46
82	54 9488 32	4336 24	54 2765 85	4349 66	3277 53	13 43
83	55 3824 55	4336 25	54 7115 51	4349 65	3290 96	13 40
84	55 8160 80	4336 26	55 1465 16	4349 64	3304 36	13 38
85	56 2497 06	4336 28	55 5814 80	4349 63	3317 74	13 35
3,586	1,256 6833 34	4336 29	1,256 0164 43	4349 61	9,999 3331 09	13 32
87	57 1169 63	4336 30	56 4514 04	4349 60	3344 41	13 30
88	57 5505 93	4336 32	56 8863 64	4349 59	3357 71	13 27
89	57 9842 25	4336 33	57 3213 22	4349 57	3370 98	13 24
90	58 4178 57	4336 34	57 7562 80	4349 56	3384 22	13 21
3,591	1,258 8514 92	4336 36	1,258 1912 36	4349 55	9,999 3397 43	13 20
92	59 2851 27	4336 37	58 6261 90	4349 53	3410 63	13 16
93	59 7187 64	4336 38	59 0611 43	4349 52	3423 79	13 14
94	60 1524 02	4336 39	59 4960 96	4349 51	3436 93	13 12
95	60 5860 41	4336 41	59 9310 46	4349 49	3450 05	13 09
3,596	1,261 0196 81	4336 42	1,260 3659 96	4349 48	9,999 3463 14	13 07
97	61 4533 23	4336 43	60 8009 44	4349 47	3476 21	13 03
89	61 8869 66	4336 44	61 2358 90	4349 46	3489 24	13 01
99	62 3206 11	4336 46	61 6708 36	4349 44	3502 25	12 99
3,600	62 7542 56		62 1057 80		3515 24	

k.	log. Cos. *k.*	D.	log. Sin. *k.*	D.	log. Tang. *k.*	D.
3,600	1,262 7542 56	4336 47	1,262 1057 80	4349 43	9,999 3515 24	12 95
3,601	1,263 1879 04	4336 49	1,262 5407 23	4349 42	9,999 3528 19	12 93
02	63 6215 52	4336 50	62 9756 64	4349 40	3541 12	12 90
03	64 0552 02	4336 51	63 4106 06	4349 39	3554 02	12 88
04	64 4888 53	4336 52	63 8455 43	4349 38	3566 90	12 86
05	64 9225 06	4336 54	64 2804 81	4349 36	3579 76	12 83
3,606	1,265 3561 59	4336 55	1,264 7154 18	4349 35	9,999 3592 59	12 80
07	65 7898 14	4336 56	65 1503 53	4349 34	3605 39	12 77
08	66 2234 70	4336 58	65 5852 86	4349 33	3618 16	12 75
09	66 6571 28	4336 59	66 0202 19	4349 31	3630 91	12 72
10	67 0907 87	4336 60	66 4551 50	4349 30	3643 63	12 70
3,611	1,267 5244 47	4336 61	1,266 8900 80	4349 29	9,999 3656 33	12 68
12	67 9581 08	4336 63	67 3250 09	4349 28	3669 01	12 66
13	68 3917 71	4336 64	67 7599 37	4349 26	3681 66	12 63
14	68 8254 34	4336 66	68 1948 63	4349 25	3694 29	12 60
15	69 2590 99	4336 66	68 6297 88	4349 24	3706 89	12 57
3,616	1,269 6927 66	4336 67	1,269 0647 11	4349 22	9,999 3719 46	12 54
17	70 1264 33	4336 69	69 4996 33	4349 21	3732 00	12 53
18	70 5601 01	4336 70	69 9345 54	4349 20	3744 53	12 50
19	70 9937 71	4336 71	70 3694 74	4349 18	3757 03	12 48
20	71 4274 42	4336 73	70 8043 93	4349 17	3769 51	12 46
3,621	1,271 8611 14	4336 74	1,271 2393 10	4349 16	9,999 3781 96	12 42
22	72 2947 88	4336 75	71 6742 26	4349 15	3794 38	12 40
23	72 7284 63	4336 76	72 1091 41	4349 14	3806 78	12 37
24	73 1621 40	4336 78	72 5440 55	4349 12	3819 15	12 35
25	73 5958 17	4336 79	72 9789 67	4349 11	3831 50	12 32
3,626	1,274 0294 96	4336 80	1,273 4138 78	4349 10	9,999 3843 82	12 30
27	74 4631 76	4336 81	73 8487 88	4349 09	3856 12	12 28
28	74 8968 57	4336 82	74 2836 97	4349 07	3868 40	12 25
29	75 3305 39	4336 84	74 7186 04	4349 07	3880 65	12 23
30	75 7642 23	4336 85	75 1535 11	4349 06	3892 88	12 20
3,631	1,276 1979 08	4336 86	1,275 5884 16	4349 04	9,999 3905 08	12 18
32	76 6315 94	4336 87	76 0233 20	4349 02	3917 26	12 16
33	77 0652 81	4336 88	76 4582 22	4349 02	3929 42	12 13
34	77 4989 69	4336 90	76 8931 24	4349 00	3941 55	12 10
35	77 9326 59	4336 91	77 3280 24	4348 99	3953 65	12 08
3,636	1,278 3663 50	4336 92	1,277 7629 23	4348 98	9,999 3965 73	12 05
37	78 8000 42	4336 93	78 1978 20	4348 97	3977 78	12 04
38	79 2337 35	4336 94	78 6327 17	4348 96	3989 82	12 01
39	79 6674 29	4336 96	79 0676 12	4348 94	4001 83	11 98
40	80 1011 25	4336 97	79 5025 06	4348 93	4013 81	11 96
3,641	1,280 5348 22	4336 98	1,279 9373 99	4348 92	9,999 4025 77	11 93
42	80 9685 20	4336 99	80 3722 90	4348 90	4037 70	11 91
43	81 4022 19	4337 00	80 8071 80	4348 89	4049 61	11 89
44	81 8359 19	4337 02	81 2420 70	4348 88	4061 50	11 87
45	82 2696 21	4337 03	81 6769 58	4348 87	4073 37	11 84
3,646	1,282 7033 24	4337 04	1,282 1118 45	4348 86	9,999 4085 21	11 82
47	83 1370 28	4337 05	82 5467 30	4348 85	4097 02	11 80
48	83 5707 33	4337 06	82 9816 16	4348 83	4108 82	11 77
49	84 0044 39	4337 08	83 4164 98	4348 82	4120 50	11 76
50	84 4381 47		83 8513 81		4132 34	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,650	1,284 4381 47	4337 09	1,283 8913 81	4348 81	9,999 4132 34	11 72
3,651	1,284 8718 66	4337 10	1,284 2362 62	4348 80	9,999 4144 06	11 70
52	85 3055 66	4337 11	84 7211 42	4348 79	4155 76	11 67
53	85 7392 77	4337 12	85 1560 20	4348 78	4167 43	11 65
54	86 1729 89	4337 13	85 5908 98	4348 77	4179 08	11 63
55	86 6067 03	4337 15	86 0257 74	4348 75	4190 71	11 61
3,656	1,287 0404 17	4337 16	1,286 4606 50	4348 74	9,999 4202 32	11 59
57	87 4741 33	4337 17	86 8955 24	4348 73	4213 91	11 57
58	87 9078 49	4337 18	87 3303 97	4348 72	4225 48	11 54
59	88 3415 67	4337 19	87 7652 69	4448 71	4237 02	11 52
60	88 7752 86	4337 20	88 2001 40	4348 69	4248 54	11 48
3,661	1,289 2090 07	4337 21	1,288 6350 09	4348 68	9,999 4260 02	11 47
62	89 6427 28	4337 23	89 698 77	4348 67	4271 40	11 44
63	90 0764 51	4337 24	89 5047 44	4348 66	4282 93	11 43
64	90 5101 74	4337 25	89 9396 10	4348 65	4294 36	11 40
65	90 9438 99	4337 26	90 3744 75	4348 64	4305 76	11 38
3,666	1,291 3776 25	4337 27	1,290 8093 39	4348 63	9,999 4317 14	11 36
67	91 8113 62	4337 28	91 2442 02	4348 62	4328 50	11 33
68	92 2450 80	4337 29	91 6790 63	4348 60	4339 83	11 31
69	92 6788 10	4337 30	92 1139 24	4348 59	4351 14	11 29
70	93 1125 40	4337 32	92 5487 83	4348 58	4362 43	11 26
3,671	1,293 5462 72	4337 33	1,292 9836 41	4348 57	9,999 4373 69	11 25
72	93 9800 04	4337 34	93 4184 98	4348 56	4384 94	11 22
73	94 4137 38	4337 35	93 8533 54	4348 55	4396 16	11 19
74	94 8474 73	4337 36	94 2882 08	4348 54	4407 35	11 17
75	95 2812 09	4337 37	94 7230 62	4348 52	4418 52	11 15
3,676	1,295 7149 47	4337 39	1,295 1579 14	4348 51	9,999 4429 67	11 13
77	96 1486 86	4337 40	95 5927 66	4348 50	4440 80	11 11
78	96 5824 26	4337 41	96 0276 16	4348 49	4451 91	11 08
79	97 0161 66	4337 42	96 4624 66	4348 48	4462 99	11 06
80	97 4499 07	4337 43	96 8973 12	4348 47	4474 05	11 04
3,681	1,297 8836 50	4337 44	1,297 3321 59	4348 46	9,999 4485 09	11 02
82	98 3173 94	4337 45	97 7670 05	4348 45	4496 11	11 00
83	98 7511 39	4337 46	98 2018 50	4348 44	4507 11	10 97
84	99 1848 86	4337 47	98 6366 93	4348 43	4518 08	10 96
85	99 6186 32	4337 48	99 0715 36	4348 41	4529 03	10 93
3,686	1,300 0523 81	4337 49	1,299 5063 77	4348 40	9,999 4539 96	10 92
87	00 4861 30	4337 50	99 9412 18	4348 39	4550 88	10 89
88	00 9198 80	4337 52	1,300 3760 57	4348 38	4561 77	10 86
89	01 3536 32	4337 53	00 8108 96	4348 37	4572 63	10 84
90	01 7873 85	4337 54	01 2457 32	4348 36	4583 47	10 83
3,691	1,302 2211 38	4337 55	1,301 6805 68	4348 35	9,999 4594 30	10 80
92	02 6548 93	4337 56	02 1154 03	4348 34	4605 10	10 78
93	03 0886 49	4337 57	02 5502 37	4348 33	4615 88	10 75
94	03 5224 06	4337 58	02 9850 69	4348 32	4626 63	10 74
95	03 9561 64	4337 59	03 4199 01	4348 31	4637 37	10 71
3,696	1,304 3899 23	4337 60	1,303 8547 31	4348 29	9,909 4648 08	10 70
97	04 8236 83	4337 61	04 2895 61	4348 28	4658 78	10 67
98	05 2574 44	4337 62	04 7243 89	4348 27	4669 45	10 65
99	05 6912 07	4337 63	05 1592 16	4348 26	4680 10	10 63
3,700	06 1249 70		05 5940 43		4690 73	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,700	1,306 1349 70	4337 64	1,305 5940 43	4348 25	9,999 4690 73	10 61
3,701	1,306 5687 34	4337 65	1,306 0288 68	4348 24	9,999 4701 34	10 58
02	06 9925 00	4337 67	06 4636 92	4348 23	4711 92	10 57
03	07 4262 66	4337 68	06 8985 15	4348 22	4722 49	10 54
04	07 8600 34	4337 69	07 3333 37	4348 21	4733 03	10 53
05	08 2938 02	4337 70	07 7681 58	4348 20	4743 56	10 50
3,706	1,308 7275 72	4337 71	1,308 2029 78	4348 19	9,999 4754 06	10 48
07	09 1613 43	4337 72	08 6377 97	4348 18	4764 54	10 46
08	09 5951 14	4337 73	09 0726 14	4348 17	4775 00	10 44
09	10 0288 87	4337 74	09 5074 31	4348 16	4785 44	10 42
10	10 4626 61	4337 75	09 9422 47	4348 15	4795 86	10 40
3,711	1,310 8964 36	4337 76	1,310 3770 62	4348 14	9,999 4806 26	10 38
12	11 3302 12	4337 77	10 8118 75	4348 13	4816 64	10 35
13	11 7639 89	4337 78	11 2466 88	4348 12	4826 99	10 34
14	12 1977 67	4337 79	11 6815 00	4348 11	4837 33	10 32
15	12 6315 46	4337 80	12 1163 10	4348 10	4847 65	10 29
3,716	1,313 0653 26	4337 81	1,312 5511 20	4348 09	9,999 4857 94	10 27
17	13 4991 07	4337 82	12 9859 28	4348 08	4868 21	10 25
18	13 9328 89	4337 83	13 4207 36	4348 06	4878 46	10 23
19	14 3666 73	4337 84	13 8555 42	4348 05	4888 69	10 21
20	14 8004 57	4337 85	14 2903 47	4348 04	4898 90	10 20
3,721	1,315 2342 42	4337 86	1,314 7251 52	4348 03	9,999 4909 10	10 17
22	15 6680 28	4337 87	15 1599 56	4348 02	4919 27	10 15
23	16 1018 16	4337 88	15 5947 58	4348 01	4929 42	10 13
24	16 5356 04	4337 89	16 0295 59	4348 00	4939 55	10 11
25	16 9693 93	4337 90	16 4643 59	4347 99	4949 66	10 10
3,726	1,317 4031 83	4337 91	1,316 8991 59	4347 98	9,999 4959 76	10 07
27	17 8369 74	4337 92	17 3339 57	4347 97	4969 83	10 05
28	18 2707 67	4337 93	17 7687 55	4347 96	4979 88	10 03
29	18 7045 60	4337 94	18 2035 51	4347 95	4989 91	10 01
30	19 1383 54	4337 95	18 6383 46	4347 94	4999 92	9 99
3,731	1,319 5721 49	4337 96	1,319 0731 40	4347 93	9,999 5009 91	9 97
32	20 0059 45	4337 97	19 5079 34	4347 92	5019 88	9 95
33	20 4397 43	4337 98	19 9427 26	4347 91	5029 83	9 93
34	20 8735 41	4337 99	20 3775 17	4347 90	5039 76	9 92
35	21 3073 40	4338 00	20 8123 08	4347 89	5049 68	9 89
3,736	1,321 7411 40	4338 01	1,321 2470 97	4347 88	9,999 5059 57	9 86
37	22 1749 42	4338 02	21 6818 85	4347 87	5069 43	9 85
38	22 6087 44	4338 03	22 1166 72	4347 86	5079 28	9 83
39	23 0425 47	4338 04	22 5514 58	4347 85	5089 11	9 81
40	23 4763 51	4338 05	22 9862 44	4347 84	5098 92	9 79
3,741	1,323 9101 57	4338 06	1,323 4210 28	4347 83	9,999 5108 71	9 77
42	24 3439 63	4338 07	23 8558 11	4347 82	5118 48	9 76
43	24 7777 70	4338 08	24 2905 94	4347 81	5128 24	9 73
44	25 2115 78	4338 09	24 7253 75	4347 81	5137 97	9 72
45	25 6453 87	4338 10	25 1601 56	4347 80	5147 69	9 69
3,746	1,326 0791 97	4338 11	1,325 5949 35	4347 79	9,999 5157 38	9 68
47	26 5130 08	4338 12	26 0297 14	4347 78	5167 06	9 65
48	26 9468 20	4338 13	26 4644 91	4347 77	5176 71	9 64
49	27 3806 33	4338 14	26 8992 68	4347 76	5186 35	9 61
50	27 8144 47		27 3340 43		5195 96	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,750	1,327 8144 47	4338 15	1,327 3340 43	4347 75	9,999 5196 96	9 60
3,751	1,328 2482 62	4338 16	1,327 7688 18	4347 74	9,999 5205 56	9 59
52	28 6820 77	4338 17	28 2035 92	4347 73	5215 15	9 56
53	29 1158 94	4338 18	28 6383 66	4347 72	5224 71	9 54
54	29 5497 12	4338 19	29 0731 36	4347 71	5234 25	9 52
55	29 9835 30	4338 20	29 5079 07	4347 70	5243 77	9 50
3,756	1,330 4173 50	4338 21	1,329 9426 77	4347 69	9,999 5253 27	9 49
57	30 8511 70	4338 22	30 3774 46	4347 68	5262 76	9 46
58	31 2849 92	4338 22	30 8122 14	4347 67	5272 22	9 45
59	31 7188 14	4338 23	31 2469 81	4347 66	5281 67	9 42
60	32 1526 38	4338 24	31 6817 47	4347 65	5291 09	9 41
3,761	1,332 5864 62	4338 25	1,332 1165 12	4347 64	9,999 5300 50	9 40
62	33 0202 87	4338 26	32 5512 77	4347 63	5309 90	9 37
63	33 4541 13	4338 27	32 9860 40	4347 62	5319 27	9 35
64	33 8879 40	4338 28	33 4208 02	4347 61	5328 62	9 34
65	34 3217 68	4338 29	33 8555 64	4347 61	5337 96	9 31
3,766	1,334 7555 97	4338 30	1,334 2903 24	4347 60	9,999 5347 27	9 30
67	35 1894 27	4338 31	34 7250 84	4347 59	5356 57	9 28
68	35 6232 58	4338 32	35 1598 43	4347 58	5365 85	9 26
69	36 0570 90	4338 33	35 5946 00	4347 57	5375 11	9 24
70	36 4909 22	4338 34	36 0293 57	4347 56	5384 35	9 22
3,771	1,336 9247 56	4338 35	1,336 4641 13	4347 55	9,999 5393 57	9 21
72	37 3585 90	4338 36	36 8988 68	4347 54	5402 78	9 18
73	37 7924 26	4338 36	37 3336 22	4347 53	5411 96	9 17
74	38 2262 62	4338 37	37 7683 75	4347 52	5421 13	9 14
75	38 6601 00	4338 38	38 2031 27	4347 51	5430 27	9 13
3,776	1,339 0939 38	4338 39	1,338 6378 78	4347 50	9,999 5439 40	9 12
77	39 5277 77	4338 40	39 0726 29	4347 49	5448 52	9 09
78	39 9616 17	4338 41	39 5073 78	4347 48	5457 61	9 07
79	40 3954 58	4338 42	39 9421 26	4347 48	5466 68	9 06
80	40 8293 00	4338 43	40 3768 74	4347 47	5475 74	9 03
3,781	1,341 2631 43	4338 44	1,340 8116 20	4347 46	9,999 5484 77	9 02
82	41 6969 87	4338 45	41 2463 66	4347 45	5493 79	9 01
83	42 1308 31	4338 46	41 6811 11	4347 44	5502 80	8 98
84	42 5646 77	4338 46	42 1158 55	4347 43	5511 78	8 97
85	42 9985 23	4338 47	42 5505 98	4347 42	5520 75	8 94
3,786	1,343 4323 71	4338 48	1,342 9853 40	4347 41	9,999 5529 69	8 93
87	43 8662 19	4338 49	43 4200 81	4347 40	5538 62	8 92
88	44 3000 68	4338 50	43 8548 22	4347 40	5547 54	8 90
89	44 7339 18	4338 51	44 2895 61	4347 39	5556 44	8 88
90	45 1677 68	4338 52	44 7243 00	4347 38	5565 32	8 86
3,791	1,345 6016 20	4338 53	1,345 1590 38	4347 37	9,999 5574 18	8 85
92	46 0354 72	4338 53	45 5937 75	4347 36	5583 03	8 82
93	46 4693 26	4338 54	46 0285 11	4347 35	5591 85	8 81
94	46 9031 80	4338 55	46 4632 46	4347 34	5600 66	8 79
95	47 3370 35	4338 56	46 8979 80	4347 33	5609 45	8 77
3,796	1,347 7708 91	4338 57	1,347 3327 13	4347 33	9,999 5618 22	8 76
97	48 2047 48	4338 58	47 7674 46	4347 32	5626 98	8 73
98	48 6386 06	4338 59	48 2021 77	4347 31	5635 71	8 72
99	49 0724 65	4338 60	48 6369 08	4347 30	5644 43	8 70
3,800	49 5063 25		49 0716 38		5653 13	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,800	1,349 5063 26	4338 60	1,349 0716 38	4347 29	9,999 6653 13	8 69
3,801	1,349 9401 85	4338 61	1,349 5063 67	4347 28	9,999 6661 82	8 67
02	50 3740 46	4338 62	49 9410 95	4347 27	5670 49	8 65
03	50 8079 09	4338 63	50 3758 22	4347 26	5679 14	8 63
04	51 2417 72	4338 64	50 8105 49	4347 26	5687 77	8 62
05	51 6756 35	4338 65	51 2452 74	4347 25	5696 39	8 60
3,806	1,352 1095 00	4338 66	1,351 6799 99	4347 24	9,999 5704 99	8 58
07	52 5433 66	4338 66	52 1147 23	4347 23	5713 57	8 57
08	52 9772 32	4338 67	52 5494 46	4347 22	5722 14	8 55
09	53 4110 99	4338 68	52 9841 68	4347 21	5730 69	8 53
10	53 8449 68	4338 69	53 4188 89	4347 20	5739 22	8 51
3,811	1,354 2788 37	4338 70	1,353 8536 09	4347 20	9,999 5747 73	8 50
12	54 7127 06	4338 71	54 2883 29	4347 19	5756 23	8 48
13	55 1465 77	4338 72	54 7230 48	4347 18	5764 71	8 46
14	55 5804 49	4338 73	55 1577 66	4347 17	5773 17	8 44
15	56 0143 21	4338 73	55 5924 82	4347 16	5781 61	8 43
3,816	1,356 4481 94	4338 74	1,356 0271 98	4347 16	9,999 5790 04	8 41
17	56 8820 69	4338 75	56 4619 14	4347 14	5798 45	8 39
18	57 3159 44	4338 76	56 8966 28	4347 14	5806 84	8 38
19	57 7498 20	4338 77	57 3313 41	4347 13	5815 22	8 36
20	58 1836 96	4338 78	57 7660 54	4347 12	5823 58	8 34
3,821	1,358 6175 74	4338 78	1,358 2007 66	4347 11	9,999 5831 92	8 33
22	59 0514 52	4338 79	58 6354 77	4347 10	5840 25	8 31
23	59 4853 31	4338 80	59 0701 87	4347 10	5848 56	8 30
24	59 9192 11	4338 81	59 5048 97	4347 09	5856 86	8 28
25	60 3530 92	4338 82	59 9396 06	4347 08	5865 14	8 26
3,826	1,360 7869 73	4338 82	1,360 3743 13	4347 07	9,999 5873 40	8 24
27	61 2208 56	4338 83	60 8090 20	4347 06	5881 64	8 23
28	61 6547 39	4338 84	61 2437 26	4347 06	5889 87	8 22
29	62 0886 23	4338 85	61 6784 32	4347 05	5898 09	8 20
30	62 5225 08	4338 86	62 1131 36	4347 04	5906 29	8 18
3,831	1,362 9563 93	4338 87	1,362 5478 40	4347 03	9,999 5914 47	8 16
32	63 3902 80	4338 87	62 9825 43	4347 02	5922 63	8 15
33	63 8241 67	4338 88	63 4172 45	4347 01	5930 78	8 13
34	64 2580 55	4338 89	63 8519 46	4347 00	5938 91	8 11
35	64 6919 44	4338 90	64 2866 46	4347 00	5947 02	8 10
3,836	1,365 1258 34	4338 91	1,364 7213 46	4346 99	9,999 5955 12	8 08
37	65 5597 25	4338 92	65 1560 44	4346 98	5963 20	8 06
38	65 9936 16	4338 92	65 5907 42	4346 97	5971 26	8 04
39	66 4275 09	4338 93	66 0254 39	4346 96	5979 30	8 03
40	66 8614 02	4338 94	66 4601 35	4346 96	5987 33	8 02
3,841	1,367 2952 96	4338 95	1,366 8948 31	4346 95	9,999 5995 35	8 00
42	67 7291 90	4338 96	67 3295 26	4346 94	6003 35	7 98
43	68 1630 86	4338 96	67 7642 19	4346 93	6011 33	7 97
44	68 5969 82	4338 97	68 1989 13	4346 92	6019 30	7 96
45	69 0308 79	4338 98	68 6336 05	4346 92	6027 26	7 94
3,846	1,369 4647 77	4338 99	1,369 0682 96	4346 91	9,999 6035 20	7 92
47	69 8986 76	4338 99	69 5029 87	4346 90	6043 12	7 91
48	70 3325 74	4339 00	69 9376 77	4346 89	6051 03	7 89
49	70 7664 75	4339 01	70 3723 66	4346 88	6058 92	7 88
50	71 2003 75		70 8070 55		6066 80	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,850	1,371 2003 75	4339 02	1,370 8070 55	4346 88	9,999 6066 80	7 85
3,851	1,371 6342 77	4339 03	1,371 2417 42	4346 87	9,999 6074 65	7 84
52	72 0681 80	4339 03	71 6764 29	4346 86	6082 49	7 83
53	72 5020 83	4339 04	72 1111 15	4346 86	6090 32	7 82
54	72 9359 87	4339 05	72 5458 01	4346 85	6098 14	7 80
55	73 3698 92	4339 06	72 9804 85	4346 84	6105 94	7 78
3,856	1,373 8037 97	4339 06	1,373 4151 69	4346 83	9,999 6113 72	7 76
57	74 2377 04	4339 07	73 8498 52	4346 82	6121 48	7 75
58	74 6716 11	4339 08	74 2845 34	4346 81	6129 23	7 73
59	75 1055 19	4339 09	74 7192 15	4346 81	6136 96	7 72
60	75 5394 28	4339 10	75 1538 96	4346 80	6144 68	7 70
3,861	1,375 9733 37	4339 10	1,375 5886 75	4346 79	9,999 6152 38	7 68
62	76 4072 48	4330 11	76 0232 54	4346 78	6160 06	7 67
63	76 8411 59	4339 12	76 4579 32	4346 78	6167 73	7 66
64	77 2750 71	4330 13	76 8926 10	4346 77	6175 39	7 65
65	77 7089 83	4339 13	77 3272 87	4346 76	6183 04	7 63
3,866	1,378 1428 96	4339 14	1,377 7619 63	4346 75	9,999 6190 67	7 61
67	78 5768 11	4339 15	78 1966 38	4346 75	6198 28	7 59
68	79 0107 25	4339 16	78 6313 12	4346 74	6205 87	7 58
69	79 4446 41	4339 16	79 0659 86	4346 73	6213 45	7 57
70	79 8785 57	4339 17	79 5006 59	4346 72	6221 02	7 55
3,871	1,380 3124 75	4339 18	1,379 9353 31	4346 72	9,999 6228 57	7 54
72	80 7463 92	4339 19	80 3700 03	4346 71	6236 11	7 52
73	81 1803 11	4339 19	80 8046 73	4346 70	6243 62	7 50
74	81 6142 30	4339 20	81 2393 43	4346 69	6251 13	7 49
75	82 0481 51	4339 21	81 6740 13	4346 68	6258 62	7 48
3,876	1,382 4820 71	4339 22	1,382 1086 81	4346 68	9,999 6266 10	7 46
77	82 9159 93	4339 22	82 5433 49	4346 67	6273 56	7 44
78	83 3499 15	4330 23	82 9780 15	4346 66	6281 00	7 43
79	83 7838 39	4339 24	83 4126 82	4346 65	6288 43	7 42
80	84 2177 62	4339 25	83 8473 47	4346 65	6295 85	7 40
3,881	1,384 6516 87	4339 25	1,384 2820 12	4346 64	9,999 6303 25	7 38
82	85 0856 12	4339 26	84 7166 75	4346 63	6310 63	7 37
83	85 5195 38	4339 27	85 1513 39	4346 63	6318 00	7 36
84	85 9634 65	4339 28	85 5860 01	4346 62	6325 36	7 34
85	86 3873 93	4339 28	86 0206 63	4346 61	6332 70	7 33
3,886	1,386 8213 21	4339 29	1,386 4553 24	4346 60	9,999 6340 03	7 31
87	87 2552 50	4339 30	86 8899 84	4346 60	6347 34	7 30
88	87 6891 80	4339 30	87 3246 44	4346 59	6354 64	7 29
89	88 1231 10	4339 31	87 7593 03	4346 58	6361 93	7 27
90	88 5570 41	4339 32	88 1939 61	4346 57	6369 20	7 25
3,891	1,388 9909 73	4339 33	1,388 6286 18	4346 57	9,999 6376 45	7 24
92	89 4249 06	4339 33	89 0632 75	4346 56	6383 69	7 23
93	89 8588 39	4339 34	89 4979 31	4346 56	6390 92	7 21
94	90 2927 73	4339 35	89 9325 86	4346 55	6398 13	7 19
95	90 7267 08	4339 36	90 3672 40	4346 54	6405 32	7 18
3,896	1,391 1606 44	4339 36	1,390 8018 94	4346 53	9,999 6412 50	7 17
97	91 5945 80	4339 37	91 2365 47	4346 52	6419 67	7 15
98	92 0285 17	4339 38	91 6711 99	4346 52	6426 82	7 14
99	92 4624 56	4339 38	92 1058 51	4346 51	6433 96	7 13
3,900	92 8963 93		92 5405 02		6441 09	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,900	1,392 8963 93	4339 39	1,392 5405 02	4346 50	9,999 6441 09	7 11
3,901	1,393 3303 32	4339 40	1,392 9751 52	4346 49	9,999 6448 20	7 09
02	93 7642 72	4339 41	93 4098 01	4346 49	6455 29	7 09
03	94 1982 12	4339 41	93 8444 50	4346 48	6462 38	7 06
04	94 6321 54	4339 42	94 2790 98	4346 47	6469 44	7 06
05	95 0660 96	4339 43	94 7137 45	4346 47	6476 49	7 04
3,906	1,395 5000 38	4339 43	1,395 1483 91	4346 46	9,999 6483 53	7 03
07	95 9339 81	4339 44	95 5830 37	4346 45	6490 56	7 01
08	96 3679 25	4339 45	96 0176 82	4346 45	6497 57	7 00
09	96 8018 70	4339 46	96 4523 27	4346 44	6504 57	6 98
10	97 2358 16	4339 46	96 8869 71	4346 43	6511 55	6 97
3,911	1,397 6697 62	4339 47	1,397 3216 14	4346 43	9,999 6518 52	6 96
12	98 1037 08	4339 48	97 7562 56	4346 42	6525 48	6 94
13	98 5376 56	4339 48	98 1908 98	4346 41	6532 42	6 93
14	98 9716 04	4339 49	98 6255 39	4346 40	6539 35	6 92
15	99 4055 53	4339 50	99 0601 80	4346 40	6546 27	6 90
3,916	1,399 8395 03	4339 50	1,399 4948 20	4346 39	9,999 6553 17	6 89
17	1,400 2734 53	4339 51	99 9294 59	4346 38	6560 06	6 87
18	00 7074 04	4339 52	1,400 3640 97	4346 38	6566 93	6 86
19	01 1413 56	4339 52	00 7987 35	4346 37	6573 79	6 85
20	01 5753 08	4339 53	01 2333 72	4346 36	6580 64	6 83
3,921	1,402 0092 61	4339 54	1,401 6680 08	4346 35	9,999 6587 47	6 81
22	02 4432 15	4339 54	02 1026 43	4346 35	6594 28	6 81
23	02 8771 69	4339 55	02 5372 78	4346 34	6601 09	6 79
24	03 3111 24	4339 56	02 9719 12	4346 33	6607 88	6 77
25	03 7450 80	4339 56	03 4065 45	4346 33	6614 65	6 77
3,926	1,404 1790 36	4339 57	1,403 8411 78	4346 32	9,999 6621 42	6 75
27	04 6129 93	4339 58	04 2758 10	4346 31	6628 17	6 73
28	05 0469 51	4339 58	04 7104 41	4346 31	6634 90	6 72
29	05 4809 10	4339 59	05 1450 72	4346 30	6641 62	6 71
30	05 9148 69	4339 60	05 5797 02	4346 30	6648 33	6 70
3,931	1,406 3488 29	4339 61	1,406 0143 32	4346 29	9,999 6655 03	6 69
32	06 7827 89	4339 61	06 4489 61	4346 28	6661 72	6 67
33	07 2167 50	4339 62	06 8835 89	4346 28	6668 39	6 65
34	07 6507 12	4339 63	07 3182 16	4346 27	6675 04	6 65
35	08 0846 74	4339 63	07 7528 43	4346 26	6681 69	6 63
3,936	1,408 5186 38	4339 64	1,408 1874 69	4346 26	9,999 6688 32	6 62
37	08 9526 01	4339 64	08 6220 95	4346 25	6694 94	6 60
38	09 3865 66	4339 65	09 0567 20	4346 24	6701 54	6 59
39	09 8205 31	4339 66	09 4913 44	4346 24	6708 13	6 57
40	10 2544 97	4339 66	09 9259 67	4346 23	6714 70	6 57
3,941	1,410 6884 63	4339 67	1,410 3605 90	4346 22	9,999 6721 27	6 55
42	11 1224 30	4339 68	10 7952 12	4346 22	6727 82	6 54
43	11 5563 98	4339 68	11 2298 34	4346 21	6734 36	6 53
44	11 9903 66	4339 69	11 6644 55	4346 20	6740 89	6 51
45	12 4243 35	4339 70	12 0990 75	4346 20	6747 40	6 49
3,946	1,412 8583 05	4339 70	1,412 5336 94	4346 19	9,999 6753 89	6 49
47	13 2922 75	4339 71	12 9683 13	4346 18	6760 33	6 47
48	13 7262 46	4339 72	13 4029 31	4346 18	6766 85	6 47
49	14 1602 17	4339 72	13 8375 49	4346 17	6773 32	6 45
50	14 5941 90		14 2721 66		6779 77	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
3,950	1,414 5941 90	4339 73	1,414 2721 66	4346 16	9,999 6779 77	6 43
3,951	1,415 0281 62	4339 74	1,414 7067 82	4346 16	9,999 6786 20	6 42
52	15 4621 36	4339 74	15 1413 98	4346 15	6792 62	6 41
53	15 8961 10	4339 75	15 5760 13	4346 14	6799 03	6 39
54	16 3300 85	4339 76	16 0106 27	4346 14	6805 42	6 39
55	16 7640 60	4339 76	16 4452 41	4346 13	6811 81	6 37
3,956	1,417 1980 37	4339 77	1,416 8798 54	4346 13	9,999 6818 18	6 36
57	17 6320 13	4339 77	17 3144 67	4346 12	6824 54	6 34
58	18 0659 91	4339 78	17 7490 79	4346 11	6830 88	6 33
59	18 4999 69	4339 79	18 1836 90	4346 11	6837 21	6 31
60	18 9339 48	4339 79	18 6183 00	4346 10	6843 52	6 31
3,961	1,419 3679 27	4339 80	1,419 0529 10	4346 09	9,999 6849 83	6 30
62	19 8019 07	4339 81	19 4875 20	4346 09	6856 13	6 28
63	20 2358 87	4339 81	19 9221 28	4346 08	6862 41	6 27
64	20 6698 68	4339 82	20 3567 36	4346 07	6868 68	6 26
65	21 1038 50	4339 82	20 7913 44	4346 07	6874 94	6 24
3,966	1,421 6378 33	4339 83	1,421 2259 51	4346 06	9,999 6881 18	6 23
67	21 9718 16	4339 84	21 6605 57	4346 06	6887 41	6 22
68	22 4057 99	4339 84	22 0951 62	4346 05	6893 63	6 21
69	22 8397 84	4339 85	22 5297 67	4346 04	6899 84	6 20
70	23 2737 68	4339 86	22 9643 72	4346 04	6906 04	6 18
3,971	1,423 7077 54	4339 86	1,423 3989 75	4346 03	9,999 6912 22	6 16
72	24 1417 40	4339 87	23 8335 78	4346 02	6918 38	6 16
73	24 5757 27	4339 87	24 2681 81	4346 02	6924 54	6 15
74	25 0097 14	4339 88	24 7027 83	4346 01	6930 69	6 13
75	25 4437 02	4339 89	25 1373 84	4346 01	6936 82	6 11
3,976	1,425 8776 91	4339 89	1,425 5719 84	4346 00	9,999 6942 93	6 11
77	26 3116 80	4339 90	26 0065 84	4345 99	6949 04	6 10
78	26 7456 70	4339 90	26 4411 84	4345 99	6955 14	6 08
79	27 1796 60	4339 91	26 8757 82	4345 98	6961 22	6 08
80	27 6136 51	4339 92	27 3103 81	4345 98	6967 30	6 06
3,981	1,428 0476 43	4339 92	1,427 7449 78	4345 97	9,999 6973 36	6 04
82	28 4816 35	4339 93	28 1795 75	4345 96	6979 40	6 04
83	28 9156 28	4339 93	28 6141 72	4345 96	6985 44	6 02
84	29 3496 21	4339 94	29 0487 67	4345 95	6991 46	6 01
85	29 7836 15	4339 95	29 4833 63	4345 95	6997 47	6 00
3,986	1,430 2176 10	4339 95	1,429 9179 57	4345 94	9,999 7003 47	5 99
87	30 6516 05	4339 96	30 3525 51	4345 93	7009 46	5 98
88	31 0856 01	4339 96	30 7871 45	4345 93	7015 44	5 96
89	31 5195 97	4339 97	31 2217 37	4345 92	7021 40	5 95
90	31 9535 94	4339 98	31 6563 30	4345 92	7027 35	5 94
3,991	1,432 3875 92	4339 98	1,432 0909 21	4345 91	9,999 7033 29	5 93
92	32 8215 90	4339 99	32 5255 12	4345 90	7039 22	5 92
93	33 2555 89	4339 99	32 9601 03	4345 90	7045 14	5 90
94	33 6895 88	4340 00	33 3946 92	4345 89	7051 04	5 89
95	34 1235 88	4340 01	33 8292 81	4345 89	7056 93	5 88
3,996	1,434 5575 89	4340 01	1,434 2638 70	4345 88	9,999 7062 81	5 87
97	34 9915 90	4340 02	34 6984 58	4345 87	7068 68	5 86
98	35 4255 92	4340 02	35 1330 45	4345 87	7074 53	5 85
99	35 8595 94	4340 03	35 5676 32	4345 86	7080 38	5 83
4,000	36 2935 97		36 0022 18		7086 21	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,000	1,436 2935 97	4340 04	1,436 0022 18	4345 86	9,999 7086 21	5 82
4,001	1,436 7276 01	4340 04	1,436 4368 04	4345 85	9,999 7092 03	5 81
02	37 1616 05	4340 05	36 8713 89	4345 84	7097 84	5 80
03	37 5956 09	4340 05	37 3059 73	4345 84	7103 64	5 78
04	38 0296 15	4340 06	37 7405 57	4345 83	7109 42	5 78
05	38 4636 20	4340 06	38 1751 40	4345 83	7115 20	5 76
4,006	1,438 8976 27	4340 07	1,438 6097 23	4345 83	9,999 7120 96	5 75
07	39 3316 34	4340 08	39 0443 05	4345 82	7126 71	5 75
08	39 7656 41	4340 08	39 4788 87	4345 81	7132 46	5 73
09	40 1996 49	4340 09	39 9134 68	4345 81	7138 19	5 71
10	40 6336 58	4340 09	40 3480 48	4345 80	7143 90	5 71
4,011	1,441 0676 67	4340 10	1,440 7826 28	4345 79	9,999 7149 61	5 69
12	41 5016 77	4340 10	41 2172 07	4345 79	7155 30	5 69
13	41 9356 87	4340 11	41 6517 86	4345 78	7160 99	5 67
14	42 3696 98	4340 12	42 0863 64	4345 78	7166 66	5 66
15	42 8037 10	4340 12	42 5209 42	4345 77	7172 32	5 65
4,016	1,443 2377 22	4340 13	1,442 9555 19	4345 77	9,999 7177 97	5 64
17	43 6717 35	4340 13	43 3900 96	4345 76	7183 61	5 63
18	44 1057 48	4340 14	43 8246 72	4345 76	7189 24	5 61
19	44 5397 62	4340 14	44 2592 47	4345 75	7194 85	5 61
20	44 9737 76	4340 15	44 6938 22	4345 74	7200 46	5 59
4,021	1,445 4077 91	4340 16	1,445 1283 96	4345 74	9,999 7206 05	5 59
22	45 8418 06	4340 16	45 5629 70	4345 73	7211 64	5 57
23	46 2758 22	4340 17	45 9975 43	4345 73	7217 21	5 55
24	46 7098 39	4340 17	46 4321 15	4345 72	7222 76	5 55
25	47 1438 56	4340 18	46 8666 87	4345 72	7228 31	5 54
4,026	1,447 5778 74	4340 18	1,447 3012 59	4345 71	9,999 7233 85	5 53
27	48 0118 92	4340 19	47 7358 30	4345 70	7239 38	5 51
28	48 4459 11	4340 19	48 1704 00	4345 70	7244 89	5 51
29	48 8799 30	4340 20	48 6049 70	4345 69	7250 40	5 49
30	49 3139 50	4340 20	49 0395 39	4345 69	7255 89	5 49
4,031	1,449 7479 70	4340 21	1,449 4741 08	4345 68	9,999 7261 38	5 47
32	50 1819 91	4340 22	49 9086 76	4345 68	7266 85	5 46
33	50 6160 13	4340 22	50 3432 44	4345 67	7272 31	5 45
34	51 0500 35	4340 23	50 7778 11	4345 67	7277 76	5 43
35	51 4840 58	4340 23	51 2123 77	4345 66	7283 19	5 43
4,036	1,451 9180 81	4340 24	1,451 6469 43	4345 66	9,999 7288 62	5 42
37	52 3521 05	4340 24	52 0815 09	4345 65	7294 04	5 41
38	52 7861 29	4340 25	52 5160 74	4345 64	7299 45	5 39
39	53 2201 54	4340 25	52 9506 38	4345 64	7304 84	5 39
40	53 6541 79	4340 26	53 3852 02	4345 63	7310 23	5 37
4,041	1,454 0882 05	4340 26	1,453 8197 65	4345 63	9,999 7315 60	5 37
42	54 5222 31	4340 27	54 2543 28	4345 62	7320 97	5 35
43	54 9562 58	4340 27	54 6888 90	4345 62	7326 32	5 35
44	55 3902 85	4340 28	55 1234 52	4345 61	7331 67	5 33
45	55 8243 13	4340 28	55 5580 13	4345 61	7337 00	5 33
4,046	1,456 2583 41	4340 29	1,455 9925 74	4345 60	9,999 7342 33	5 31
47	56 6923 70	4340 30	56 4271 34	4345 60	7347 64	5 29
48	57 1264 00	4340 30	56 8616 93	4345 59	7352 93	5 29
49	57 5604 30	4340 31	57 2962 52	4345 59	7358 22	5 28
50	57 9944 61		57 7308 11		7363 50	

k.	log. Cos. *k.*	D.	log. Sin. *k.*	D.	log. Tang. *k.*	D.
4,050	1,457 9944 61	4340 31	1,457 7308 11	4345 58	9,999 7363 50	5 27
4,051	1,458 4284 92	4340 32	1,458 1653 69	4345 58	9,999 7368 77	5 25
52	58 8625 24	4340 32	58 5999 26	4345 57	7374 02	5 25
53	59 2965 56	4340 33	59 0344 83	4345 56	7379 27	5 24
54	59 7305 89	4340 33	59 4690 40	4345 56	7384 51	5 22
55	60 1646 22	4340 34	59 9035 96	4345 55	7389 73	5 22
4,056	1,460 5986 56	4340 34	1,460 3381 51	4345 56	9,999 7394 95	5 21
57	61 0326 90	4340 35	60 7727 06	4345 54	7400 16	5 19
58	61 4667 25	4340 36	61 2072 60	4345 54	7405 35	5 18
59	61 9007 61	4340 36	61 6418 13	4345 53	7410 53	5 17
60	62 3347 97	4340 36	62 0763 67	4345 53	7415 70	5 16
4,061	1,462 7688 33	4340 37	1,462 5109 19	4345 52	9,999 7420 86	5 16
62	63 2028 70	4340 37	62 9454 72	4345 52	7426 02	5 14
63	63 6369 07	4340 38	63 3800 23	4345 51	7431 16	5 13
64	64 0709 45	4340 38	63 8145 74	4345 51	7436 29	5 12
65	64 5049 84	4340 39	64 2491 25	4345 50	7441 41	5 11
4,066	1,464 9390 23	4340 39	1,464 6836 75	4345 50	9,999 7446 52	5 11
67	65 3730 62	4340 40	65 1182 25	4345 49	7451 63	5 09
68	65 8071 02	4340 41	65 5527 74	4345 49	7456 72	5 09
69	66 2411 42	4340 41	65 9873 23	4345 48	7461 81	5 07
70	66 6751 83	4340 42	66 4218 71	4345 48	7466 88	5 06
4,071	1,467 1092 25	4340 42	1,466 8564 19	4345 47	9,999 7471 94	5 05
72	67 5432 67	4340 43	67 2909 66	4345 47	7476 99	5 04
73	67 9773 09	4340 43	67 7255 12	4345 46	7482 03	5 03
74	68 4113 52	4340 44	68 1600 58	4345 46	7487 06	5 02
75	68 8453 96	4340 44	68 5946 04	4345 45	7492 08	5 01
4,076	1,469 2794 40	4340 45	1,469 0291 49	4345 45	9,999 7497 09	5 00
77	69 7134 85	4340 45	69 4636 94	4345 44	7502 09	4 99
78	70 1475 30	4340 46	69 8982 38	4345 44	7507 08	4 98
79	70 5815 76	4340 46	70 3327 81	4345 43	7512 06	4 97
80	71 0156 21	4340 47	70 7673 24	4345 43	7517 03	4 96
4,081	1,471 4496 68	4340 47	1,471 2018 67	4345 42	9,999 7521 99	4 95
82	71 8837 15	4340 48	71 6364 09	4345 42	7526 94	4 94
83	72 3177 62	4340 48	72 0709 50	4345 41	7531 88	4 93
84	72 7518 10	4340 49	72 5054 91	4345 41	7536 81	4 92
85	73 1858 59	4340 49	72 9400 32	4345 40	7541 73	4 91
4,086	1,473 6199 08	4340 50	1,473 3745 72	4345 40	9,999 7546 64	4 91
87	74 0539 57	4340 50	73 8091 12	4345 39	7551 55	4 89
88	74 4880 07	4340 50	74 2436 51	4345 39	7556 44	4 88
89	74 9220 58	4340 51	74 6781 89	4345 38	7561 32	4 88
90	75 3561 08	4340 51	75 1127 28	4345 38	7566 20	4 86
4,091	1,475 7901 60	4340 52	1,475 5472 65	4345 37	9,999 7571 06	4 85
92	76 2242 12	4340 52	75 9818 03	4345 37	7575 91	4 84
93	76 6582 64	4340 53	76 4163 39	4345 36	7580 75	4 84
94	77 0923 17	4340 53	76 8508 76	4345 36	7585 59	4 82
95	77 5263 70	4340 54	77 2854 11	4345 35	7590 41	4 82
4,096	1,477 9604 24	4340 54	1,477 7199 47	4345 35	9,999 7595 23	4 81
97	78 3944 78	4340 55	78 1544 82	4345 34	7600 04	4 79
98	78 8285 33	4340 55	78 5890 16	4345 34	7604 83	4 78
99	79 2625 89	4340 56	79 0235 50	4345 33	7609 61	4 78
4,100	79 6966 44		79 4580 83		7614 39	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,100	1,479 6966 44	4340 56	1,479 4580 83	4346 33	9,999 7614 39	4 76
4,101	1,480 1307 01	4340 57	1,479 8926 16	4345 32	9,999 7619 15	4 76
02	80 5647 57	4340 57	80 3271 49	4345 32	7623 91	4 75
03	80 9988 14	4340 58	80 7616 80	4345 32	7628 66	4 74
04	81 4328 72	4340 58	81 1962 12	4345 31	7633 40	4 73
05	81 8669 30	4340 59	81 6307 43	4345 31	7638 13	4 72
4,106	1,482 3009 89	4340 59	1,482 0652 73	4345 30	9,999 7642 85	4 71
07	82 7350 48	4340 60	82 4998 04	4345 30	7647 56	4 70
08	83 1691 07	4340 60	82 9343 33	4345 29	7652 26	4 69
09	83 6031 67	4340 60	83 3688 62	4345 29	7656 95	4 68
10	84 0372 28	4340 61	83 8033 91	4345 28	7661 63	4 67
4,111	1,484 4712 89	4340 61	1,484 2379 19	4345 28	9,999 7666 30	4 67
12	84 9053 50	4340 62	84 6724 47	4345 27	7670 97	4 65
13	85 3394 12	4340 62	85 1069 74	4345 27	7675 62	4 66
14	85 7734 74	4340 63	85 5415 01	4345 26	7680 27	4 63
15	86 2075 37	4340 63	85 9760 27	4345 26	7684 90	4 63
4,116	1,486 6416 00	4340 64	1,486 4105 53	4345 25	9,999 7689 53	4 61
17	87 0756 64	4340 64	86 8450 78	4345 25	7694 14	4 61
18	87 5097 28	4340 65	87 2796 03	4345 24	7698 75	4 59
19	87 9437 93	4340 65	87 7141 27	4345 24	7703 34	4 59
20	88 3778 58	4340 66	88 1486 51	4345 24	7707 93	4 58
4,121	1,488 8119 24	4340 66	1,488 5831 75	4345 23	9,999 7712 51	4 57
22	89 2459 90	4340 67	89 0176 98	4345 23	7717 08	4 56
23	89 6800 56	4340 67	89 4522 20	4345 22	7721 64	4 55
24	90 1141 23	4340 67	89 8867 43	4345 22	7726 19	4 55
25	90 5481 91	4340 68	90 3212 64	4345 21	7730 74	4 54
4,126	1,490 9822 58	4340 68	1,490 7557 86	4345 21	9,999 7735 28	4 52
27	91 4163 27	4340 69	91 1903 06	4345 20	7739 80	4 52
28	91 8503 96	4340 69	91 6248 27	4345 20	7744 32	4 50
29	92 2844 65	4340 70	92 0593 47	4345 20	7748 82	4 50
30	92 7185 34	4340 70	92 4938 66	4345 19	7753 32	4 49
4,131	1,493 1526 04	4340 71	1,492 9283 85	4345 19	9,999 7757 81	4 48
32	93 5866 75	4340 71	93 3629 04	4345 18	7762 29	4 47
33	94 0207 46	4340 71	93 7974 22	4345 18	7766 76	4 47
34	94 4548 17	4340 72	94 2319 40	4345 17	7771 23	4 45
35	94 8888 89	4340 72	94 6664 57	4345 17	7775 68	4 46
4,136	1,495 3229 61	4340 73	1,495 1009 74	4345 16	9,999 7780 13	4 43
37	95 7570 34	4340 73	95 5354 90	4345 16	7784 56	4 43
38	96 1911 07	4340 74	95 9700 06	4345 15	7788 99	4 41
39	96 6251 81	4340 74	96 4045 21	4345 15	7793 40	4 41
40	97 0592 55	4340 75	96 8390 36	4345 15	7797 81	4 39
4,141	1,497 4933 30	4340 75	1,497 2735 50	4345 14	9,999 7802 20	4 39
42	97 9274 05	4340 75	97 7080 64	4345 14	7806 59	4 39
43	98 3614 80	4340 76	98 1425 78	4345 13	7801 96	4 37
44	98 7955 56	4340 76	98 5770 91	4345 13	7815 35	4 36
45	99 2296 33	4340 77	99 0116 04	4345 12	7819 71	4 36
4,146	1,499 6637 09	4340 77	1,499 4461 16	4345 12	9,999 7824 07	4 35
47	1,500 0977 86	4340 78	99 8806 28	4345 12	7828 42	4 34
48	00 5318 64	4340 78	1,500 3151 40	4345 11	7832 76	4 33
49	00 9659 42	4340 79	00 7496 51	4345 11	7837 09	4 32
50	01 4000 21		01 1841 62		7841 41	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,150	1,501 4000 21	4340 79	1,501 1841 62	4345 10	9,999 7841 41	4 32
4,151	1,501 8340 99	4340 79	1,501 6186 72	4345 10	9,999 7845 73	4 30
52	02 2681 79	4340 80	02 0531 82	4345 09	7850 03	4 29
53	02 7022 59	4340 80	02 4876 91	4345 09	7854 32	4 29
54	03 1363 39	4340 81	02 9222 00	4345 09	7858 61	4 28
55	03 5704 19	4340 81	03 3567 08	4345 08	7862 89	4 27
4,156	1,504 0045 00	4340 81	1,503 7912 16	4345 08	9,999 7867 16	4 26
57	04 4385 82	4340 82	04 2257 24	4345 07	7871 42	4 25
58	04 8726 64	4340 82	04 6602 31	4345 07	7875 67	4 25
59	05 3067 46	4340 83	05 0947 38	4345 06	7879 92	4 23
60	05 7408 29	4340 83	05 5292 44	4345 06	7884 15	4 23
4,161	1,506 1749 12	4340 84	1,505 9637 50	4345 06	9,999 7888 38	4 22
62	06 6089 95	4340 84	06 3982 55	4345 05	7892 60	4 21
63	07 0430 79	4340 84	06 8327 60	4345 05	7896 81	4 21
64	07 4771 63	4340 85	07 2672 65	4345 04	7901 02	4 19
65	07 9112 48	4340 85	07 7017 69	4345 04	7905 21	4 19
4,166	1,508 3453 33	4340 86	1,508 1362 73	4345 03	9,999 7909 40	4 18
67	08 7794 19	4340 86	08 5707 77	4345 03	7913 58	4 17
68	09 2135 05	4340 87	09 0052 80	4345 03	7917 75	4 16
69	09 6475 91	4340 87	09 4397 82	4345 02	7921 91	4 15
70	10 0816 78	4340 87	09 8742 84	4345 02	7926 06	4 14
4,171	1,510 5157 66	4340 88	1,510 3087 86	4345 01	9,999 7930 20	4 14
72	10 9498 53	4340 88	10 7432 87	4345 01	7934 34	4 13
73	11 3839 42	4340 89	11 1777 88	4345 01	7938 47	4 12
74	11 8180 30	4340 89	11 6122 89	4345 00	7942 59	4 11
75	12 2521 19	4340 90	12 0467 89	4345 00	7946 70	4 10
4,176	1,512 6862 09	4340 90	1,512 4812 88	4345 00	9,999 7950 80	4 09
77	13 1202 99	4340 90	12 9157 88	4344 99	7954 89	4 08
78	13 5543 89	4340 91	13 3502 86	4344 98	7958 97	4 08
79	13 9884 80	4340 91	13 7847 85	4344 98	7963 05	4 07
80	14 4225 71	4340 92	14 2192 83	4344 98	7967 12	4 06
4,181	1,514 8566 63	4340 92	1,514 6537 80	4344 97	9,999 7971 18	4 05
82	15 2907 54	4340 92	15 0882 77	4344 97	7975 23	4 05
83	15 7248 47	4340 93	15 5227 74	4344 96	7979 28	4 04
84	16 1589 39	4340 93	15 9572 71	4344 96	7983 32	4 02
85	16 5930 33	4340 94	16 3917 67	4344 96	7987 34	4 02
4,186	1,517 0271 26	4340 94	1,516 8262 62	4344 95	9,999 7991 36	4 01
87	17 4612 20	4340 94	17 2607 57	4344 95	7995 37	4 01
88	17 8953 14	4340 95	17 6952 52	4344 94	7999 38	4 00
89	18 3294 09	4340 95	18 1297 47	4344 94	8003 38	3 99
90	18 7635 04	4340 95	18 5642 41	4344 94	8007 37	3 98
4,191	1,519 1975 99	4340 96	1,518 9987 34	4344 93	9,999 8011 35	3 97
92	19 6316 95	4340 96	19 4332 27	4344 93	8015 32	3 97
93	20 0657 91	4340 97	19 8677 20	4344 92	8019 29	3 96
94	20 4998 88	4340 97	20 3022 13	4344 92	8023 25	3 96
95	20 9339 85	4340 97	20 7367 05	4344 92	8027 20	3 94
4,196	1,521 3680 82	4340 98	1,521 1711 96	4344 91	9,999 8031 14	3 93
97	21 8021 80	4340 98	21 6056 87	4344 91	8035 07	3 93
98	22 2362 78	4340 99	22 0401 78	4344 90	8039 00	3 92
99	22 6703 77	4340 99	22 4746 69	4344 90	8042 92	3 91
4,200	23 1044 76		22 9091 59		8046 83	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,200	1,523 1044 76	4340 99	1,522 9091 59	4344 90	9,999 8046 83	3 90
4,201	1,523 5386 75	4341 00	1,523 3436 48	4344 89	9,999 8050 73	3 90
02	23 9726 75	4341 00	23 7781 38	4344 89	8054 63	3 89
03	24 4067 75	4341 01	24 2126 26	4344 88	8058 51	3 88
04	24 8408 76	4341 01	24 6471 15	4344 88	8062 39	3 87
05	25 2749 77	4341 01	25 0816 03	4344 88	8066 26	3 87
4,206	1,525 7090 78	4341 02	1,525 5160 91	4344 87	9,999 8070 13	3 85
07	26 1431 80	4341 02	25 9505 78	4344 87	8073 98	3 85
08	26 5772 82	4341 03	26 3850 65	4344 87	8077 83	3 84
09	27 0113 85	4341 03	26 8195 51	4344 86	8081 67	3 83
10	27 4454 88	4341 03	27 2540 38	4344 86	8085 50	3 83
4,211	1,527 8795 91	4341 04	1,527 6885 23	4344 85	9,999 8089 33	3 82
12	28 3136 94	4341 04	28 1230 09	4344 85	8093 15	3 81
13	28 7477 98	4341 04	28 5574 94	4344 85	8096 96	3 80
14	29 1819 03	4341 05	28 9919 79	4344 84	8100 76	3 79
15	29 6160 08	4341 05	29 4264 63	4344 84	8104 55	3 79
4,216	1,530 0501 13	4341 06	1,529 8609 47	4344 84	9,999 8108 34	3 78
17	30 4842 18	4341 06	30 2954 30	4344 83	8112 12	3 78
18	30 9183 24	4341 06	30 7299 14	4344 83	8115 90	3 76
19	31 3524 30	4341 07	31 1643 96	4344 82	8119 66	3 76
20	31 7865 37	4341 07	31 5988 79	4344 82	8123 42	3 75
4,221	1,532 2206 44	4341 08	1,532 0333 61	4344 82	9,999 8127 17	3 73
22	32 6547 52	4341 08	32 4678 42	4344 81	8130 90	3 73
23	33 0888 60	4341 08	32 9023 23	4344 81	8134 63	3 73
24	33 5229 68	4341 09	33 3368 04	4344 81	8138 36	3 72
25	33 9570 77	4341 09	33 7712 85	4344 80	8142 08	3 71
4,226	1,534 3911 86	4341 09	1,534 2067 65	4344 80	9,999 8145 79	3 71
27	34 8252 95	4341 10	34 6402 45	4344 79	8149 50	3 69
28	35 2594 05	4341 10	35 0747 24	4344 79	8153 19	3 69
29	35 6935 15	4341 10	35 5092 03	4344 79	8156 88	3 69
30	36 1276 25	4341 11	35 9436 82	4344 78	8160 57	3 67
4,231	1,536 5617 36	4341 11	1,536 3781 60	4344 78	9,999 8164 24	3 67
32	36 9958 47	4341 11	36 8126 38	4344 78	8167 91	3 67
33	37 4299 58	4341 12	37 2471 16	4344 77	8171 58	3 65
34	37 8640 70	4341 12	37 6815 93	4344 77	8175 23	3 65
35	38 2981 82	4341 13	38 1160 70	4344 77	8178 88	3 63
4,236	1,538 7322 96	4341 13	1,538 5505 46	4344 76	9,999 8182 51	3 [illegible]
37	39 1664 08	4341 13	38 9850 22	4344 76	8186 14	3 63
38	39 6005 21	4341 14	39 4194 98	4344 75	8189 77	3 62
39	40 0346 35	4341 14	39 8539 73	4344 75	8193 39	3 61
40	40 4687 48	4341 14	40 2884 48	4344 75	8197 00	3 60
4,241	1,540 9028 63	4341 15	1,540 7229 23	4344 74	9,999 8200 60	3 59
42	41 3369 78	4341 15	41 1573 97	4344 74	8204 19	3 59
43	41 7710 93	4341 16	41 5918 71	4344 74	8207 78	3 58
44	42 2052 08	4341 16	42 0263 44	4344 73	8211 36	3 57
45	42 6393 24	4341 16	42 4608 17	4344 73	8214 93	3 57
4,246	1,543 0734 40	4341 17	1,542 8952 90	4344 73	9,999 8218 50	3 56
47	43 5075 57	4341 17	43 3297 63	4344 72	8222 06	3 55
48	43 9416 74	4341 17	43 7642 35	4344 72	8225 61	3 55
49	44 3757 91	4341 18	44 1987 07	4344 71	8229 16	3 53
50	44 8099 09		44 6331 78		8232 69	

k.	log. Cos. *k.*	D.	log. Sin. *k.*	D.	log. Tang. *k.*	D.
4,250	1,544 8099 09	4341 18	1,544 6331 78	4344 71	9,999 8232 60	3 53
4,251	1,545 2440 26	4341 18	1,545 0676 49	4344 71	9,999 8236 22	3 63
52	45 6781 46	4341 19	45 5021 20	4344 70	8239 75	3 52
53	46 1122 63	4341 19	45 9365 90	4344 70	8243 27	3 51
54	46 5463 82	4341 19	46 3710 60	4344 70	8246 78	3 50
55	46 9806 02	4341 20	46 8065 30	4344 69	8250 28	3 50
4,256	1,547 4146 21	4341 20	1,547 2399 99	4344 69	9,999 8253 78	3 49
57	47 8487 42	4341 21	47 6744 68	4344 69	8257 27	3 48
58	48 2828 62	4341 21	48 1089 37	4344 68	8260 75	3 47
59	48 7169 83	4341 21	48 5434 05	4344 68	8264 22	3 47
60	49 1511 04	4341 22	48 9778 73	4344 68	8267 69	3 46
4,261	1,549 5852 26	4341 22	1,549 4123 41	4344 67	9,999 8271 15	3 46
62	50 0193 47	4341 22	49 8468 08	4344 67	8274 61	3 45
63	50 4534 69	4341 23	50 2812 75	4344 67	8278 06	3 44
64	50 8875 92	4341 23	50 7157 42	4344 66	8281 50	3 43
65	51 3217 16	4341 23	51 1502 08	4344 66	8284 93	3 43
4,266	1,551 7558 38	4341 24	1,551 5846 74	4344 66	9,999 8288 36	3 42
67	52 1899 61	4341 24	52 0191 39	4344 65	8291 78	3 41
68	52 6240 85	4341 24	52 4536 04	4344 65	8296 19	3 41
69	53 0582 10	4341 25	52 8880 69	4344 65	8298 60	3 40
70	53 4923 34	4341 25	53 3225 34	4344 64	8302 00	3 39
4,271	1,553 9264 59	4341 25	1,553 7569 98	4344 64	9,999 8305 39	3 39
72	54 3605 84	4341 26	54 1914 62	4344 63	8308 78	3 37
73	54 7947 10	4341 26	54 6259 25	4344 63	8312 15	3 37
74	55 2288 36	4341 26	55 0603 88	4344 63	8315 52	3 37
75	55 6629 62	4341 27	55 4948 51	4344 63	8318 89	3 36
4,276	1,556 0970 89	4341 27	1,555 9293 13	4344 62	9,999 8322 25	3 36
77	56 5312 15	4341 27	56 3637 75	4344 62	8325 60	3 35
78	56 9653 43	4341 28	56 7982 37	4344 61	8328 95	3 34
79	57 3994 70	4341 28	57 2326 99	4344 61	8332 29	3 33
80	57 8335 98	4341 28	57 6671 60	4344 61	8335 62	3 32
4,281	1,558 2677 26	4341 29	1,558 1016 20	4344 60	9,999 8338 94	3 32
82	58 7018 55	4341 29	58 5360 81	4344 60	8342 26	3 31
83	59 1359 84	4341 29	58 9705 41	4344 60	8345 57	3 31
84	59 5701 13	4341 30	59 4050 01	4344 59	8348 88	3 29
85	60 0042 43	4341 30	59 8394 60	4344 59	8352 17	3 29
4,286	1,560 4383 73	4341 30	1,560 2739 19	4344 59	9,999 8355 46	3 29
87	60 8725 03	4341 31	60 7083 78	4344 59	8358 75	3 29
88	61 3066 33	4341 31	61 1428 37	4344 58	8362 04	3 27
89	61 7407 64	4341 31	61 5772 95	4344 58	8365 31	3 26
90	62 1748 95	4341 32	62 0117 52	4344 58	8368 57	3 26
4,291	1,562 6090 27	4341 32	1,562 4462 10	4344 57	9,999 8371 83	3 25
92	63 0431 59	4341 32	62 8806 67	4344 57	8375 08	3 25
93	63 4772 91	4341 33	63 3151 24	4344 57	8378 33	3 24
94	63 9114 23	4341 33	63 7496 80	4344 56	8381 57	3 24
95	64 3455 56	4341 33	64 1840 37	4344 56	8384 81	3 23
4,296	1,564 7796 89	4341 34	1,564 6184 93	4344 56	9,999 8388 04	3 21
97	65 2138 23	4341 34	65 0529 48	4344 55	8391 25	3 21
98	65 6479 57	4341 34	65 4874 03	4344 55	8394 46	3 21
99	66 0820 91	4341 35	65 9218 58	4344 55	8397 67	3 21
4,300	66 5162 25		66 3563 13		8400 88	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,300	1,566 5162 25	4341 35	1,566 3563 13	4344 54	9,999 8400 88	3 19
4,301	1,566 9603 60	4341 35	1,566 7907 67	4344 54	9,999 8404 07	3 19
02	67 3844 95	4341 35	67 2252 21	4344 54	8407 26	3 19
03	67 8186 30	4341 36	67 6596 75	4344 53	8410 45	3 18
04	68 2527 66	4341 36	68 0941 29	4344 53	8413 63	3 17
05	68 6869 02	4341 36	68 5286 82	4344 53	8416 80	3 16
4,306	1,569 1210 38	4341 37	1,568 9630 34	4344 52	9,999 8419 96	3 16
07	69 5551 75	4341 37	69 3974 87	4344 52	8423 12	3 15
08	69 9893 12	4341 37	69 8319 39	4344 52	8426 27	3 14
09	70 4234 49	4341 38	70 2663 90	4344 51	8429 41	3 14
10	70 8575 87	4341 38	70 7008 42	4344 51	8432 55	3 13
4,311	1,571 2917 25	4341 38	1,571 1352 93	4344 51	9,999 8435 68	3 13
12	71 7258 63	4341 39	71 5697 44	4344 50	8438 81	3 12
13	72 1600 01	4341 39	72 0041 94	4344 50	8441 93	3 11
14	72 5941 40	4341 39	72 4386 44	4344 50	8445 04	3 11
15	73 0282 79	4341 40	72 8730 94	4344 50	8448 15	3 10
4,316	1,573 4624 19	4341 40	1,573 9075 44	4344 49	9,999 8451 25	3 09
17	73 8965 59	4341 40	73 7419 93	4344 49	8454 34	3 09
18	74 3306 99	4341 41	74 1764 42	4344 49	8457 43	3 08
19	74 7648 40	4341 41	74 6108 90	4344 48	8460 51	3 07
20	75 1989 80	4341 41	75 0453 38	4344 48	8463 58	3 07
4,321	1,575 6331 22	4341 41	1,575 4797 86	4344 48	9,999 8466 65	3 06
22	76 0672 63	4341 42	75 9142 34	4344 47	8469 71	3 06
23	76 5014 05	4341 42	76 3486 82	4344 47	8472 77	3 05
24	76 9355 47	4341 42	76 7831 29	4344 47	8475 82	3 04
25	77 3696 89	4341 43	77 2175 76	4344 47	8478 86	3 04
4,326	1,577 8038 32	4341 43	1,577 6520 22	4344 46	9,999 8481 90	3 03
27	78 2379 75	4341-43	78 0864 68	4344 46	8484 93	3 03
28	78 6721 18	4341 44	78 5209 14	4344 46	8487 96	3 02
29	79 1062 61	4341 44	78 9553 60	4344 45	8490 99	3 01
30	79 5404 05	4341 44	79 3898 06	4344 45	8494 00	3 01
4,331	1,579 9745 49	4341 44	1,579 8242 50	4344 45	9,999 8497 01	3 01
32	80 4086 93	4341 45	80 2586 96	4344 44	8500 02	2 99
33	80 8428 38	4341 45	80 6931 39	4344 44	8503 01	2 99
34	81 2769 83	4341 45	81 1275 83	4344 44	8506 00	2 99
35	81 7111 28	4341 46	81 5620 27	4344 43	8508 99	2 98
4,336	1,582 1452 74	4341 46	1,581 9964 70	4344 43	9,999 8511 97	2 97
37	82 5794 19	4341 46	82 4309 13	4344 43	8514 94	2 97
38	83 0135 65	4341 46	82 8653 56	4344 43	8517 91	2 96
39	83 4477 12	4341 47	83 2997 99	4344 42	8520 87	2 96
40	83 8818 59	4341 47	83 7342 41	4344 42	8523 83	2 96
4,341	1,584 3160 05	4341 47	1,584 1686 83	4344 42	9,999 8526 78	2 94
42	84 7501 53	4341 48	84 6031 24	4344 41	8529 72	2 93
43	85 1843 01	4341 48	85 0375 66	4344 41	8532 65	2 93
44	85 6184 49	4341 48	85 4720 07	4344 41	8535 58	2 93
45	86 0525 97	4341 49	85 9064 47	4344 41	8538 51	2 92
4,346	1,586 4867 46	4341 49	1,586 3408 88	4344 40	9,999 8541 43	2 91
47	86 9208 94	4341 49	86 7753 28	4344 40	8544 34	2 90
48	87 3550 44	4341 50	87 2097 68	4344 40	8547 24	2 90
49	87 7891 93	4341 50	87 6442 07	4344 39	8550 14	2 90
50	88 2233 43		88 0786 47		8553 04	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,350	1,588 2233 43	4341 50	1,588 0786 47	4344 39	9,999 8553 04	2 89
4,351	1,588 6574 93	4341 50	1,588 5130 86	4344 39	9,999 8555 93	2 89
52	89 0916 43	4341 51	88 9475 25	4344 39	8558 82	2 87
53	89 5257 94	4341 51	89 3819 63	4344 38	8561 69	2 87
54	89 9599 45	4341 51	89 8164 01	4344 38	8564 56	2 87
55	90 3940 96	4341 51	90 2508 39	4344 38	8567 43	2 87
4,356	1,590 8282 47	4341 52	1,590 6852 77	4344 37	9,999 8570 30	2 86
57	91 2623 99	4341 52	91 1197 14	4344 37	8573 16	2 85
58	91 6965 51	4341 52	91 5541 51	4344 37	8576 01	2 85
59	92 1307 02	4341 52	91 9885 88	4344 37	8578 86	2 84
60	92 5648 55	4341 53	92 4230 25	4344 36	8581 70	2 84
4,361	1,592 9990 07	4341 53	1,592 8574 61	4344 36	9,999 8584 54	2 83
62	93 4331 60	4341 53	93 2918 97	4344 36	8587 37	2 82
63	93 8673 14	4341 54	93 7263 32	4344 35	8590 19	2 82
64	94 3014 67	4341 54	94 1607 68	4344 35	8593 01	2 81
65	94 7356 21	4341 54	94 5952 03	4344 35	8595 82	2 80
4,366	1,595 1697 76	4341 55	1,595 0296 37	4344 35	9,999 8598 62	2 80
67	95 6039 30	4341 55	95 4640 72	4344 34	8601 42	2 79
68	96 0380 85	4341 55	95 8985 06	4344 34	8604 21	2 79
69	96 4722 40	4341 55	96 3329 40	4344 34	8607 00	2 79
70	96 9063 95	4341 56	96 7673 74	4344 33	8609 79	2 77
4,371	1,597 3405 51	4341 56	1,597 2018 07	4344 33	9,999 8612 56	2 77
72	97 7747 07	4341 56	97 6362 40	4344 33	8615 33	2 77
73	98 2088 63	4341 56	98 0706 73	4344 33	8618 10	2 77
74	98 6430 19	4341 57	98 5051 06	4344 32	8620 87	2 75
75	99 0771 76	4341 57	98 9395 38	4344 32	8623 62	2 75
4,376	1,599 5113 33	4341 57	1,599 3739 70	4344 32	9,999 8626 37	2 75
77	99 9454 90	4341 58	99 8084 02	4344 32	8629 12	2 74
78	1,600 3796 48	4341 58	1,600 2428 33	4344 31	8631 86	2 73
79	00 8138 06	4341 58	00 6772 65	4344 31	8634 59	2 73
80	01 2479 64	4341 58	01 1116 96	4344 31	8637 32	2 72
4,381	1,601 6821 22	4341 59	1,601 5461 26	4344 30	9,999 8640 04	2 72
82	02 1162 81	4341 59	01 9805 57	4344 30	8642 76	2 71
83	02 5504 40	4341 59	02 4149 87	4344 30	8645 47	2 70
84	02 9845 99	4341 60	02 8494 16	4344 30	8648 17	2 70
85	03 4187 59	4341 60	03 2838 46	4344 29	8650 87	2 70
4,386	1,603 8529 18	4341 60	1,603 7182 75	4344 29	9,999 8653 57	2 69
87	04 2870 78	4341 60	04 1527 04	4344 29	8656 26	2 68
88	04 7212 39	4341 61	04 5871 33	4344 28	8658 94	2 68
89	05 1553 99	4341 61	05 0215 61	4344 28	8661 62	2 67
90	05 5895 60	4341 61	05 4559 89	4344 28	8664 29	2 67
4,391	1,606 0237 21	4341 61	1,605 8904 17	4344 28	9,999 8666 96	2 67
92	06 4578 83	4341 62	06 3248 45	4344 28	8669 63	2 66
93	06 8920 44	4341 62	06 7592 73	4344 27	8672 29	2 65
94	07 3262 06	4341 62	07 1937 00	4344 27	8674 94	2 65
95	07 7603 68	4341 62	07 6281 27	4344 27	8677 59	2 64
4,396	1,608 1945 30	4341 63	1,608 0625 53	4344 26	9,999 8680 23	2 64
97	08 6286 93	4341 63	08 4969 80	4344 26	8682 87	2 63
98	09 0628 56	4341 63	08 9314 06	4344 26	8685 50	2 63
99	09 4970 19	4341 63	09 3658 32	4344 26	8688 13	2 62
4,400	09 9311 82		09 8002 57		8690 75	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,400	1,609 9311 82	4341 64	1,609 8002 57	4344 25	9,999 8690 75	2 62
4,401	1,610 3653 46	4341 64	1,610 2346 83	4344 25	9,999 8693 37	2 61
02	10 7995 10	4341 64	10 6691 08	4344 24	8695 98	2 60
03	11 2336 74	4341 65	11 1035 32	4344 25	8698 58	2 59
04	11 6678 39	4341 65	11 5379 57	4344 24	8701 18	2 59
05	12 1020 04	4341 65	11 9723 81	4344 24	8703 77	2 59
4,406	1,612 5361 69	4341 65	1,612 4068 05	4344 24	9,999 8706 36	2 59
07	12 9703 34	4341 66	12 8412 29	4344 23	8708 95	2 58
08	13 4044 99	4341 66	13 2756 52	4344 23	8711 53	2 57
09	13 8386 65	4341 66	13 7100 75	4344 23	8714 10	2 57
10	14 2728 31	4341 67	14 1444 98	4344 23	8716 67	2 56
4,411	1,614 7069 98	4341 66	1,614 5789 21	4344 23	9,999 8719 23	2 57
12	15 1411 64	4341 67	15 0133 44	4344 22	8721 80	2 55
13	15 5753 31	4341 67	15 4477 66	4344 22	8724 35	2 55
14	16 1094 98	4341 67	15 8821 88	4344 21	8726 90	2 54
15	16 5436 65	4341 68	16 3166 09	4344 22	8729 44	2 54
4,416	1,616 9778 33	4341 68	1,616 7510 31	4344 21	9,999 8731 98	2 53
17	17 3120 01	4341 68	17 1854 52	4344 21	8734 51	2 53
18	17 7461 69	4341 68	17 6198 73	4344 21	8737 04	2 53
19	18 1803 37	4341 69	18 0642 94	4344 20	8739 57	2 51
20	18 6145 06	4341 69	18 4887 14	4344 20	8742 08	2 52
4,421	1,619 0486 74	4341 69	1,618 9231 34	4344 20	9,999 8744 60	2 50
22	19 4828 44	4341 69	19 3575 54	4344 20	8747 10	2 50
23	19 9170 13	4341 70	19 7919 74	4344 19	8749 61	2 49
24	20 3511 83	4341 70	20 2263 93	4344 19	8752 10	2 50
25	20 7853 52	4341 70	20 6608 12	4344 19	8754 60	2 48
4,426	1,621 2195 23	4341 70	1,621 0952 31	4344 19	9,999 8757 08	2 49
27	21 6536 93	4341 71	21 5296 50	4344 18	8759 57	2 47
28	22 0878 64	4341 71	21 9640 68	4344 18	8762 04	2 48
29	22 5220 34	4341 71	22 3984 86	4344 18	8764 52	2 47
30	22 9562 05	4341 71	22 8329 04	4344 18	8766 99	2 47
4,431	1,623 3903 77	4341 72	1,623 2673 22	4344 18	9,999 8769 45	2 47
32	23 8245 48	4341 72	23 7017 40	4344 17	8771 92	2 45
33	24 2587 20	4341 72	24 1361 57	4344 17	8774 37	2 45
34	24 6928 92	4341 72	24 5705 74	4344 16	8776 82	2 44
35	25 1270 64	4341 73	25 0049 90	4344 17	8779 26	2 44
4,436	1,625 5612 37	4341 73	1,625 4394 07	4344 16	9,999 8781 70	2 43
37	25 9954 10	4341 73	25 8738 23	4344 16	8784 13	2 43
38	26 4295 83	4341 73	26 3082 39	4344 16	8786 56	2 43
39	26 8637 56	4341 74	26 7426 55	4344 16	8788 99	2 42
40	27 2979 29	4341 74	27 1770 70	4344 16	8791 41	2 42
4,441	1,627 7321 03	4341 74	1,627 6114 86	4344 15	9,999 8793 83	2 41
42	28 1662 77	4341 74	28 0459 01	4344 14	8796 24	2 40
43	28 6004 51	4341 74	28 4803 15	4344 15	8798 64	2 40
44	29 0346 26	4341 75	28 9147 30	4344 14	8801 04	2 39
45	29 4688 01	4341 75	29 3491 44	4344 14	8803 43	2 40
4,446	1,629 9029 75	4341 75	1,629 7835 58	4344 14	9,999 8805 83	2 38
47	30 3371 51	4341 75	30 2179 72	4344 14	8808 21	2 39
48	30 7713 26	4341 76	30 6523 86	4344 13	8810 60	2 37
49	31 2055 02	4341 76	31 0867 99	4344 13	8812 97	2 37
50	31 6396 78		31 5212 12		8815 34	

k.	log. Cos. *k.*	D.	log. Sin. *k.*	D.	log. Tang. *k.*	D.
4,450	1,631 6396 78	4341 76	1,631 5212 12	4344 13	9,999 8816 34	2 37
4,451	1,632 0738 54	4341 76	1,631 9656 25	4344 13	9,999 8817 71	2 37
52	32 5080 30	4341 77	32 3900 38	4344 12	8820 08	2 35
53	32 9422 07	4341 77	32 8244 50	4344 12	8822 43	2 35
54	33 3763 84	4341 77	33 2588 62	4344 12	8824 78	2 35
55	33 8105 [illegible]	4341 77	33 6932 74	4344 12	8827 13	2 35
4,456	1,634 2447 38	4341 78	1,634 1276 86	4344 11	9,999 8829 48	2 33
57	34 6789 16	4341 78	34 5620 97	4344 11	8831 81	2 34
58	35 1130 93	4341 78	34 9966 08	4344 11	8834 15	2 34
59	35 5472 72	4341 78	35 4309 19	4344 11	8836 47	2 32
60	53 9814 50	4341 79	35 8653 30	4344 10	8838 80	2 33
4,461	1,636 4156 28	4341 79	1,636 2997 40	4344 10	9,999 8841 12	2 31
62	36 8498 07	4341 79	36 7341 50	4344 10	8843 43	2 31
63	37 2839 86	4341 79	37 1685 60	4344 10	8845 74	2 31
64	37 7181 65	4341 79	37 6029 70	4344 10	8848 05	2 30
65	38 1523 45	4341 80	38 0373 80	4344 10	8850 35	2 29
4,466	1,638 5865 25	4341 80	1,638 4717 89	4344 09	9,999 8822 64	2 30
67	39 0207 04	4341 80	38 9061 98	4344 09	8854 94	2 28
68	39 4548 85	4341 80	39 3406 07	4344 09	8857 22	2 29
69	39 8890 65	4341 81	39 7750 16	4344 08	8859 51	2 28
70	40 3232 45	4341 81	40 2094 24	4344 08	8861 79	2 27
4,471	1,640 7574 26	4341 81	1,640 6438 32	4344 08	9,999 8864 06	2 27
72	41 1916 07	4341 81	41 0782 40	4344 08	8866 33	2 27
73	41 6257 88	4341 81	41 5126 48	4344 07	8868 60	2 26
74	42 0599 70	4341 82	41 9470 55	4344 08	8870 86	2 26
75	42 4941 51	4341 82	42 3814 63	4344 07	8873 12	2 25
4,476	1,642 9283 33	4341 82	1,642 8158 70	4344 07	9,999 8875 37	2 25
77	43 3625 15	4341 82	43 2502 77	4344 06	8877 62	2 24
78	43 7966 98	4341 83	43 6846 83	4344 07	8879 86	2 24
79	44 2308 80	4341 83	44 1190 90	4344 06	8882 10	2 23
80	44 6650 63	4341 83	44 5534 96	4344 06	8884 33	2 23
4,481	1,645 0992 46	4341 83	1,644 9879 02	4344 06	9,999 8886 56	2 22
82	45 5334 30	4341 84	45 4223 08	4344 05	8888 78	2 22
83	46 9676 13	4341 84	45 8567 13	4344 06	8891 00	2 22
84	46 4017 97	4341 84	46 2911 19	4344 05	8893 22	2 21
85	46 8359 81	4341 84	46 7255 24	4344 05	8895 43	2 21
4,486	1,647 2701 65	4341 84	1,647 1599 29	4344 04	9,999 8897 64	2 20
87	47 7043 49	4341 85	47 5943 33	4344 05	8899 84	2 20
88	48 1385 34	4341 85	48 0287 38	4344 04	8902 04	2 19
89	48 5727 19	4341 85	48 4631 42	4344 04	8904 23	2 19
90	49 0069 04	4341 85	48 8975 46	4344 03	8906 42	2 18
4,491	1,649 4410 89	4341 85	1,649 3319 49	4344 04	9,999 8908 60	2 19
92	49 8752 74	4341 86	49 7663 53	4344 03	8910 79	2 17
93	50 3094 60	4341 86	50 2007 56	4344 03	8912 96	2 17
94	50 7436 46	4341 86	50 0351 59	4344 03	8915 13	2 17
95	51 1778 32	4341 86	51 0695 62	4344 03	8917 30	2 17
4,496	1,651 6120 18	4341 87	1,651 5039 66	4344 02	9,999 8919 47	2 15
97	52 0462 05	4341 87	51 9383 67	4344 02	8921 62	2 16
98	52 4803 91	4341 87	52 3727 69	4344 02	8923 78	2 15
99	52 9145 79	4341 87	52 8071 72	4344 02	8925 93	2 14
4,500	53 3487 66		53 2416 73		8928 07	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,500	1,653 3487 66	4341 87	1,653 2415 73	4344 02	9,999 8828 07	2 15
4,501	1,653 7829 53	4341 88	1,653 6759 75	4344 01	9,999 8930 22	2 13
02	54 2171 41	4341 88	54 1103 76	4344 02	8932 35	2 14
03	54 6513 29	4341 88	54 5447 78	4344 01	8934 49	2 13
04	55 0855 17	4341 88	54 9791 79	4344 00	8936 62	2 13
05	55 5197 05	4341 88	55 4135 79	4344 01	8938 74	2 13
4,506	1,655 9538 93	4341 89	1,655 8479 80	4344 00	9,999 8940 87	2 11
07	56 3880 82	4341 89	56 2823 80	4344 00	8942 98	2 11
08	56 8222 71	4341 89	56 7167 80	4344 00	8945 09	2 11
09	57 2564 60	4341 89	57 1511 80	4344 00	8947 20	2 11
10	57 6906 49	4341 90	57 5855 80	4344 00	8949 31	2 11
4,511	1,658 1248 39	4341 90	1,658 0199 80	4343 99	9,999 8951 41	2 10
12	58 5590 28	4341 90	58 4543 79	4343 99	8953 51	2 09
13	58 9932 18	4341 90	58 8887 78	4343 99	8955 60	2 08
14	59 4274 09	4341 90	59 3231 77	4343 98	8957 68	2 08
15	59 8615 99	4341 91	59 7575 75	4343 99	8959 76	2 08
4,516	1,660 2957 90	4341 91	1,660 1919 74	4343 98	9,999 8961 84	2 08
17	60 7299 80	4341 91	60 6263 72	4343 98	8963 92	2 07
18	61 1641 71	4341 91	61 0607 70	4343 97	8965 99	2 06
19	61 5983 63	4341 91	61 4951 67	4343 98	8968 05	2 06
20	62 0325 54	4341 92	61 9295 65	4343 97	8970 11	2 05
4,521	1,662 4667 46	4341 92	1,662 3639 62	4343 97	9,999 8972 16	2 05
22	62 9009 38	4341 92	62 7983 59	4343 97	8974 21	2 05
23	63 3351 30	4341 92	63 2327 56	4343 97	8976 26	2 05
24	63 7693 22	4341 92	63 6671 53	4343 97	8978 31	2 05
25	64 2035 14	4341 92	64 1015 50	4343 96	8980 36	2 03
4,526	1,664 6377 07	4341 93	1,664 5359 46	4343 96	9,999 8982 39	2 03
27	65 0719 00	4341 93	64 9703 42	4343 96	8984 42	2 03
28	65 5060 93	4341 93	65 4047 38	4343 96	8986 45	2 03
29	65 9402 86	4341 93	65 8391 34	4343 96	8988 48	2 03
30	66 3744 79	4341 93	66 2735 30	4343 95	8990 51	2 01
4,531	1,666 8086 73	4341 94	1,666 7079 25	4343 95	9,999 8992 52	2 01
32	67 2428 67	4341 94	67 1423 20	4343 95	8994 53	2 01
33	67 6770 61	4341 94	67 5767 15	4343 95	8996 54	2 01
34	68 1112 55	4341 94	68 0111 10	4343 94	8998 55	2 00
35	68 5454 49	4341 95	68 4455 04	4343 95	9000 55	2 00
4,536	1,668 9796 44	4341 95	1,668 8798 99	4343 94	9,999 9002 55	1 99
37	69 4138 39	4341 95	69 3142 93	4343 94	9004 54	1 99
38	69 8480 34	4341 95	69 7486 87	4343 93	9006 53	1 98
39	70 2822 29	4341 96	70 1830 80	4343 94	9008 51	1 98
40	70 7164 25	4341 96	70 6174 74	4343 93	9010 49	1 97
4,541	1,671 1506 21	4341 96	1,671 0518 67	4343 93	9,999 9012 46	1 97
42	71 5848 17	4341 96	71 4862 60	4343 93	9014 43	1 97
43	72 0190 13	4341 96	71 9206 53	4343 93	9016 40	1 97
44	72 4532 09	4341 97	72 3550 46	4343 92	9018 37	1 97
45	72 8874 05	4341 97	72 7894 38	4343 93	9020 33	1 96
4,546	1,673 3216 02	4341 97	1,673 2238 31	4343 92	9,999 9022 29	1 95
47	73 7557 99	4341 97	73 6582 23	4343 92	9024 24	1 95
48	74 1899 96	4341 97	74 0926 15	4343 92	9026 19	1 95
49	74 6241 93	4341 97	74 5270 07	4343 91	9028 14	1 93
50	75 0583 91		74 9613 98		9030 07	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,550	1,675 0583 91	4341 98	1,674 9613 98	4343 91	9,9999 030 07	1 95
4,551	1,675 4925 88	4341 98	1,675 3957 90	4343 91	9,9999 032 02	1 93
52	75 9267 86	4341 98	75 8301 81	4343 91	033 95	1 93
53	76 3609 84	4341 98	76 2645 72	4343 91	035 88	1 93
54	76 7951 82	4341 98	76 6989 63	4343 90	037 81	1 92
55	77 2293 [illegible]	4341 98	77 1333 53	4343 91	039 73	1 92
4,556	1,677 6635 79	4341 99	1,677 5677 44	4343 90	9,9999 041 65	1 92
57	78 0977 78	4341 99	78 0021 34	4343 90	043 56	1 91
58	78 5319 77	4341 99	78 4365 24	4343 90	045 47	1 91
59	78 9661 76	4341 99	78 8709 14	4343 90	047 38	1 91
60	79 4003 75	4342 00	79 3053 04	4343 90	049 29	1 90
4,561	1,679 8345 74	4342 00	1,679 7396 93	4343 89	9,9999 051 19	1 89
62	80 2687 74	4342 00	80 1740 82	4343 89	053 08	1 89
63	80 7029 74	4342 00	80 6084 71	4343 89	054 97	1 89
64	81 1371 74	4342 00	81 0428 60	4343 89	056 86	1 88
65	81 5713 75	4342 00	81 4772 49	4343 89	058 74	1 88
4,566	1,682 0065 75	4342 01	1,681 9116 37	4343 89	9,9999 060 62	1 88
67	82 4397 76	4342 01	82 3460 26	4343 89	062 50	1 87
68	82 8739 77	4342 01	82 7804 14	4343 88	064 37	1 87
69	83 3081 78	4342 01	83 2148 02	4343 88	066 24	1 87
70	83 7423 79	4342 01	83 6491 90	4343 87	068 11	1 86
4,571	1,684 1765 80	4342 02	1,684 0835 77	4343 88	9,9099 069 97	1 86
72	84 6107 82	4342 02	84 5179 65	4343 87	071 83	1 85
73	85 0449 84	4342 02	84 9523 52	4343 87	073 68	1 85
74	85 4791 86	4342 02	85 3867 39	4343 87	075 53	1 85
75	85 9133 88	4342 02	85 8211 26	4343 87	077 38	1 85
4,576	1,686 3476 90	4342 02	1,686 2555 13	4343 86	9,9999 079 23	1 84
77	86 7817 92	4342 03	86 6898 99	4343 86	081 07	1 83
78	87 2159 95	4342 03	87 1242 85	4343 87	082 90	1 84
79	87 6501 98	4342 03	87 5586 72	4343 85	084 74	1 82
80	88 0844 01	4342 03	87 9930 57	4343 86	086 56	1 83
4,581	1,688 5186 04	4342 04	1,688 4274 43	4343 86	9,9999 088 39	1 82
82	88 9528 08	4342 04	88 8618 29	4343 85	090 21	1 82
83	89 3870 11	4342 04	89 2962 14	4343 85	092 03	1 81
84	89 8212 15	4342 04	89 7305 99	4343 85	093 84	1 81
85	90 2554 19	4342 04	90 1649 84	4343 85	095 65	1 81
4,586	1,690 6899 23	4342 04	1,690 5993 69	4343 84	9,9999 097 46	1 80
87	91 1238 28	4342 05	91 0337 53	4343 85	099 26	1 80
88	91 5580 32	4342 05	91 4681 38	4343 84	101 06	1 79
89	91 9922 37	4342 05	91 9025 22	4343 84	102 85	1 79
90	92 4264 42	4342 05	92 3369 06	4343 84	104 64	1 79
4,591	1,692 8606 47	4342 05	1,692 7712 90	4343 84	9,9999 106 43	1 79
92	93 2948 52	4342 05	93 2056 74	4343 83	108 22	1 78
93	93 7290 57	4342 06	93 6400 57	4343 84	110 00	1 78
94	94 1632 63	4342 06	94 0744 41	4343 83	111 78	1 78
95	94 5974 68	4342 06	94 5088 24	4343 83	113 56	1 77
4,596	1,695 0316 74	4342 06	1,694 9432 07	4343 83	9,9999 115 33	1 77
97	95 4658 80	4342 06	95 3775 90	4343 83	117 10	1 76
98	95 9000 87	4342 06	95 8119 73	4343 83	118 86	1 76
99	96 3342 93	4342 07	96 2463 56	4343 82	120 63	1 76
4,600	96 7685 00		96 6807 38		122 39	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,600	1,696 7685 00	4342 07	1,696 6807 38	4343 82	9,9999 122 38	1 76
4,601	1,697 2027 07	4342 07	1,697 1151 20	4343 82	9,9999 124 13	1 75
02	97 6369 14	4342 07	97 5495 02	4343 82	125 88	1 75
03	98 0711 21	4342 07	97 9838 84	4343 81	127 63	1 74
04	98 5053 28	4342 08	98 4182 65	4343 82	129 37	1 74
05	98 9395 36	4342 08	98 8526 47	4343 81	131 11	1 73
4,606	1,699 3737 44	4342 08	1,699 2870 28	4343 81	9,9999 132 84	1 73
07	99 8079 52	4342 08	99 7214 09	4343 81	134 57	1 73
08	1,700 2421 60	4342 08	1,700 1557 90	4343 81	136 30	1 73
09	00 6763 68	4342 08	00 5901 71	4343 80	138 03	1 72
10	01 1105 76	4342 09	01 0245 51	4343 81	139 75	1 72
4,611	1,701 5447 85	4342 09	1,701 4589 32	4343 80	9,9999 141 47	1 71
12	01 9789 94	4342 09	01 8933 12	4343 80	143 18	1 72
13	02 4132 02	4342 09	02 3276 92	4343 80	144 90	1 71
14	02 8474 11	4342 09	02 7620 72	4343 80	146 61	1 70
15	03 2816 21	4342 09	03 1964 52	4343 79	148 31	1 70
4,616	1,703 7158 30	4342 09	1,703 6308 31	4343 80	9,9999 150 01	1 71
17	04 1500 39	4342 10	04 0652 11	4343 79	151 72	1 69
18	04 5842 49	4342 10	04 4996 90	4343 79	153 41	1 69
19	05 0184 59	4342 10	04 9339 69	4343 79	155 10	1 69
20	05 4526 69	4342 10	05 3683 48	4343 79	156 79	1 69
4,621	1,705 8868 79	4342 11	1,705 8027 27	4343 79	9,9999 158 48	1 68
22	06 3210 90	4342 11	06 2371 06	4343 78	160 16	1 68
23	06 7553 00	4342 11	06 6714 84	4343 78	161 84	1 67
24	07 1895 11	4342 11	07 1058 62	4343 78	163 51	1 67
25	07 6237 22	4342 11	07 5402 40	4343 78	165 18	1 67
4,626	1,708 0579 33	4342 11	1,707 9746 18	4343 78	9,9999 166 85	1 67
27	08 4921 44	4342 11	08 4089 96	4343 77	168 52	1 65
28	08 9263 56	4342 12	08 8433 73	4343 78	170 17	1 67
29	09 3605 67	4342 12	09 2777 51	4343 77	171 84	1 66
30	09 7947 79	4342 12	09 7121 28	4343 77	173 49	1 65
4,631	1,710 2289 91	4342 12	1,710 1466 05	4343 77	9,9999 175 14	1 66
32	10 6632 03	4342 12	10 5808 82	4343 77	176 79	1 65
33	11 0974 15	4342 12	11 0152 59	4343 76	178 44	1 65
34	11 5316 28	4342 13	11 4496 35	4343 77	180 08	1 64
35	11 9658 40	4342 13	11 8840 12	4343 76	181 72	1 63
4,636	1,712 4000 53	4342 13	1,712 3183 88	4343 76	9,9999 183 35	1 63
37	12 8342 66	4342 13	12 7527 64	4343 76	184 98	1 63
38	13 2684 79	4342 13	13 1871 40	4343 76	186 61	1 63
39	13 7026 92	4342 13	13 6215 16	4343 75	188 24	1 62
40	14 1369 06	4342 14	14 0558 91	4343 76	189 86	1 62
4,641	1,714 5711 19	4342 14	1,714 4902 67	4343 75	9,9999 191 48	1 61
42	15 0053 33	4342 14	14 9246 42	4343 75	193 09	1 61
43	15 4395 47	4342 14	15 3590 17	4343 75	194 70	1 61
44	15 8737 61	4342 14	15 7933 92	4343 75	196 31	1 61
45	16 3079 75	4342 14	16 2277 67	4343 74	197 92	1 60
4,646	1,716 7421 90	4342 14	1,716 6621 41	4343 75	9,9999 199 52	1 60
47	17 1764 04	4342 15	17 0965 16	4343 74	201 12	1 59
48	17 6106 19	4342 15	17 5308 90	4343 74	202 71	1 59
49	18 0448 34	4342 15	17 9652 64	4343 74	204 30	1 59
50	18 4790 49		18 3996 38		206 89	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,650	1,718 4790 49	4342 15	1,718 3996 38	4343 74	9,9999 205 89	1 59
4,651	1,718 9132 64	4342 15	1,718 8340 12	4343 74	9,9999 207 48	1 59
52	19 3474 79	4342 15	19 2683 86	4343 73	209 07	1 58
53	19 7816 94	4342 16	19 7027 59	4343 74	210 65	1 58
54	20 2159 10	4342 16	20 1371 33	4343 73	212 23	1 57
55	20 6501 26	4342 16	20 5715 06	4343 73	213 80	1 57
4,656	1,721 0843 42	4342 16	1,721 0058 79	4343 73	9,9999 215 37	1 57
57	21 5185 58	4342 16	21 4402 52	4343 72	216 94	1 56
58	21 9527 74	4342 16	21 8746 24	4343 73	218 50	1 56
59	22 3869 90	4342 17	22 3089 97	4343 72	220 06	1 56
60	22 8212 07	4342 17	22 7433 69	4343 73	221 62	1 56
4,661	1,723 2554 24	4342 17	1,723 1777 42	4343 72	9,9999 223 18	1 55
62	23 6896 41	4342 17	23 6121 14	4343 72	224 73	1 55
63	24 1238 58	4342 17	24 0464 86	4343 71	226 28	1 54
64	24 5580 75	4342 17	24 4808 57	4343 72	227 82	1 54
65	24 9922 93	4342 17	24 9152 29	4343 72	229 36	1 55
4,666	1,725 4265 10	4342 18	1,725 3496 01	4343 71	9,9999 230 91	1 53
67	25 8607 28	4342 18	25 7839 72	4343 71	232 44	1 53
68	26 2949 46	4342 18	26 2183 43	4343 71	233 97	1 53
69	26 7291 64	4342 18	26 6527 14	4343 71	235 50	1 53
70	27 1633 82	4342 18	27 0870 85	4343 71	237 03	1 53
4,671	1,727 5976 00	4342 18	1,727 5214 56	4343 70	9,9999 238 56	1 52
72	28 0318 18	4342 19	27 9558 26	4343 71	240 08	1 52
73	28 4660 37	4342 19	28 3901 97	4343 70	241 60	1 52
74	28 9002 56	4342 19	28 8245 67	4343 70	243 11	1 51
75	29 3344 75	4342 19	29 2589 37	4343 70	244 62	1 51
4,676	1,729 7686 94	4342 19	1,729 6933 07	4343 70	9,9999 246 13	1 51
77	30 2029 13	4342 19	30 1276 77	4343 70	247 64	1 51
78	30 6371 32	4342 19	30 5620 47	4343 69	249 15	1 50
79	31 0713 51	4342 19	30 9964 16	4343 69	250 65	1 49
80	31 5055 71	4342 20	31 4307 85	4343 69	252 14	1 49
4,681	1,731 9397 91	4342 20	1,731 8651 54	4343 69	9,9999 253 63	1 50
82	32 3740 11	4342 20	32 2995 24	4343 69	255 13	1 48
83	32 8082 31	4342 20	32 7338 92	4343 69	256 61	1 49
84	33 2424 51	4342 20	33 1682 61	4343 69	258 10	1 49
85	33 6766 71	4342 20	33 6026 30	4343 68	259 59	1 48
4,686	1,734 1108 92	4342 21	1,734 0369 98	4343 69	9,9999 261 07	1 48
87	34 5451 12	4342 21	34 4713 67	4343 68	262 55	1 47
88	34 9793 33	4342 21	34 9057 35	4343 68	264 02	1 47
89	35 4135 54	4342 21	35 3401 03	4343 68	265 49	1 46
90	35 8477 75	4342 21	35 7744 71	4343 67	266 95	1 46
4,691	1,736 2819 97	4342 21	1,736 2088 38	4343 68	9,9999 268 41	1 46
92	36 7162 18	4342 22	36 6432 06	4343 67	269 87	1 46
93	37 1504 40	4342 22	37 0775 73	4343 68	271 33	1 46
94	37 5846 61	4342 22	37 5119 41	4343 67	272 79	1 46
95	38 0188 83	4342 22	37 9463 08	4343 67	274 25	1 45
4,696	1,738 4531 05	4342 22	1,738 3806 75	4343 67	9,9999 275 70	1 45
97	38 8873 27	4342 22	38 8150 42	4343 66	277 15	1 44
98	39 3215 50	4342 22	39 2494 08	4343 67	278 59	1 44
99	39 7557 72	4342 22	39 6837 75	4343 66	280 03	1 44
4,700	40 1899 94		40 1181 41		281 47	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,700	1,740 1899 94	4342 23	1,740 1181 41	4343 66	9,9999 281 47	1 43
4,701	1,740 6242 17	4342 23	1,740 5525 07	4343 67	9,9999 282 90	1 44
02	41 0584 40	4342 23	40 9868 74	4343 66	284 34	1 44
03	41 4926 63	4342 23	41 4212 40	4343 65	285 77	1 43
04	41 9268 86	4342 23	41 8556 05	4343 66	287 19	1 42
05	42 3611 10	4342 23	42 2899 71	4343 66	288 61	1 43
4,706	1,742 7953 33	4342 24	1,742 7243 37	4343 65	9,9999 290 04	1 41
07	43 2295 57	4342 24	43 1587 02	4343 65	291 45	1 41
08	43 6637 80	4342 24	43 5930 67	4343 66	292 87	1 42
09	44 0980 04	4342 24	44 0274 33	4343 65	294 29	1 42
10	44 5322 28	4342 24	44 4617 97	4343 65	295 69	1 40
4,711	1,744 9664 52	4342 24	1,744 8961 62	4343 65	9,9999 297 10	1 41
12	45 4006 76	4342 24	45 3305 27	4343 65	298 51	1 41
13	45 8349 01	4342 25	45 7648 92	4343 64	299 91	1 40
14	46 2691 25	4342 25	46 1992 56	4343 64	301 31	1 40
15	46 7033 50	4342 25	46 6336 20	4343 64	302 70	1 39
4,716	1,747 1375 75	4342 25	1,747 0679 84	4343 64	9,9999 304 09	1 39
17	47 5718 00	4342 25	47 5023 48	4343 64	305 48	1 39
18	48 0060 25	4342 25	47 9367 12	4343 64	306 87	1 39
19	48 4402 50	4342 25	48 3710 76	4343 64	308 26	1 39
20	48 8744 75	4342 26	48 8054 40	4343 63	309 65	1 37
4,721	1,749 3087 01	4342 26	1,749 2398 03	4343 63	9,9999 311 02	1 37
22	49 7429 27	4342 26	49 6741 66	4343 64	312 39	1 38
23	50 1771 53	4342 26	50 1085 30	4343 63	313 77	1 37
24	50 6113 79	4342 26	50 5428 93	4343 62	315 14	1 36
25	51 0456 05	4342 26	50 9772 55	4343 63	316 50	1 37
4,726	1,751 4798 31	4342 26	1,751 4116 18	4343 63	9,9999 317 87	1 37
27	51 9140 57	4342 27	51 8459 81	4343 62	319 24	1 36
28	52 3482 84	4342 27	52 2803 43	4343 63	320 60	1 36
29	52 7825 10	4342 27	52 7147 06	4343 62	321 96	1 35
30	53 2167 37	4342 27	53 1490 68	4343 62	323 31	1 35
4,731	1,753 6509 64	4342 27	1,753 5834 30	4343 62	9,9999 324 66	1 35
32	54 0851 91	4342 27	54 0177 92	4343 62	326 01	1 35
33	54 5194 18	4342 27	54 4521 54	4343 62	327 36	1 34
34	54 9536 46	4342 27	54 8865 16	4343 61	328 70	1 34
35	55 3878 73	4342 28	55 3208 77	4343 62	330 04	1 34
4,736	1,755 8221 01	4342 28	1,755 7552 39	4343 61	9,9999 331 38	1 34
37	56 2563 28	4342 28	56 1896 00	4343 61	332 72	1 33
38	56 6905 56	4342 28	56 6239 61	4343 61	334 05	1 33
39	57 1247 84	4342 28	57 0583 22	4343 61	335 38	1 33
40	57 5590 12	4342 28	57 4926 83	4343 61	336 71	1 33
4,741	1,757 9932 40	4342 28	1,757 9270 44	4343 60	9,9999 338 04	1 32
42	58 4274 68	4342 28	58 3614 04	4343 61	339 36	1 32
43	58 8616 97	4342 29	58 7957 65	4343 60	340 68	1 32
44	59 2959 25	4342 29	59 2301 25	4343 60	342 00	1 31
45	59 7301 54	4342 29	59 6644 85	4343 60	343 31	1 31
4,746	1,760 1643 83	4342 29	1,760 0988 45	4343 60	9,9999 344 62	1 31
47	60 5986 12	4342 29	60 5332 05	4343 60	345 93	1 31
48	61 0328 41	4342 29	60 9675 65	4343 60	347 24	1 31
49	61 4670 70	4342 29	61 4019 25	4343 59	348 55	1 30
50	61 9012 99		61 8362 84		349 85	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,750	1,761 9012 90	4342 30	1,761 8362 84	4343 60	9,9999 349 85	1 30
4,751	1,762 3355 29	4342 30	1,762 2706 44	4343 59	9,9999 351 16	1 29
52	62 7697 59	4342 30	62 7050 03	4343 59	352 44	1 30
53	63 2039 88	4342 30	63 1393 62	4343 59	353 74	1 29
54	63 6382 18	4342 30	63 5737 21	4343 59	355 03	1 29
55	64 0724 48	4342 30	64 0080 80	4343 59	356 32	1 28
4,756	1,764 5066 79	4342 30	1,764 4424 39	4343 59	9,9999 357 60	1 29
57	64 9409 09	4342 31	64 8767 98	4343 58	358 89	1 27
58	65 3751 40	4342 31	65 3111 56	4343 59	360 16	1 29
59	65 8093 70	4342 31	65 7455 15	4343 58	361 45	1 27
60	66 2436 01	4342 31	66 1798 73	4343 58	362 72	1 27
4,761	1,766 6778 32	4342 31	1,766 6142 31	4343 58	9,9999 363 99	1 27
62	67 1120 63	4342 31	67 0485 89	4343 58	365 26	1 27
63	67 5462 94	4342 31	67 4829 47	4343 58	366 53	1 27
64	67 9805 25	4342 31	67 9173 05	4343 57	367 80	1 26
65	68 4147 56	4342 31	68 3516 62	4343 58	369 06	1 27
4,766	1,768 8489 87	4342 32	1,768 7860 20	4343 57	9,9999 370 33	1 25
67	69 2832 19	4342 32	69 2203 77	4343 58	371 58	1 26
68	69 7174 51	4342 32	69 6547 35	4343 57	372 84	1 25
69	70 1516 83	4342 32	70 0890 92	4343 57	374 09	1 25
70	70 5859 15	4342 32	70 5234 49	4343 57	375 34	1 25
4,771	1,771 0201 47	4342 32	1,770 9578 06	4343 56	9,9999 376 59	1 24
72	71 4543 79	4342 32	71 3921 62	4343 57	377 83	1 24
73	71 8886 12	4342 32	71 8265 19	4343 57	379 07	1 25
74	72 3228 44	4342 33	72 2608 76	4343 56	380 32	1 23
75	72 7570 77	4342 33	72 6952 32	4343 56	381 55	1 24
4,776	1,773 1913 09	4342 33	1,773 1295 88	4343 56	9,9999 382 79	1 23
77	73 6255 42	4342 33	73 5639 44	4343 56	384 02	1 23
78	74 0597 75	4342 33	73 9983 00	4343 56	385 25	1 23
79	74 4940 08	4342 33	74 4326 56	4343 56	386 48	1 23
80	74 9282 41	4342 33	74 8670 12	4343 56	387 71	1 22
4,781	1,775 3624 75	4342 33	1,775 3013 68	4343 55	9,9999 388 93	1 22
82	75 7967 08	4342 34	75 7357 23	4343 56	390 15	1 22
83	76 2309 42	4342 34	76 1700 79	4343 55	391 37	1 22
84	76 6651 76	4342 34	76 6044 34	4343 55	392 59	1 21
85	77 0994 09	4342 34	77 0387 89	4343 55	393 80	1 21
4,786	1,777 5336 43	4342 34	1,777 4731 44	4343 55	9,9999 395 01	1 21
87	77 9678 77	4342 34	77 9074 99	4343 55	396 22	1 21
88	78 4021 11	4342 34	78 3418 54	4343 55	397 43	1 21
89	78 8363 45	4342 34	78 7762 09	4343 54	398 64	1 20
90	79 2705 80	4342 34	79 2105 63	4343 55	399 84	1 20
4,791	1,779 7048 14	4342 35	1,779 6449 18	4343 54	9,9999 401 04	1 19
92	80 1390 49	4342 35	80 0792 72	4343 54	402 23	1 19
93	80 5732 84	4342 35	80 5136 26	4343 54	403 42	1 19
94	81 0075 19	4342 35	80 9479 80	4343 54	404 61	1 19
95	81 4417 54	4342 35	81 3823 34	4343 54	405 80	1 19
4,796	1,781 8759 89	4342 35	1,781 8166 88	4343 54	9,9999 406 99	1 19
97	82 3102 24	4342 35	82 2510 42	4343 54	408 18	1 19
98	82 7444 59	4342 36	82 6853 96	4343 53	409 37	1 17
99	83 1786 95	4342 36	83 1197 49	4343 53	410 54	1 17
4,800	83 6129 31		83 5541 02		411 71	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,800	1,783 6129 31	4342 36	1,783 5541 02	4343 54	9,9999 411 71	1 19
4,801	1,784 0471 66	4342 36	1,783 9884 56	4343 53	9,9999 412 90	1 17
02	84 4814 02	4342 36	84 4228 09	4343 53	414 07	1 17
03	84 9156 38	4342 36	84 8571 62	4343 53	415 24	1 17
04	85 3498 74	4342 36	85 2915 15	4343 52	416 41	1 16
05	85 7841 10	4342 36	85 7258 67	4343 53	417 57	1 16
4,806	1,786 2183 47	4342 36	1,786 1602 20	4343 53	9,9999 418 73	1 17
07	86 6525 83	4342 36	86 5945 73	4343 52	419 90	1 16
08	87 0868 19	4342 37	87 0289 25	4343 52	421 06	1 15
09	87 5210 56	4342 37	87 4632 77	4343 53	422 21	1 16
10	87 9552 93	4342 37	87 8976 30	4343 52	423 37	1 15
4,811	1,788 3895 30	4342 37	1,788 3319 82	4343 52	9,9999 424 52	1 15
12	88 8237 67	4342 37	88 7663 34	4343 52	425 67	1 15
13	89 2580 04	4342 37	89 2006 86	4343 51	426 82	1 14
14	89 6922 41	4342 37	89 6350 37	4343 52	427 96	1 15
15	90 1264 78	4342 37	90 0693 89	4343 51	429 11	1 14
4,816	1,790 5607 16	4342 38	1,790 6037 40	4343 51	9,9999 430 25	1 14
17	90 9949 53	4342 38	90 9380 92	4343 51	431 39	1 13
18	91 4291 91	4342 38	91 3724 43	4343 51	432 52	1 13
19	91 8634 29	4342 38	91 8067 94	4343 51	433 65	1 13
20	92 2976 67	4342 38	92 2411 45	4343 51	434 78	1 13
4,821	1,792 7319 06	4342 38	1,792 6754 96	4343 51	9,9999 435 91	1 13
22	93 1661 43	4342 38	93 1098 47	4343 51	437 04	1 12
23	93 6003 82	4342 39	93 5441 98	4343 51	438 16	1 12
24	94 0346 20	4342 39	93 9785 49	4343 50	439 28	1 12
25	94 4688 59	4342 39	94 4128 99	4343 51	440 40	1 12
4,826	1,794 9030 97	4342 39	1,794 8472 50	4343 50	9,9999 441 52	1 12
27	95 3373 36	4342 39	95 2816 00	4343 50	442 64	1 11
28	95 7715 75	4342 39	95 7159 50	4343 50	443 75	1 11
29	96 2058 14	4342 39	96 1503 00	4343 50	444 86	1 11
30	96 6400 53	4342 39	96 5846 50	4343 50	445 97	1 11
4,831	1,797 0742 92	4342 39	1,797 0190 00	4343 50	9,9999 447 08	1 11
32	97 5085 31	4342 39	97 4533 50	4343 49	448 19	1 10
33	97 9427 70	4342 39	97 8876 99	4343 50	449 29	1 10
34	98 3770 10	4342 40	98 3220 49	4343 49	450 39	1 10
35	98 8112 49	4342 40	98 7563 98	4343 50	451 49	1 10
4,836	1,799 2454 89	4342 40	1,799 1907 48	4343 49	9,9999 452 59	1 09
37	99 6797 29	4342 40	99 6250 97	4343 49	453 68	1 09
38	1,800 1139 69	4342 40	1,800 0594 46	4343 49	454 77	1 09
39	00 5482 09	4342 40	00 4937 95	4343 48	455 86	1 08
40	00 9824 49	4342 40	00 9281 43	4343 49	456 94	1 09
4,841	1,801 4166 89	4342 40	1,801 3624 92	4343 49	9,9999 458 03	1 09
42	01 8509 29	4342 41	01 7968 41	4343 48	459 12	1 07
43	02 2851 70	4342 41	02 2311 89	4343 48	460 19	1 07
44	02 7194 11	4342 40	02 6655 37	4343 49	461 26	1 09
45	03 1536 51	4342 41	03 0998 86	4343 48	462 35	1 07
4,846	1,803 5878 92	4342 41	1,803 5342 34	4343 48	9,9999 463 42	1 07
47	04 0221 33	4342 41	03 9685 82	4343 48	464 49	1 07
48	04 4563 74	4342 41	04 4029 30	4343 48	465 56	1 07
49	04 8906 15	4342 41	04 8372 78	4343 48	466 63	1 07
50	05 3248 56		05 2716 26		467 70	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,850	1,805 3248 56	4342 41	1,805 2716 26	4343 47	9,9999 467 70	1 06
4,851	1,805 7590 97	4342 42	1,805 7059 73	4343 48	9,9999 468 76	1 06
52	06 1933 39	4342 41	06 1403 21	4343 48	469 82	1 07
53	06 6275 80	4342 42	06 5746 69	4343 47	470 89	1 05
54	07 0618 22	4342 42	07 0090 16	4343 47	471 94	1 06
55	07 4960 64	4342 41	07 4433 63	4343 47	472 90	1 06
4,856	1,807 9303 06	4342 42	1,807 8777 10	4343 47	9,9999 474 05	1 05
57	08 3645 47	4342 42	08 3120 57	4343 47	475 10	1 05
58	08 7987 89	4342 42	08 7464 04	4343 47	476 15	1 05
59	09 2330 31	4342 42	09 1807 51	4343 47	477 20	1 04
60	09 6672 74	4342 42	09 6150 98	4343 46	478 24	1 04
4,861	1,810 1015 16	4342 42	1,810 0494 44	4343 47	9,9999 479 28	1 04
62	10 5357 58	4342 43	10 4837 91	4343 46	480 32	1 04
63	10 9700 01	4342 43	10 9181 37	4343 46	481 36	1 04
64	11 4042 44	4342 43	11 3524 83	4343 47	482 40	1 04
65	11 8384 86	4342 43	11 7868 30	4343 46	483 44	1 03
4,866	1,812 2727 29	4342 43	1,812 2211 76	4343 46	9,9999 484 47	1 03
67	12 7069 72	4342 43	12 6555 22	4343 46	485 50	1 03
68	13 1412 15	4342 43	13 0898 68	4343 45	486 53	1 02
69	13 5754 59	4342 43	13 5242 13	4343 46	487 55	1 02
70	14 0097 02	4342 43	13 9585 59	4343 46	488 57	1 02
4,871	1,814 4439 45	4342 44	1,814 3929 05	4343 45	9,9999 489 59	1 02
72	14 8781 89	4342 44	14 8272 50	4343 46	490 61	1 02
73	15 3124 32	4342 44	15 2615 96	4343 45	491 63	1 02
74	15 7466 76	4342 44	15 6959 41	4343 45	492 65	1 01
75	16 1809 20	4342 44	16 1302 86	4343 45	493 66	1 01
4,876	1,816 6151 64	4342 44	1,816 5646 31	4343 45	9,9999 494 67	1 01
77	17 0494 08	4342 44	16 9989 76	4343 45	495 68	1 01
78	17 4836 52	4342 44	17 4333 21	4343 45	496 69	1 01
79	17 9178 96	4342 44	17 8676 66	4343 44	497 70	1 00
80	18 3521 40	4342 44	18 3020 10	4343 44	498 70	1 00
4,881	1,818 7863 85	4342 45	1,818 7363 55	4343 45	9,9999 499 70	1 00
82	19 2206 29	4342 45	19 1706 99	4343 44	500 70	0 99
83	19 6548 74	4342 45	19 6050 43	4343 45	501 69	1 00
84	20 0891 19	4342 44	20 0393 88	4343 44	502 69	1 00
85	20 5233 63	4342 45	20 4737 32	4343 44	503 69	0 99
4,886	1,820 9576 08	4342 45	1,820 9080 76	4343 44	9,9999 504 68	0 99
87	21 3918 53	4342 45	21 3424 20	4343 44	505 67	0 99
88	21 8260 98	4342 45	21 7767 64	4343 44	506 66	0 98
89	22 2603 44	4342 45	22 2111 08	4343 43	507 64	0 98
90	22 6945 89	4342 45	22 6454 51	4343 44	508 62	0 98
4,891	1,823 1288 34	4342 45	1,823 0797 95	4343 43	9,9999 509 60	0 98
92	23 5630 80	4342 46	23 5141 38	4343 44	510 58	0 98
93	23 9973 25	4342 46	23 9484 82	4343 43	511 56	0 98
94	24 4315 71	4342 46	24 3828 25	4343 43	512 54	0 97
95	24 8658 17	4342 46	24 8171 68	4343 43	513 51	0 97
4,896	1,825 3000 63	4342 46	1,825 2515 11	4343 43	9,9999 514 48	0 97
97	25 7343 09	4342 46	25 6858 54	4343 43	515 45	0 97
98	26 1685 55	4342 46	26 1201 97	4343 43	516 42	0 97
99	26 6028 01	4342 46	26 5645 40	4343 43	517 39	0 97
4,900	27 0370 47		26 9988 83		518 36	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,900	1,827 0370 47	4342 46	1,826 9888 83	4343 42	9,9999 518 36	0 96
4,901	1,827 4712 94	4342 46	1,827 4232 25	4343 43	9,9999 519 32	0 96
02	27 9055 40	4342 47	27 8575 68	4343 42	520 28	0 95
03	28 3397 87	4342 47	28 2919 10	4343 42	521 23	0 95
04	28 7740 34	4342 46	28 7262 52	4343 42	522 18	0 96
05	29 2082 80	4342 47	29 1605 94	4343 42	523 14	0 95
4,906	1,829 6425 27	4342 47	1,829 5949 36	4343 42	9,9999 524 09	0 95
07	30 0767 74	4342 47	30 0292 78	4343 42	525 04	0 95
08	30 5110 21	4342 47	30 4636 20	4343 42	525 99	0 95
09	30 9452 68	4342 48	30 8979 62	4343 42	526 94	0 94
10	31 3795 16	4342 47	31 3323 04	4343 41	527 88	0 94
4,911	1,831 8137 63	4342 47	1,831 7666 45	4343 42	9,9999 528 82	0 95
12	32 2480 10	4342 48	32 2009 87	4343 42	529 77	0 94
13	32 6822 58	4342 47	32 6353 29	4343 41	530 71	0 94
14	33 1165 05	4342 48	33 0696 70	4343 41	531 65	0 93
15	33 5507 53	4342 48	33 5040 11	4343 42	532 58	0 94
4,916	1,833 9850 01	4342 48	1,833 9383 53	4343 41	9,9999 533 52	0 93
17	34 4192 49	4342 48	34 3726 94	4343 41	534 45	0 93
18	34 8534 97	4342 48	34 8070 35	4343 41	535 38	0 93
19	35 2877 45	4342 48	35 2413 76	4343 41	536 31	0 93
20	35 7219 93	4342 48	35 6757 17	4343 41	537 24	0 92
4,921	1,836 1562 41	4342 48	1,836 1100 57	4343 41	9,9999 538 16	0 93
22	36 5904 89	4342 49	36 5443 98	4343 41	539 09	0 91
23	37 0247 38	4342 49	36 9787 38	4343 41	540 00	0 92
24	37 4589 87	4342 48	37 4130 79	4343 40	540 92	0 92
25	37 8932 35	4342 49	37 8474 19	4343 40	541 84	0 92
4,926	1,838 3274 84	4342 49	1,838 2817 59	4343 40	9,9999 542 76	0 91
27	38 7617 33	4342 49	38 7160 99	4343 41	543 66	0 92
28	39 1959 82	4342 49	39 1504 40	4343 40	544 58	0 91
29	39 6302 31	4342 49	39 5847 80	4343 39	545 49	0 90
30	40 0644 80	4342 49	40 0191 19	4343 40	546 39	0 91
4,931	1,840 4987 29	4342 49	1,840 4534 59	4343 40	9,9999 547 30	0 91
32	40 9329 78	4342 50	40 8877 99	4343 40	548 21	0 90
33	41 3672 28	4342 49	41 3221 39	4343 39	549 11	0 90
34	41 8014 77	4342 50	41 7564 78	4343 40	550 01	0 90
35	42 2357 27	4342 49	42 1908 18	4343 39	550 91	0 90
4,936	1,842 6699 76	4342 50	1,842 6251 57	4343 39	9,9999 551 81	0 89
37	43 1042 26	4342 50	43 0594 96	4343 39	552 70	0 89
38	43 5384 76	4342 50	43 4938 35	4343 40	553 59	0 90
39	43 9727 25	4342 50	43 9281 75	4343 39	554 49	0 90
40	44 4069 75	4342 50	44 3625 14	4343 39	555 39	0 89
4,941	1,844 8412 25	4342 51	1,844 7968 53	4343 38	9,9999 556 28	0 88
42	45 2754 76	4342 50	45 2311 91	4343 39	557 16	0 88
43	45 7097 26	4342 50	45 6655 30	4343 39	558 04	0 89
44	46 1439 76	4342 51	46 0998 69	4343 38	558 93	0 88
45	46 5782 27	4342 50	46 5342 07	4343 39	559 81	0 88
4,946	1,847 0124 77	4342 51	1,846 9685 46	4343 38	9,9999 560 69	0 87
47	47 4467 28	4342 51	47 4028 84	4343 38	561 56	0 87
48	47 8809 79	4342 50	47 8372 22	4343 38	562 43	0 88
49	48 3152 29	4342 51	48 2715 60	4343 39	563 31	0 88
50	48 7494 80		48 7058 99		564 19	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
4,950	1,848 7494 80	4342 51	1,848 7058 99	4343 38	9,9999 564 19	0 87
4,951	1,849 1837 31	4342 51	1,849 1402 37	4343 37	9,9999 565 06	0 86
52	49 6179 82	4342 51	49 5745 74	4343 38	565 92	0 87
53	50 0522 33	4342 51	50 0089 12	4343 38	566 79	0 87
54	50 4864 84	4342 52	50 4432 50	4343 38	567 66	0 86
55	50 9207 36	4342 51	50 8775 88	4343 37	568 52	0 86
4,956	1,851 3549 87	4342 51	1,851 3119 25	4343 38	9,9999 569 38	0 87
57	51 7992 38	4342 52	51 7462 63	4343 37	570 25	0 85
58	52 2234 90	4342 52	52 1806 00	4343 38	571 10	0 86
59	52 6577 42	4342 51	52 6149 38	4343 38	571 96	0 86
60	53 0919 93	4342 52	53 0492 75	4343 37	572 82	0 85
4,961	1,853 5262 45	4342 52	1,853 4836 12	4343 37	9,9999 573 67	0 85
62	53 9604 97	4342 52	53 9179 49	4343 37	574 52	0 85
63	54 3947 49	4342 52	54 3522 86	4343 37	575 37	0 85
64	54 8290 01	4342 52	54 7866 23	4343 37	576 22	0 85
65	55 2632 53	4342 52	55 2209 60	4343 36	577 07	0 84
4,966	1,855 6975 05	4342 53	1,855 6552 96	4343 37	9,9999 577 91	0 84
67	56 1317 58	4342 52	56 0896 33	4343 36	578 75	0 84
68	56 5660 10	4342 53	56 5239 69	4343 37	579 59	0 84
69	57 0002 63	4342 52	56 9583 06	4343 36	580 43	0 84
70	57 4345 15	4342 53	57 3926 42	4343 37	581 27	0 84
4,971	1,857 8687 68	4342 53	1,857 8269 79	4343 36	9,9999 582 11	0 83
72	58 3030 21	4342 52	58 2613 15	4343 36	582 94	0 84
73	58 7372 73	4342 53	58 6956 51	4343 36	583 78	0 83
74	59 1715 26	4342 53	59 1299 87	4343 36	584 61	0 83
75	59 6057 79	4342 53	59 5643 23	4343 36	585 44	0 83
4,976	1,860 0400 32	4342 53	1,859 9986 59	4343 36	9,9999 586 27	0 83
77	60 4742 85	4342 54	60 4329 95	4343 36	587 10	0 82
78	60 9085 39	4342 53	60 8673 31	4343 35	587 92	0 82
79	61 3427 92	4342 53	61 3016 66	4343 36	588 74	0 83
80	61 7770 45	4342 54	61 7360 02	4343 36	589 57	0 82
4,981	1,862 2112 99	4342 53	1,862 1703 38	4343 35	9,9999 590 39	0 82
82	62 6455 52	4342 54	62 6046 73	4343 35	591 21	0 81
83	63 0798 06	4342 54	63 0390 08	4343 36	592 02	0 82
84	63 5140 60	4342 54	63 4733 44	4343 35	592 84	0 81
85	63 9483 14	4342 54	63 9076 79	4343 35	593 65	0 81
4,986	1,864 3825 68	4342 54	1,864 3420 14	4343 35	9,9999 594 46	0 81
87	64 8168 22	4342 54	64 7763 49	4343 35	595 27	0 81
88	65 2510 76	4342 54	65 2106 84	4343 34	596 08	0 80
89	65 6853 30	4342 54	65 6450 18	4343 35	596 88	0 81
90	66 1195 84	4342 54	66 0793 53	4343 35	597 69	0 81
4,991	1,866 5538 38	4342 55	1,866 5136 88	4343 34	9,9999 598 50	0 80
92	66 9880 93	4342 54	66 9480 22	4343 35	699 30	0 80
93	67 4223 47	4342 55	67 3823 57	4343 34	600 10	0 80
94	67 8566 02	4342 54	67 8166 91	4343 35	600 90	0 80
95	68 2908 56	4342 55	68 2510 26	4343 34	601 70	0 79
4,996	1,868 7251 11	4342 55	1,868 6853 60	4343 34	9,9999 602 49	0 79
97	69 1593 66	4342 54	69 1196 94	4343 34	603 28	0 80
98	69 5936 20	4342 55	69 5540 28	4343 34	604 08	0 79
99	70 0278 75	4342 55	69 9883 62	4343 34	604 87	0 79
5,000	70 4621 30		70 4226 96		605 66	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
5,00	1,870 4621 303	43425 546	1,870 4226 965	43433 352	9,9999 605 662	7 807
5,01	1,874 8046 848	43425 621	1,874 7600 317	43433 276	9,9999 613 469	7 655
02	1,879 1472 469	25 697	1,879 1093 593	33 199	621 124	7 502
03	1,883 4898 166	25 772	1,883 4526 792	33 125	628 626	7 353
04	1,887 8323 938	25 844	1,887 7959 917	33 053	635 979	7 209
05	1,892 1749 782	25 916	1,892 1392 970	32 981	643 188	7 065
5,06	1,896 5175 698	43425 985	1,896 4825 951	43432 911	9,9999 650 253	6 925
07	1,900 8601 683	26 055	1,900 8258 862	32 842	657 179	6 787
08	1,905 2027 738	26 121	1,905 1691 704	32 776	663 966	6 655
09	1,909 5453 859	26 187	1,909 5124 480	32 709	670 621	6 522
10	1,913 8880 046	26 252	1,913 8557 189	32 645	677 143	6 393
5,11	1,918 2306 298	43426 315	1,918 1989 834	43432 581	9,9999 683 536	6 266
12	1,922 5732 613	26 377	1,922 5422 415	32 520	689 802	6 143
13	1,926 9158 990	26 438	1,926 8854 935	32 458	695 945	6 020
14	1,931 2585 428	26 498	1,931 2287 393	32 399	701 965	5 901
15	1,935 6011 926	26 556	1,935 5719 792	32 341	707 866	5 785
5,16	1,939 9438 482	43426 613	1,939 9152 133	43432 283	9,9999 713 651	5 670
17	1,944 2865 095	26 669	1,944 2584 416	32 227	719 321	5 558
18	1,948 6291 764	26 725	1,948 6016 643	32 172	724 879	5 447
19	1,952 9718 489	26 778	1,952 9448 815	32 119	730 326	5 341
20	1,957 3145 267	26 831	1,957 2880 934	32 065	735 667	5 234
5,21	1,961 6572 098	43426 883	1,961 6312 999	43432 014	9,9999 740 901	5 131
22	1,965 9998 981	26 934	1,965 9745 013	32 962	746 032	5 028
23	1,970 3425 915	26 984	1,970 3176 976	32 913	751 060	4 929
24	1,974 6852 899	27 032	1,974 6608 888	32 864	755 989	4 832
25	1,979 0279 931	27 080	1,979 0040 752	32 817	760 821	4 737
5,26	1,983 3707 011	43427 127	1,983 3472 569	43432 769	9,9999 765 558	4 642
27	1,987 7134 138	27 173	1,987 6904 338	31 723	770 200	4 550
28	1,992 0561 311	27 219	1,992 0336 061	31 679	774 750	4 460
29	1,996 3988 530	27 262	1,996 3767 740	31 634	779 210	4 372
30	2,000 7415 792	27 305	2,000 7199 374	31 591	783 582	4 286
5,31	2,005 0843 097	43427 348	2,005 0630 965	43431 549	9,9999 787 868	4 201
32	2,009 4270 445	27 390	2,009 4062 514	31 507	792 069	4 117
33	2,013 7697 835	27 430	2,013 7494 021	31 466	796 186	4 036
34	2,018 1125 265	27 471	2,018 0925 487	31 426	800 222	3 955
35	2,022 4552 736	27 509	2,022 4356 913	31 387	804 177	3 878
5,36	2,026 7980 245	43427 548	2,026 7788 300	43431 348	9,9999 808 055	3 800
37	2,031 1407 793	27 585	2,031 1219 648	31 311	811 855	3 726
38	2,035 4835 378	27 623	2,035 4650 959	31 274	815 581	3 651
39	2,039 8263 001	27 658	2,039 8082 233	31 238	819 232	3 580
40	2,044 1690 659	27 694	2,044 1513 471	31 203	822 812	3 509
5,41	2,048 5118 353	43427 729	2,048 4944 674	43431 168	9,9999 826 321	3 439
42	2,052 8546 082	27 763	2,052 8375 842	31 133	829 760	3 370
43	2,057 1973 845	27 796	2,057 1806 975	31 101	833 130	3 305
44	2,061 5401 641	27 829	2,061 5238 076	31 067	836 435	3 238
45	2,065 8829 470	27 860	2,065 8669 143	31 036	839 673	3 176
5,46	2,070 2257 330	43427 893	2,070 2100 179	43431 004	9,9999 842 849	3 111
47	2,074 5685 223	27 923	2,074 5531 183	30 973	845 960	3 050
48	2,078 9113 146	27 953	2,078 8962 156	30 943	849 010	2 990
49	2,083 2541 099	27 983	2,083 2393 099	30 914	852 000	2 931
50	2,087 5969 082		2,087 5824 013		854 931	

k.	log. Cos. *k.*	D.	log. Sin. *k.*	D.	log. Tang. *k.*	D.
5,50	2,087 5969 082	43428 012	2,087 5824 013	43430 884	9,9999 854 931	2 872
5,51	2,091 9397 094	43428 040	2,091 9254 897	43430 857	9,9999 857 803	2 817
52	2,096 2825 134	28 069	2,096 2685 754	30 828	860 620	2 759
53	2,100 6253 203	28 095	2,100 6116 682	30 801	863 379	2 706
54	2,104 9681 298	28 123	2,104 9547 383	30 774	866 085	2 651
55	2,109 3109 421	28 148	2,109 2978 157	30 747	868 736	2 599
5,56	2,113 6537 569	43428 176	2,113 6408 904	43430 723	9,9999 871 335	2 547
57	2,117 9965 745	28 198	2,117 9839 627	30 696	873 882	2 498
58	2,122 3393 943	28 224	2,122 3274 323	30 672	876 380	2 448
59	2,126 6822 167	28 249	2,126 6700 995	30 648	878 828	2 399
60	2,131 0250 416	28 272	2,131 0131 643	30 624	881 227	2 352
5,61	2,135 3678 688	43428 296	2,135 3562 267	43430 601	9,9999 883 579	2 305
62	2,139 7106 984	28 318	2,139 6992 868	30 578	885 884	2 260
63	2,144 0535 302	28 341	2,144 0423 446	30 556	888 144	2 215
64	2,148 3963 643	28 363	2,148 3854 002	30 534	890 359	2 171
65	2,152 7392 006	28 384	2,152 7284 536	30 512	892 530	2 128
5,66	2,157 0820 390	43428 405	2,157 0715 048	43430 401	9,9999 894 658	2 086
67	2,161 4248 795	28 426	2,161 4145 539	30 471	896 744	2 045
68	2,165 7677 221	28 446	2,165 7576 010	30 450	898 789	2 004
69	2,170 1105 667	28 466	2,170 1006 460	30 430	900 793	1 964
70	2,174 4534 133	28 485	2,174 4436 890	30 411	902 757	1 926
5,71	2,178 7962 618	43428 505	2,178 7867 301	43430 392	9,9999 904 683	1 887
72	2,183 1391 123	28 523	2,183 1297 693	30 373	906 570	1 850
73	2,187 4819 646	28 542	2,187 4728 066	30 355	908 420	1 813
74	2,191 8248 188	28 559	2,191 8158 421	30 337	910 233	1 778
75	2,196 1676 747	28 577	2,196 1588 758	30 320	612 011	1 743
5,76	2,200 5105 324	43428 594	2,200 5019 078	43430 302	9,9999 913 754	1 708
77	2,204 8533 918	28 612	2,204 8449 380	30 285	915 462	1 673
78	2,209 1962 530	28 627	2,209 1879 665	30 268	917 135	1 641
79	2,213 5391 157	28 644	2,213 5309 933	30 253	918 776	1 609
80	2,217 8819 801	28 660	2,217 8740 186	30 236	920 385	1 576
5,81	2,222 2248 461	43428 676	2,222 2170 422	43430 221	9,9999 921 961	1 545
82	2,226 5677 137	28 691	2,226 5600 643	30 206	923 506	1 515
83	2,230 9105 828	28 706	2,230 9030 849	30 190	925 021	1 484
84	2,235 2534 534	28 720	2,235 2461 039	30 176	926 505	1 456
85	2,239 5963 254	28 735	2,239 5891 215	30 160	927 961	1 426
5,86	2,243 9391 989	43428 749	2,243 9321 376	43430 148	9,9999 929 387	1 399
87	2,248 2820 738	28 763	2,248 2751 524	30 133	930 786	1 370
88	2,252 6249 501	28 777	2,252 6181 657	30 120	932 156	1 343
89	2,256 9678 278	28 790	2,256 9611 777	30 107	933 499	1 317
90	2,261 3107 068	28 802	2,261 3041 884	30 093	934 816	1 291
5,91	2,265 6535 870	43428 816	2,265 6471 977	43430 081	9,9999 936 107	1 265
92	2,269 9964 686	28 828	2,269 9902 058	30 068	937 372	1 240
93	2,274 3393 514	28 841	2,274 3332 126	30 056	938 612	1 215
94	2,278 6822 355	28 852	2,278 6762 182	30 044	939 827	1 192
95	2,283 0251 207	28 864	2,283 0192 226	30 032	941 019	1 168
5,96	2,287 3680 071	43428 876	2,287 3622 258	43430 021	9,9999 942 187	1 145
97	2,291 7108 947	28 887	2,291 7052 279	30 009	943 332	1 122
98	2,296 0537 834	28 898	2,296 0482 288	29 998	944 454	1 100
99	2,300 3966 732	28 910	2,300 3912 286	29 988	945 554	1 078
6,00	2,304 7395 642		2,304 7342 274		946 632	

k.	log. Cof. *k*.	D.	log. Sin. *k*.	D.	log. Tang. *k*.	D.
6,00	2,304 7396 642	43428 919	2,304 7342 274	43429 976	9,99999 46 632	1 057
6,01	2,309 0824 561	43428 931	2,309 0772 250	43429 966	9,99999 47 689	1 035
02	2,313 4253 492	28 940	2,313 4202 216	29 956	48 724	1 016
03	2,317 7682 432	28 951	2,317 7632 172	29 946	49 740	0 996
04	2,322 1111 383	28 960	2,322 1062 118	29 936	50 735	0 976
05	2,326 4540 343	28 970	2,326 4492 054	29 926	51 711	0 956
6,06	2,330 7969 313	43428 980	2,330 7921 980	43429 917	9,99999 52 667	0 937
07	2,335 1398 293	28 989	2,335 1351 897	29 908	53 604	0 919
08	2,339 4827 282	28 998	2,339 4781 805	29 898	54 523	0 900
09	2,343 8256 280	29 007	2,343 8211 703	29 890	55 423	0 883
10	2,348 1685 287	29 015	2,348 1641 593	29 880	56 306	0 865
6,11	2,352 5114 302	43429 024	2,352 5071 473	43429 872	9,99999 57 171	0 848
12	2,356 8543 326	29 033	2,356 8501 345	29 864	58 019	0 831
13	2,361 1972 359	29 041	2,361 1931 209	29 856	58 850	0 815
14	2,365 5401 400	29 048	2,365 5361 065	29 847	59 665	0 799
15	2,369 8830 448	29 057	2,369 8790 912	29 840	60 464	0 783
6,16	2,374 2259 506	43429 065	2,374 2220 752	43429 832	9,99999 61 247	0 767
17	2,378 5688 570	29 072	2,378 5650 584	29 824	62 014	0 752
18	2,382 9117 642	29 079	2,382 9080 408	29 817	62 766	0 738
19	2,387 2546 721	29 087	2,387 2510 225	29 810	63 504	0 723
20	2,391 5975 808	29 094	2,391 5940 035	29 802	64 227	0 708
6,21	2,395 9404 902	43429 101	2,395 9369 837	43429 795	9,99999 64 935	0 694
22	2,400 2834 003	29 108	2,400 2799 632	29 789	65 629	0 681
23	2,404 6263 111	29 115	2,404 6229 421	29 782	66 310	0 667
24	2,408 9692 226	29 121	2,408 9659 203	29 775	66 977	0 654
25	2,413 3121 347	29 128	2,413 3088 978	29 768	67 631	0 640
6,26	2,417 6550 475	43429 134	2,417 6518 746	43429 763	9,99999 68 271	0 629
27	2,421 9979 609	29 140	2,421 9948 509	29 756	68 900	0 616
28	2,426 3408 749	29 146	2,426 3378 265	29 750	69 516	0 604
29	2,430 6837 895	29 153	2,430 6808 015	29 744	70 120	0 591
30	2,435 0267 048	29 158	2,435 0237 759	29 738	70 711	0 580
6,31	2,439 3696 206	43429 164	2,439 3667 497	43429 732	9,99999 71 291	0 568
32	2,443 7125 370	29 169	2,443 7097 229	29 727	71 859	0 558
33	2,448 0554 539	29 175	2,448 0526 956	29 722	72 417	0 547
34	2,452 3983 714	29 181	2,452 3956 678	29 715	72 964	0 534
35	2,456 7412 895	29 186	2,456 7386 393	29 711	73 498	0 525
6,36	2,461 0842 081	43429 191	2,461 0816 104	43429 706	9,99999 74 023	0 514
37	2,465 4271 272	29 196	2,465 4245 809	29 701	74 537	0 505
38	2,469 7600 468	29 201	2,469 7675 510	29 696	75 042	0 494
39	2,474 1129 669	29 206	2,474 1105 206	29 690	75 536	0 484
40	2,478 4558 875	29 211	2,478 4534 895	29 686	76 020	0 475
6,41	2,482 7988 086	43429 215	2,482 7964 581	43429 681	9,99999 76 495	0 466
42	2,487 1417 301	29 221	2,487 1394 262	29 676	76 961	0 456
43	2,491 4846 521	29 225	2,491 4823 938	29 672	77 417	0 447
44	2,495 8275 746	29 229	2,495 8253 610	29 667	77 864	0 438
45	2,500 1704 975	29 233	2,500 1683 277	29 663	78 302	0 430
6,46	2,504 5134 208	43429 238	2,504 5112 940	43429 659	9,99999 78 732	0 421
47	2,508 8563 446	29 242	2,508 8542 599	29 655	79 153	0 413
48	2,513 1992 688	29 246	2,513 1972 254	29 650	79 566	0 404
49	2,517 5411 934	29 250	2,517 5401 004	29 647	79 790	0 397
50	2,521 8851 184		2,521 8831 551		80 367	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
6,50	2,521 8851 184	43429 253	2,521 8831 551	43429 642	9,99999 80 367	389
6,51	2,526 2280 437	43429 258	2,526 2261 193	43429 639	9,99999 80 756	381
52	2,530 5709 696	29 261	2,530 5690 832	29 635	81 137	374
53	2,534 9138 956	29 266	2,534 9120 467	29 631	81 511	365
54	2,539 2568 222	29 268	2,539 2250 098	29 628	81 876	360
55	2,543 5997 490	29 273	2,543 5979 726	29 624	82 236	351
6,56	2,547 9420 763	43429 275	2,547 9409 350	43429 620	9,99999 82 587	345
57	2,552 2856 038	29 280	2,552 2838 970	29 618	82 932	338
58	2,556 6285 318	29 282	2,556 6268 588	29 613	83 270	331
59	2,560 9714 600	29 286	2,560 9698 201	29 611	83 601	325
60	2,565 3143 886	29 289	2,565 3127 812	29 607	83 926	318
6,61	2,569 6573 175	43429 292	2,569 6557 419	43429 604	9,99999 84 244	312
62	2,574 0002 467	29 296	2,573 9987 023	29 602	84 556	306
63	2,578 3431 763	29 298	2,578 3416 625	29 598	84 862	300
64	2,582 6861 061	29 301	2,582 6846 223	29 596	85 162	294
65	2,587 0290 362	29 304	2,587 0275 818	29 592	85 456	288
6,66	2,591 3719 666	43429 307	25,91 3705 410	43429 589	9,99999 85 744	282
67	2,595 7148 973	29 310	2,595 7134 999	29 587	86 026	277
68	2,600 0578 283	29 313	2,600 0564 586	29 583	86 303	270
69	2,604 4007 596	29 315	2,604 3994 169	29 582	86 573	267
70	2,608 7436 911	29 318	2,608 7423 751	29 578	86 840	260
6,71	2,613 0866 229	43429 320	2,613 0853 329	43429 576	9,99999 87 100	256
72	2,617 4295 549	29 323	2,617 4282 905	29 573	87 356	250
73	2,621 7724 872	29 326	2,621 7712 478	29 571	87 606	245
74	2,626 1154 198	29 328	2,626 1142 049	29 569	87 851	241
75	2,630 4583 526	29 330	2,630 4571 618	29 566	88 092	236
6,76	2,634 8012 856	43429 333	2,634 8001 184	43429 564	9,99999 88 328	231
77	2,639 1442 189	29 335	2,639 1430 748	29 561	88 559	226
78	2,643 4871 524	29 337	2,643 4860 309	29 559	88 785	222
79	2,647 8300 861	29 339	2,647 8289 868	29 557	89 007	218
80	2,652 1730 200	29 342	2,652 1719 425	29 555	89 225	213
6,81	2,656 6159 542	43429 343	2,656 5148 980	43429 553	9,99999 89 438	210
82	2,660 8588 885	29 346	2,660 8579 533	29 551	89 648	205
83	2,665 2018 231	29 348	2,665 2008 084	29 548	89 853	200
84	2,669 5447 579	29 349	2,669 5437 632	29 547	90 053	198
85	2,673 8876 928	29 352	2,673 8867 179	29 545	90 251	193
6,86	2,678 2306 280	43429 354	2,678 2296 724	43429 543	9,99999 90 444	189
87	2,682 5735 634	29 355	2,682 5726 267	29 540	90 633	185
88	2,686 9164 989	29 357	2,686 9155 807	29 540	90 818	183
89	2,691 2594 346	29 360	2,691 2585 347	29 537	91 001	177
90	2,695 6023 706	29 360	2,695 6014 884	29 535	91 178	175
6,91	2,699 9453 066	43429 363	2,699 9444 419	43429 534	9,99999 91 353	171
92	2,704 2882 429	29 364	2,704 2873 953	29 532	91 524	168
93	2,708 6311 793	29 366	2,708 6303 485	29 531	91 692	165
94	2,712 9741 159	29 368	2,712 9733 016	29 529	91 857	161
95	2,717 3170 527	29 369	2,717 3162 545	29 527	92 018	158
6,96	2,721 6599 896	43429 371	2,721 6592 072	43429 525	9,99999 92 176	154
97	2,726 0029 267	29 372	2,726 0021 597	29 524	92 330	152
98	2,730 3458 639	29 374	2,730 3451 121	29 523	92 482	149
99	2,734 6888 013	29 375	2,734 6880 644	29 521	92 631	146
7,00	2,739 0317 388		2,739 0310 166		92 777	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
7,00	2,739 0317 388	43429 376	2,739 0310 165	43429 520	9,999 999 2 777	144
7,01	2,743 3746 764	43429 379	2,743 3739 685	43429 518	9,999 999 2 921	139
02	2,747 7176 143	29 379	2,747 7169 203	29 517	3 060	138
03	2,752 0606 522	29 381	2,752 0598 720	29 516	3 198	135
04	2,756 4034 903	29 382	2,756 4028 236	29 514	3 333	132
05	2,760 7464 285	29 384	2,760 7457 760	29 513	3 465	129
7,06	2,765 0893 669	43429 384	2,765 0887 263	43429 511	9,999 999 3 594	127
07	2,769 4323 053	29 386	2,769 4316 774	29 511	3 721	125
08	2,773 7752 439	29 388	2,773 7746 285	29 509	3 846	121
09	2,778 1181 827	29 388	2,778 1175 794	29 508	3 967	120
10	2,782 4611 215	29 390	2,782 4605 302	29 507	4 087	117
7,11	2,786 8040 605	43429 391	2,782 8034 809	43429 505	9,999 999 4 204	114
12	2,791 1469 996	29 392	2,791 1464 314	29 505	4 318	113
13	2,795 4899 388	29 393	2,795 4893 819	29 503	4 431	110
14	2,799 8328 781	29 394	2,799 8323 322	29 502	4 541	108
15	2,804 1758 175	29 395	2,804 1752 824	29 501	4 649	106
7,16	2,808 5187 570	43429 396	2,808 5182 325	43429 500	9,999 999 4 755	104
17	2,812 8616 966	29 398	2,812 8611 825	29 500	4 859	102
18	2,817 2046 364	29 398	2,817 2041 325	29 498	4 961	100
19	2,821 5475 762	29 399	2,821 5470 823	29 497	5 061	98
20	2,825 8905 161	29 400	2,825 8900 320	29 496	5 159	96
7,21	2,830 2334 561	43429 402	2,830 2329 816	43429 495	9,999 999 5 255	93
22	2,834 5763 963	29 402	2,834 5759 311	29 494	5 348	92
23	2,838 9193 365	29 403	2,838 9188 805	29 493	5 440	90
24	2,843 2620 768	29 404	2,843 2618 298	29 493	5 530	89
25	2,847 6052 172	29 405	2,847 6047 791	29 492	5 619	87
7,26	2,851 9481 577	43429 405	2,851 9477 283	43429 490	9,999 999 5 706	85
27	2,856 2910 982	29 407	2,856 2906 773	29 490	5 791	83
28	2,860 6340 389	29 407	2,860 6336 263	29 489	5 874	82
29	2,864 9769 796	29 408	2,864 9765 752	29 488	5 956	80
30	2,869 3199 204	29 409	2,869 3195 240	29 488	6 036	79
7,31	2,873 6628 613	43429 410	2,873 6624 728	43429 487	9,999 999 6 115	77
32	2,878 0058 023	29 410	2,878 0054 215	29 485	6 192	75
33	2,882 3487 433	29 412	2,882 3483 700	29 485	6 267	73
34	2,886 6916 845	29 412	2,886 6913 185	29 485	6 340	73
35	2,891 0346 257	29 412	2,891 0342 670	29 484	6 413	72
7,36	2,895 3775 669	43426 414	2,895 3772 154	43429 483	9,999 999 6 485	69
37	2,899 7205 083	29 414	2,899 7201 637	29 482	6 554	68
38	2,904 0634 497	29 414	2,904 0631 119	29 482	6 622	68
39	2,908 4063 911	29 416	2,908 4060 601	29 481	6 690	65
40	2,912 7493 327	29 416	2,912 7490 082	29 480	6 755	64
7,41	2,917 0922 743	43429 417	2,917 0919 562	43429 480	9,999 999 6 819	63
42	2,921 4362 160	29 417	2,921 4349 042	29 479	6 882	62
43	2,925 7781 577	29 418	2,925 7778 521	29 478	6 944	60
44	2,930 1210 995	29 418	2,930 1207 999	29 478	7 004	60
45	2,934 4640 413	29 419	2,934 4637 477	29 477	7 064	58
7,46	2,938 8069 832	43429 420	2,938 8066 954	43429 477	9,999 999 7 122	57
47	2,943 1499 252	29 420	2,943 1496 431	29 476	7 179	56
48	2,947 4928 672	29 421	2,947 4925 907	29 476	7 235	55
49	2,951 8358 093	29 422	2,951 8355 383	29 475	7 290	53
50	2,956 1787 515		2,956 1784 858		7 343	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
7,50	2,956 1787 515	43429 422	2,956 1784 858	43429 474	9,999 999 7 343	52
7,51	2,960 5216 937	43429 422	2,960 5214 332	43429 474	9,999 999 7 396	52
52	2,964 8646 359	29 423	2,964 8643 806	29 474	7 444	51
53	2,969 2075 782	29 423	2,969 2073 280	29 472	7 498	49
54	2,973 5505 205	29 424	2,073 5502 752	29 473	7 547	49
55	2,977 8934 629	29 425	2,977 8932 225	29 472	7 596	47
7,56	2,982 2364 054	43429 424	2,982 2361 697	43429 471	9,999 999 7 643	47
57	2,986 5793 478	29 426	2,986 5791 168	29 472	7 690	46
58	2,990 9222 904	29 426	2,990 9220 640	29 470	7 736	44
59	2,995 2652 330	29 426	2,995 2650 110	29 470	7 780	44
60	2,999 6081 756	29 426	2,999 6079 580	29 470	7 824	44
7,61	3,003 9511 182	43429 428	3,003 9509 060	43429 469	9,999 999 7 868	41
62	3,008 2940 610	29 427	3,008 2938 519	29 469	7 909	42
63	3,012 6370 037	29 428	3,012 6367 988	29 469	7 951	41
64	3,016 9799 465	29 428	3,016 9797 457	29 468	7 992	40
65	3,021 3228 893	29 429	3,021 3226 925	29 467	8 032	38
7,66	3,025 6658 322	43429 429	3,025 6656 392	43429 468	9,999 999 8 070	39
67	3,030 0087 751	29 429	3,030 0084 860	29 467	8 109	38
68	3,034 3517 180	29 430	3,034 3514 327	29 466	8 147	36
69	3,038 6946 610	29 430	3,038 6943 703	29 466	8 183	36
70	3,043 0376 040	29 431	3,043 0373 259	29 466	8 219	35
7,71	3,047 3805 471	43429 431	3,047 3802 725	43429 466	9,999 999 8 254	35
72	3,051 7234 902	29 432	3,051 7232 191	29 465	8 289	33
73	3,056 0664 334	29 431	3,056 0661 656	29 465	8 322	34
74	3,060 4093 765	29 432	3,060 4091 121	29 464	8 356	32
75	3,064 7523 197	29 432	3,064 7520 585	29 464	8 388	32
7,76	3,069 0952 629	43429 432	3,069 0950 049	43429 464	9,999 999 8 420	32
77	3,073 4382 061	29 433	3,073 4379 513	29 464	8 452	31
78	3,077 7811 494	29 433	3,077 7808 977	29 463	8 483	30
79	3,082 1240 927	29 434	3,082 1238 440	29 463	8 513	29
80	3,086 4670 361	29 434	3,086 4668 903	29 462	8 542	28
7,81	3,090 8099 795	43429 434	3,090 8098 365	43429 463	9,999 999 8 570	29
82	3,095 1529 229	29 434	3,095 1527 828	29 462	8 599	28
83	3,099 4958 663	29 435	3,099 4957 290	29 461	8 627	26
84	3,103 8388 098	29 434	3,103 8386 751	29 462	8 653	28
85	3,108 1817 532	29 435	3,108 1816 213	29 461	8 681	26
7,86	3,112 5246 967	43429 436	3,112 5245 674	43429 461	9,999 999 8 707	25
87	3,116 8676 403	29 436	3,116 8675 135	29 461	8 732	25
88	3,121 2105 839	29 436	3,121 2104 596	29 461	8 757	25
89	3,125 5535 275	29 436	3,125 5534 057	29 460	8 782	24
90	3,129 8964 711	29 436	3,129 8963 517	29 460	8 806	24
7,91	3,134 2394 147	43429 437	3,134 2392 977	43429 460	9,999 999 8 830	23
92	3,138 5823 584	29 437	3,138 5822 437	29 459	8 853	22
93	3,142 9253 021	29 436	3,142 9251 896	29 459	8 875	23
94	3,147 2682 457	29 438	3,147 2681 355	29 460	8 898	22
95	3,151 6111 895	29 437	3,151 6110 815	29 458	8 920	21
7,96	3,155 9541 332	43429 438	3,155 9540 273	43429 459	9,999 999 8 941	21
97	3,160 2970 770	29 438	3,160 2969 732	29 459	8 962	21
98	3,164 6400 208	29 438	3,164 6399 191	29 458	8 983	20
99	3,168 9829 646	29 438	3,168 9828 649	29 458	9 003	20
8,00	3,173 3259 084		3,173 3258 107		9 023	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
8,00	3,173 3259 084	43429 439	3,173 3258 107	43429 459	9,999 9999 023	
8,01	3,177 6688 523	43429 439	3,177 6687 565	43429 458	9,999 9909 042	
02	3,182 0117 962	439	3,182 0117 023	457	061	
03	3,186 3547 400	439	3,186 3546 480	457	080	
04	3,190 6976 839	440	3,190 6975 937	458	098	
05	3,195 0406 279	439	3,195 0405 395	457	116	
8,06	3,199 3835 718	43429 440	3,199 3834 852	43429 456	9,999 9999 134	
07	3,203 7265 158	439	3,203 7264 308	457	150	
08	3,208 0694 597	440	3,208 0693 765	456	168	
09	3,212 4124 037	440	3,212 4123 221	457	184	
10	3,216 7553 477	440	3,216 7552 678	456	201	
8,11	3,221 0982 917	43429 441	3,221 0982 134	43429 456	9,999 9999 217	
12	3,225 4412 358	440	3,225 4411 590	456	232	
13	3,229 7841 798	441	3,229 7841 046	455	248	
14	3,234 1271 239	441	3,234 1270 501	456	262	
15	3,238 4700 680	441	3,238 4699 957	455	277	
8,16	3,242 8130 121	43429 441	3,242 8129 412	43429 456	9,999 9999 291	
17	3,247 1559 562	442	3,247 1558 867	455	306	
18	3,251 4989 004	441	3,251 4988 322	455	318	
19	3,255 8418 445	442	3,255 8417 777	455	332	
20	3,260 1847 887	442	3,260 1847 232	455	345	
8,21	3,264 5277 329	43429 442	3,264 5276 687	43429 454	9,999 9999 358	
22	3,268 8706 771	441	3,268 8706 141	455	370	
23	3,273 2136 212	442	3,273 2135 596	454	384	
24	3,277 5566 654	443	3,277 5565 050	454	396	
25	3,281 8995 097	442	3,281 8994 504	454	407	
8,26	3,286 2424 539	43429 442	3,286 2423 958	43429 454	9,999 9999 419	
27	3,290 5853 981	443	3,290 5853 412	454	431	
28	3,294 9283 424	442	3,294 9282 866	454	442	
29	3,299 2712 866	443	3,299 2712 320	454	454	
30	3,303 6142 309	443	3,303 6141 774	453	466	
8,31	3,307 9571 752	43429 443	3,307 9571 227	43429 454	9,999 9999 476	
32	3,312 3001 196	443	3,312 3000 681	453	486	
33	3,316 6430 638	443	3,316 6430 134	453	496	
34	3,320 9860 081	444	3,320 9859 587	453	506	
35	3,325 3289 525	443	3,325 3289 040	453	515	
8,36	3,329 6718 968	43429 444	3,329 6718 493	43429 453	9,999 9999 525	
37	3,334 0148 412	443	3,334 0147 946	453	534	
38	3,338 3577 855	444	3,338 3577 399	452	544	
39	3,342 7007 299	444	3,342 7006 851	453	552	
40	3,347 0436 743	444	3,347 0436 304	452	561	
8,41	3,351 3866 187	43429 444	3,351 3865 756	43429 453	9,999 9999 569	
42	3,355 7295 631	444	3,355 7295 209	452	578	
43	3,360 0725 075	444	3,360 0724 661	452	586	
44	3,364 4154 519	444	3,364 4154 113	452	594	
45	3,368 7583 963	444	3,368 7583 565	452	602	
8,46	3,373 1013 407	43429 445	3,373 1013 017	43429 453	9,999 9999 610	
47	3,377 4442 852	444	3,377 4442 470	452	618	
48	3,381 7872 296	445	3,381 7871 922	451	626	
49	3,386 1301 741	444	3,386 1301 373	452	632	
50	3,390 4731 186		3,390 4730 825		640	

k.	log. Cos. *k.*	D.	log. Sin. *k.*	D.	log. Tang. *k.*	D.
8,50	3,390 4731 185	43429 445	3,390 4730 825	43429 452	9,999 9999 640	
8,51	3,394 8160 630	43429 444	3,394 8160 277	43429 452	9,999 9999 647	
52	3,399 1590 074	445	3,399 1589 729	452	655	
53	3,403 5019 519	445	3,403 5019 181	451	662	
54	3,407 8448 964	445	3,407 8448 632	452	668	
55	3,412 1878 409	445	3,412 1878 084	451	675	
8,56	3,416 5307 854	43429 445	3,416 5307 535	43429 451	9,999 9999 681	
57	3,420 8737 299	445	3,420 8736 986	452	687	
58	3,425 2166 744	445	3,425 2166 438	452	694	
59	3,429 5596 189	445	3,429 5595 889	451	700	
60	3,433 9025 634	446	3,433 9025 340	451	706	
8,61	3,438 2455 080	43429 445	3,438 2454 791	43429 451	9,999 9999 711	
62	3,442 5884 525	445	3,442 5884 242	451	717	
63	3,446 9313 970	446	3,446 9313 693	451	723	
64	3,451 2743 416	445	3,451 2743 144	451	728	
65	3,455 6172 861	446	3,455 6172 595	451	734	
8,66	3,459 9602 307	43429 445	3,459 9602 046	43429 451	9,999 9999 739	
67	3,464 3031 752	446	3,464 3031 497	450	745	
68	3,468 6461 198	446	3,468 6460 947	451	749	
69	3,472 9890 644	445	3,472 9890 398	461	754	
70	3,477 3320 089	446	3,477 3319 849	460	760	
8,71	3,481 6749 535	43429 446	3,481 6749 299	43429 451	9,999 9999 764	
72	3,486 0178 981	446	3,486 0178 750	451	769	
73	3,490 3608 427	446	3,490 3608 201	450	774	
74	3,494 7037 873	446	3,494 7037 651	450	778	
75	3,499 0467 319	446	3,499 0467 101	451	782	
8,76	3,503 3896 765	43429 440	3,503 3896 552	43429 450	9,999 9999 787	
77	3,507 7326 211	446	3,507 7326 002	450	791	
78	3,512 0755 657	446	3,512 0755 452	459	795	
79	3,516 4185 103	447	3,516 4184 902	450	799	
80	3,520 7614 550	446	3,520 7614 352	450	802	
8,81	3,525 1043 996	43429 446	3,525 1043 802	43429 451	9,959 9999 806	
82	3,529 4473 442	446	3,529 4473 253	450	811	
83	3,533 7902 888	440	3,533 7902 703	450	815	
84	3,538 1332 334	447	3,538 1332 153	450	819	
85	3,542 4761 781	446	3,542 4761 603	450	822	
8,86	3,546 8191 227	43429 446	3,546 8191 053	43429 450	9,999 9999 826	
87	3,551 1620 673	447	3,551 1620 503	450	830	
88	3,555 5050 120	446	3,555 5049 953	450	833	
89	3,559 8479 566	447	3,559 8479 403	450	837	
90	3,564 1909 013	446	3,564 1908 853	44	840	
8,91	3,568 5338 459	43429 447	3,568 5338 302	43429 450	9,999 9999 843	
92	3,572 8767 906	447	3,572 8767 752	450	846	
93	3,577 2197 353	446	3,577 2197 202	450	849	
94	3,581 5626 799	447	3,581 5626 652	449	853	
95	3,586 9056 246	447	3,585 9056 101	460	855	
8,96	3,590 2485 693	43429 447	3,590 2485 551	43429 449	9,999 9999 858	
97	3,594 5915 140	447	3,594 5915 000	450	860	
98	3,598 9344 587	447	3,598 9344 450	449	863	
99	3,603 2774 034	447	3,603 2773 899	450	865	
9,00	3,607 6203 481		3,607 6203 349		868	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
9,00	3,607 6203 481	43429 447	3,607 6203 349	43429 449	9,999 9999 868	
9,01	3,611 9632 928	43429 447	3,611 9632 798	43429 450	9,999 9999 870	
02	3,616 3062 375	446	3,616 3062 248	449	873	
03	3,620 6491 821	447	3,620 6491 687	450	876	
04	3,624 9921 268	447	3,624 9921 147	449	879	
05	3,629 3350 715	447	3,629 3350 596	449	881	
9,06	3,633 6780 162	43429 447	3,633 6780 045	43429 450	9,099 9999 883	
07	3,638 0209 609	447	3,638 0209 495	449	886	
08	3,642 3639 056	447	3,642 3638 944	449	888	
09	3,646 7068 503	448	3,646 7068 383	450	890	
10	3,651 0497 951	447	3,651 0497 843	449	892	
9,11	3,655 3927 398	43429 447	3,655 3927 292	43429 449	9,999 9999 894	
12	3,659 7356 845	447	3,659 7356 741	450	896	
13	3,664 0786 292	447	3,664 0786 191	449	899	
14	3,668 4215 739	447	3,668 4215 640	449	901	
15	3,672 7645 186	448	3,672 7645 089	449	903	
9,16	3,677 1074 634	43429 447	3,677 1074 538	43429 449	9,099 9999 904	
17	3,681 4504 081	447	3,681 4503 987	449	906	
18	3,685 7933 528	447	3,685 7933 436	449	908	
19	3,690 1362 975	448	3,690 1362 885	449	910	
20	3,694 4792 423	447	3,694 4792 334	449	911	
9,21	3,698 8221 870	43429 448	3,698 8221 783	43429 449	9,999 9999 913	
22	3,703 1651 318	447	3,703 1651 232	449	914	
23	3,707 5080 765	447	3,707 5080 681	450	916	
24	3,711 8510 212	448	3,711 8510 131	449	919	
25	3,716 1939 660	447	3,716 1939 580	449	920	
9,26	3,720 5369 107	43429 448	3,720 5369 029	43429 449	9,999 9999 922	
27	3,724 8798 555	447	3,724 8798 478	449	923	
28	3,729 2228 002	448	3,729 2227 927	449	925	
29	3,733 5657 450	447	3,733 5657 376	449	926	
30	3,737 9086 807	448	3,737 9086 825	449	928	
9,31	3,742 2516 345	43429 447	3,742 2516 274	43429 448	9,909 9999 929	
32	3,746 5945 792	448	3,746 5945 722	449	930	
33	3,750 9375 240	447	3,750 9375 171	449	931	
34	3,755 2804 687	448	3,755 2804 620	449	933	
35	3,759 6234 135	447	3,759 6234 069	449	934	
9,36	3,763 9663 582	43429 448	3,763 9663 518	43429 449	9,999 9999 936	
37	3,768 3093 030	447	3,768 3092 967	448	937	
38	3,772 6522 477	448	3,772 6522 415	449	938	
39	3,776 9951 925	447	3,776 9951 864	449	939	
40	3,781 3381 372	448	3,781 3381 313	448	941	
9,41	3,785 6810 820	43429 447	3,785 6810 761	43429 449	9,999 9999 941	
42	3,790 0240 267	448	3,790 0240 210	449	943	
43	3,794 3669 715	448	3,794 3669 659	449	944	
44	3,798 7099 163	448	3,798 7099 108	449	945	
45	3,803 0528 611	447	3,803 0528 557	448	946	
9,46	3,807 3958 068	43429 448	3,807 3958 006	43429 449	9,999 9999 947	
47	3,811 7387 506	448	3,811 7387 454	449	948	
48	3,816 0816 964	447	3,816 0816 903	449	949	
49	3,820 4246 401	448	3,820 4246 352	448	951	
50	3,824 7675 849		3,824 7675 800		951	

k.	log. Cos. *k.*	D.	log. Sin. *k.*	D.	log. Tang. *k.*	D.
9,50	3,824 7675 849	43429 448	3,824 7675 800	43429 449	9,999 9999 951	
9,51	3,829 1105 297	43429 447	3,829 1105 240	43429 449	9,999 9999 952	
52	3,833 4534 744	448	3,833 4534 698	448	954	
53	3,837 7964 192	448	3,837 7964 146	449	954	
54	3,842 1393 640	448	3,842 1393 595	448	955	
55	3,846 4823 088	447	3,846 4823 043	449	955	
9,56	3,850 8252 535	43429 447	3,850 8252 492	43429 449	9,999 9999 957	
57	3,855 1681 983	448	3,855 1681 941	448	958	
58	3,859 5111 431	447	3,859 5111 389	449	958	
59	3,863 8540 878	448	3,863 8540 838	448	960	
60	3,868 1970 326	448	3,868 1970 286	449	960	
9,61	3,872 5399 774	43429 448	3,872 5399 735	43429 448	9,999 9999 961	
62	3,876 8829 222	447	3,876 8829 183	448	961	
63	3,881 2258 669	448	3,881 2258 632	449	963	
64	3,885 5688 117	448	3,885 5688 081	449	964	
65	3,889 9117 565	448	3,889 9117 529	449	964	
9,66	3,894 2547 013	43429 448	3,894 2546 978	43429 448	9,999 9999 965	
67	3,898 5976 461	448	3,898 5976 426	449	965	
68	3,902 9405 909	447	3,902 9405 875	449	966	
69	3,907 2835 356	448	3,907 2835 324	448	968	
70	3,911 6264 804	448	3,911 6264 772	449	968	
9,71	3,915 9694 252	43429 448	3,915 9694 221	43429 448	9,999 9999 969	
72	3,920 3123 700	448	3,920 3123 669	449	969	
73	3,924 6553 148	448	3,924 6553 118	448	970	
74	3,928 9982 596	448	3,928 9982 566	449	970	
75	3,933 3412 044	448	3,933 3412 015	448	971	
9,76	3,937 6841 492	43429 448	3,937 6841 463	43429 448	9,999 9999 971	
77	3,942 0270 940	448	3,942 0270 911	449	971	
78	3,946 3700 388	447	3,946 3700 360	448	972	
79	3,950 7129 835	448	3,950 7129 808	449	973	
80	3,955 0559 283	448	3,955 0559 257	448	974	
9,81	3,959 3988 731	43429 448	3,959 3988 705	43429 449	9,999 9999 974	
82	3,963 7418 179	448	3,963 7418 154	448	975	
83	3,968 0847 627	448	3,968 0847 602	449	975	
84	3,972 4277 075	448	3,972 4277 051	448	976	
85	3,976 7706 523	448	3,976 7706 499	449	976	
9,86	3,981 1435 971	43429 448	3,981 1135 948	43429 448	9,999 9999 977	
87	3,985 4565 419	448	3,985 4565 396	448	977	
88	3,989 7794 867	448	3,989 7994 844	449	977	
89	3,994 1424 315	448	3,994 1424 293	448	978	
90	3,998 4853 763	448	3,998 4853 741	449	978	
9,91	4,002 8283 211	43429 448	4,002 8283 190	43429 448	9,999 9999 979	
92	4,007 1712 659	448	4,007 1712 638	448	979	
93	4,011 5142 107	448	4,011 5142 086	449	979	
94	4,015 8571 555	448	4,015 8571 535	448	980	
95	4,020 2001 003	448	4,020 2000 983	448	980	
9,96	4,024 5430 451	43429 448	4,024 5430 431	43429 449	9,999 9999 980	
97	4,028 8859 899	448	4,028 8859 880	448	981	
98	4,033 2289 347	448	4,033 2289 328	448	981	
99	4,037 5718 795	448	4,037 5718 776	449	981	
10,00	4,041 9148 243		4,041 9148 225		982	

k.	log. Cof. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
10,00	4,041 9148 243	43429 448	4,041 9148 225	43429 448	9,999 9999 982	
10,01	4,046 2577 691	43429 448	4,046 2577 673	43429 449	9,999 9999 982	
02	4,050 6007 139	448	4,050 6007 122	448	983	
03	4,054 9436 587	448	4,054 9436 570	448	983	
04	4,059 2866 035	448	4,059 2866 018	449	983	
05	4,063 6295 483	448	4,063 6295 467	448	984	
10,06	4,067 9724 931	43429 448	4,067 9724 916	43429 449	9,999 9999 984	
07	4,072 3154 379	448	4,072 3154 364	448	985	
08	4,076 6583 827	448	4,076 6583 812	448	985	
09	4,081 0013 275	448	4,081 0013 260	449	985	
10	4,085 3442 723	448	4,085 3442 709	448	986	
10,11	4,089 6872 171	43429 448	4,089 6872 157	43429 448	9,999 9999 986	
12	4,094 0301 619	448	4,094 0301 605	448	986	
13	4,098 3731 067	448	4,098 3731 053	449	986	
14	4,102 7160 515	448	4,102 7160 502	448	987	
15	4,107 0589 963	448	4,107 0589 950	448	987	
10,16	4,111 4019 411	43420 448	4,111 4019 398	43429 449	9,999 9999 987	
17	4,115 7448 859	448	4,115 7448 847	448	988	
18	4,120 0878 307	448	4,120 0878 295	448	988	
19	4,124 4307 755	449	4,124 4307 743	449	988	
20	4,128 7737 204	448	4,128 7737 192	448	988	
10,21	4,133 1166 652	43429 448	4,133 1166 640	43429 448	9,999 9999 988	
22	4,137 4696 100	448	4,137 4596 088	448	988	
23	4,141 8025 548	448	4,141 8025 536	449	988	
24	4,146 1464 996	448	4,146 1454 985	448	989	
25	4,150 4884 444	448	4,150 4884 433	448	989	
10,26	4,154 8313 892	43429 448	4,154 8313 881	43429 449	9,999 9999 989	
27	4,169 1743 340	448	4,159 1743 330	448	989	
28	4,163 5172 788	448	4,163 5172 778	448	990	
29	4,167 8602 236	449	4,167 8602 226	449	990	
30	4,172 2031 685	448	4,172 2031 675	448	990	
10,31	4,176 5461 133	43429 448	4,176 5461 123	43429 448	9,999 9999 990	
32	4,180 8890 581	448	4,180 8890 571	448	990	
33	4,185 2320 029	448	4,185 2320 019	449	990	
34	4,189 5749 477	448	4,189 5749 468	448	991	
35	4,193 9178 925	448	4,193 9178 916	448	991	
10,36	4,198 2608 373	43429 448	4,198 2608 364	43429 449	9,999 9999 991	
37	4,202 6037 821	448	4,202 6037 813	448	992	
38	4,206 9467 269	448	4,206 9467 261	448	992	
39	4,211 2896 717	448	4,211 2806 709	448	992	
40	4,215 6326 165	448	4,215 6326 157	449	992	
10,41	4,219 9755 613	43429 449	4,219 9755 606	43429 448	9,990 0999 992	
42	4,224 3185 062	448	4,224 3185 054	448	992	
43	4,228 6614 510	448	4,228 6614 502	448	992	
44	4,233 0043 958	448	4,233 0043 950	449	992	
45	4,237 3473 406	448	4,237 3473 399	448	993	
10,46	4,241 6902 854	43429 448	4,241 6902 847	43429 448	9,999 9999 993	
47	4,246 0332 302	448	4,246 0332 295	448	993	
48	4,250 3761 750	448	4,250 3761 743	449	993	
49	4,254 7191 198	449	4,254 7191 192	448	993	
50	4,259 0620 647		4,259 0620 640		993	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
10,50	4,259 0620 647	43429 448	4,259 0620 640	43429 448	9,999 9999 993	
10,51	4,263 4050 095	43429 448	4,263 4050 088	43429 448	9,999 9999 993	
52	4,267 7479 543	448	4,267 7479 536	449	993	
53	4,272 0908 991	448	4,272 0908 985	448	994	
54	4,276 4338 439	448	4,276 4338 433	448	994	
55	4,280 7767 887	448	4,280 7767 881	448	994	
10,56	4,285 1197 335	43429 448	4,285 1197 329	43429 449	9,999 9999 994	
67	4,289 4626 783	449	4,289 4626 778	448	994	
58	4,293 8056 232	448	4,293 8056 226	448	994	
59	4,298 1485 680	448	4,298 1485 674	448	994	
60	4,302 4915 128	448	4,302 4915 122	449	994	
10,61	4,306 8344 576	43429 448	4,306 8344 571	43429 448	9,999 9999 995	
62	4,311 1774 024	448	4,311 1774 019	448	995	
63	4,315 5203 472	448	4,315 5203 467	449	995	
64	4,319 8632 920	448	4,319 8632 916	448	996	
65	4,324 2062 368	448	4,324 2062 364	448	996	
10,66	4,328 5491 816	43429 449	4,328 5491 812	43429 449	9,999 9999 996	
67	4,332 8921 265	448	4,332 8921 261	448	996	
68	4,337 2350 713	448	4,337 2350 709	448	996	
69	4,341 5780 161	448	4,341 5780 157	448	996	
70	4,345 9209 609	448	4,345 9209 605	448	996	
10,71	4,350 2639 057	43429 448	4,350 2639 053	43429 449	9,999 9999 996	
72	4,354 6068 505	448	4,354 6068 502	448	996	
73	4,358 9497 953	449	4,358 9497 950	448	996	
74	4,363 2927 402	448	4,363 2927 398	448	996	
75	4,367 6356 850	448	4,367 6356 846	448	996	
10,76	4,371 9786 298	43429 448	4,371 9786 294	43429 449	9,999 9999 996	
77	4,376 3215 746	448	4,376 3215 743	448	996	
78	4,380 6645 194	449	4,380 6645 191	448	996	
79	4,385 0074 643	448	4,385 0074 639	448	996	
80	4,389 3504 091	448	4,389 3504 087	448	996	
10,81	4,393 6933 539	43429 448	4,393 6933 535	43429 449	9,999 9999 996	
82	4,398 0362 987	448	4,398 0362 984	448	997	
83	4,402 3792 435	448	4,402 3792 432	448	997	
84	4,406 7221 883	449	4,406 7221 880	448	997	
85	4,411 0651 332	448	4,411 0661 328	448	997	
10,86	4,415 4080 780	43429 448	4,415 4080 776	43429 449	9,999 9999 997	
87	4,419 7510 228	448	4,419 7510 225	448	997	
88	4,424 0939 676	448	4,424 0939 673	448	997	
89	4,428 4369 124	448	4,428 4369 121	448	997	
90	4,432 7798 572	448	4,432 7798 569	449	997	
10,91	4,437 1228 020	43429 440	4,437 1228 018	43429 448	9,999 9999 907	
92	4,441 4657 469	448	4,441 4657 466	448	997	
93	4,445 8086 917	448	4,445 8086 914	448	997	
94	4,450 1516 365	448	4,450 1516 362	448	997	
95	4,454 4945 813	448	4,454 4945 810	449	997	
10,96	4,458 8375 261	43429 448	4,458 8375 259	43429 448	9,999 9999 998	
97	4,463 1804 709	449	4,463 1804 707	448	998	
98	4,467 5234 158	448	4,467 5234 155	448	998	
99	4,471 8663 606	448	4,471 8663 603	449	998	
11,00	4,476 2093 054		4,476 2093 052		998	

k.	log. Cos. *k.*	D.	log. Sin. *k.*	D.	log. Tang. *k.*	D.
11,00	4,476 2093 054	43429 448	4,476 2093 052	43429 448	9,999 9999 998	
11,01	4,480 5522 502	43429 448	4,480 5522 500	43429 448	9,999 9999 998	
02	4,484 8951 950	449	4,484 8951 948	448	998	
03	4,489 2381 399	448	4,489 2381 396	448	998	
04	4,493 5810 847	448	4,493 5810 844	449	998	
05	4,497 9240 295	448	4,497 9240 293	448	998	
11,06	4,502 2669 743	43429 448	4,502 2669 741	43429 448	9,999 9999 998	
07	4,506 6099 191	448	4,506 6099 189	448	998	
08	4,510 9528 639	449	4,510 9528 637	448	998	
09	4,515 2958 088	448	4,515 2958 085	449	998	
10	4,519 6387 536	448	4,519 6387 534	448	998	
11,11	4,523 9816 984	43429 448	4,523 9816 982	43429 448	9,999 9999 998	
12	4,528 3246 432	448	4,528 3246 430	448	998	
13	4,532 6675 880	448	4,532 6675 878	448	998	
14	4,537 0105 328	449	4,537 0105 326	449	998	
15	4,541 3534 777	448	4,541 3534 775	448	998	
11,16	4,545 6964 225	43429 448	4,545 6964 223	43429 448	9,999 9999 998	
17	4,550 0393 673	448	4,550 0393 671	448	998	
18	4,554 3823 121	448	4,554 3823 119	448	998	
19	4,558 7252 569	448	4,558 7252 567	449	998	
20	4,563 0682 017	449	4,563 0682 016	448	998	
11,21	4,567 4111 466	43429 448	4,567 4111 464	43429 448	9,999 9999 998	
22	4,571 7540 914	448	4,571 7540 912	448	998	
23	4,576 0970 362	448	4,576 0970 360	449	998	
24	4,580 4399 810	448	4,580 4399 809	448	999	
25	4,584 7829 258	448	4,584 7829 257	448	999	
11,26	4,589 1258 706	43429 449	4,589 1258 705	43429 448	9,999 9999 999	
27	4,593 4688 155	448	4,593 4688 153	448	999	
28	4,597 8117 603	448	4,597 8117 601	449	999	
29	4,602 1547 051	448	4,602 1547 050	448	999	
30	4,606 4976 499	448	4,606 4976 498	448	999	
11,31	4,610 8405 947	43429 449	4,610 8405 946	43429 448	9,999 9999 999	
32	4,615 1835 396	448	4,615 1835 394	448	999	
33	4,619 5264 844	448	4,619 5264 842	449	999	
34	4,623 8694 292	448	4,623 8694 291	448	999	
35	4,628 2123 740	448	4,628 2123 739	448	999	
11,36	4,632 5553 188	43429 448	4,632 5553 187	43429 448	9,999 9999 999	
37	4,636 8982 636	449	4,636 8982 635	448	999	
38	4,641 2412 085	448	4,641 2412 083	449	999	
39	4,645 5841 533	448	4,645 5841 532	448	999	
40	4,649 9270 981	448	4,649 9270 980	448	999	
11,41	4,654 2700 429	43429 448	4,654 2700 428	43429 448	9,999 9999 999	
42	4,658 6129 877	448	4,658 6129 876	448	999	
43	4,662 9559 325	449	4,662 9559 324	449	999	
44	4,667 2988 774	448	4,667 2988 773	448	999	
45	4,671 6418 222	448	4,671 6418 221	448	999	
11,46	4,675 9847 670	43429 448	4,675 9847 669	43429 448	9,999 9999 999	
47	4,680 3277 118	448	4,680 3277 117	448	999	
48	4,684 6706 566	449	4,684 6706 565	449	999	
49	4,689 0136 015	448	4,689 0136 014	448	999	
50	4,693 3565 463		4,693 3565 462		999	

k.	log. Cos. k.	D.	log. Sin. k.	D.	log. Tang. k.	D.
11,50	4,693 3565 463	43429 448	4,693 3565 462	43429 448	9,999 9999 999	
11,51	4,697 6994 911	43429 448	4,697 6994 910	43429 448	9,999 9999 999	
52	4,702 0424 359	448	4,702 0424 358	448	999	
53	4,706 3853 807	448	4,706 3853 806	449	999	
54	4,710 7283 255	449	4,710 7283 255	448	999	
55	4,715 0712 704	448	4,715 0712 703	448	999	
11,56	4,719 4142 152	43429 448	4,719 4142 151	43429 448	9,999 9999 999	
57	4,723 7571 600	448	4,723 7571 599	448	999	
58	4,728 1001 048	448	4,728 1001 047	449	999	
59	4,732 4430 496	449	4,732 4430 496	448	999	
60	4,736 7859 945	448	4,736 7859 944	448	999	
11,61	4,741 1289 393	43429 448	4,741 1289 392	43429 448	9,999 9999 999	
62	4,745 4718 841	448	4,745 4718 [illegible]84	488	999	
63	4,749 8148 289	448	4,749 8148 288	449	999	
64	4,754 1577 737	449	4,754 1577 737	448	999	
65	4,758 5007 186	448	4,758 5007 185	448	999	
11,66	4,762 8436 634	43429 448	4,762 8436 633	43429 448	9,999 9999 999	
67	4,767 1866 082	448	4,767 1866 081	448	999	
68	4,771 5295 530	448	4,771 5295 529	449	999	
69	4,775 8724 978	448	4,775 8724 978	448	999	
70	4,780 2154 426	449	4,780 2154 426	448	999	
11,71	4,784 5583 875	43429 448	4,784 5583 874	43429 448	9,999 9999 999	
72	4,788 9013 323	448	4,788 9013 322	448	999	
73	4,793 2442 771	448	4,793 2442 770	449	999	
74	4,797 5872 219	448	4,797 5872 219	448	999	
75	4,801 9301 667	449	4,801 9301 667	448	999	
11,76	4,806 2731 116	43429 448	4,806 2731 115	43429 448	9,999 9999 999	
77	4,810 6160 564	448	4,810 6160 563	448	999	
78	4,814 9590 012	448	4,814 9590 011	449	999	
79	4,819 3019 460	448	4,819 3019 460	448	999	
80	4,823 6448 908	448	4,823 6448 908	448	999	
11,81	4,827 9878 356	43429 449	4,827 9878 356	43429 448	9,999 9999 999	
82	4,832 3307 805	448	4,832 3307 804	448	999	
83	4,836 6737 253	448	4,836 6737 252	449	999	
84	4,841 0166 701	448	4,841 0166 701	448	999	
85	4,845 3596 149	448	4,845 3596 149	448	999	
11,86	4,849 7025 597	43429 449	4,849 7025 597	43429 448	9,999 9999 999	
87	4,854 0455 046	448	4,854 0455 045	448	999	
88	4,858 3884 494	448	4,858 3884 493	449	999	
89	4,862 7313 942	448	4,862 7313 942	448	999	
90	4,867 0743 390	448	4,867 0743 390	448	999	
11,91	4,871 4172 838	43429 448	4,871 4172 838	43429 448	9,999 9999 999	
92	4,875 7602 287	448	4,875 7602 286	448	999	
93	4,880 1031 735	448	4,880 1031 734	449	999	
94	4,884 4461 183	448	4,884 4461 183	448	999	
95	4,888 7890 631	448	4,888 7890 631	448	999	
11,96	4,893 1320 079	43429 448	4,893 1320 079	43429 448	9,999 9999 999	
97	4,897 4749 527	449	4,897 4749 527	449	999	
98	4,901 8178 976	448	4,901 8178 976	448	999	
99	4,906 1608 424	448	4,906 1608 424	448	999	
12,00	4,910 5037 872		4,910 5037 872		999	

III.

Tabelle der Länge-Zahlen der Kreisbogen, welche gröſser als 88 Centesimal-Grade sind, von Minute zu Minute, mit eilf Decimalziffern.

Bei der Berechnung dieser Tabelle ist ein Fehler gefunden worden, welcher sich sowohl in den Tafeln von Callet, als auch in dem *Thesaurus logarithmorum completus* von Vega vorfindet. Es ist nemlich der natürliche Logarithme der Zahl 1099 nicht =7,0021 (1)595 4403 6213..., sondern =7,0021 5595....

Da dieser Fehler nirgend meines Wissens angezeigt worden ist, so bringe ich ihn hiermit zur Kenntniſs, damit er verbessert werde.

Der Verfasser.

Anmerkung. Das Argument k und das Argument v sind in Minuten ausgedrückte Winkel, welche sich zur Summe 10000 Minuten ergänzen. Die in der Tabelle vorkommenden Logarithmen von v sind natürliche. Die Gröſse $\mathfrak{L}k + \log v$ ist deswegen sammt ihren Differenzen in der Tabelle aufgeführt, weil die zweiten Differenzen dieses Ausdrucks für eine Zunahme von k und also eine Abnahme von v um eine Minute nur langsam variiren. Diese Eigenschaft erleichtert die Interpolation; aus der Gröſse von $\mathfrak{L}k + \log v$ findet sich dann leicht die Gröſse des eingeschalteten $\mathfrak{L}k$.

$k = 88^0$.

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1′.	1
00	2,358 8609 7801	0,448 93.8 1370	49 5328	100
01	2,359 6996 1201	0,448 9427 6704	49 4908	99
02	2,360 5389 3744	9477 1612	49 4491	98
03	2,361 3789 5647	9526 6103	49 4074	97
04	2,361 7196 6726	9576 0177	49 3658	96
05	2,363 0610 7398	9625 3835	49 3242	95
06	2,363 9031 7682	9,448 9674 7077	49 2826	94
07	2,364 7459 7693	9723 9003	49 2410	93
08	2,365 5894 7550	9773 2313	49 1994	92
09	2,366 4336 7371	9822 4307	49 1578	91
10	2,367 2786 7274	9871 5885	49 1162	90
11	2,368 1241 7378	9,448 9920 7047	49 0746	89
12	2,368 9704 7801	9,448 9969 7793	49 0330	88
13	2,369 8174 8602	9,449 0018 8123	48 9914	87
14	2,370 6652 0081	0067 8037	48 9498	86
15	2,371 5136 2178	0116 7535	48 9082	85
16	2,372 3627 5073	9,449 0165 6617	48 8666	84
17	2,373 2125 8685	0214 5283	48 8250	83
18	2,374 0631 3736	0263 3533	48 7834	82
19	2,374 9143 9747	0312 1367	48 7418	81
20	2,375 7663 7039	0360 8785	48 7[illegible]	80
21	2,376 6190 5730	9,449 0409 5784	48 6583	79
22	2,377 4724 5946	0458 2367	48 6166	78
23	2,378 3265 7807	0506 8533	48 5750	77
24	2,379 1814 1437	0555 4283	48 5334	76
25	2,380 0369 6959	0603 9617	48 4918	75
26	2,380 8932 4496	9,449 0652 4535	48 4502	74
27	2,381 7502 4172	0700 9037	48 4086	73
28	2,382 6079 6109	0749 3123	48 3670	72
29	2,383 4664 0433	0797 6793	48 3254	71
30	2,384 3255 7268	0846 0047	48 2838	70
31	2,385 1854 6738	9,449 0894 2885	48 2422	69
32	2,386 0460 8968	0942 5307	48 2006	68
33	2,386 9074 4084	0990 7313	48 1590	67
34	2,387 7695 2212	1038 8903	48 1174	66
35	2,388 6323 3477	1087 0077	48 0758	65
36	2,389 4958 8006	9,449 1135 0835	48 0342	64
37	2,390 3601 5925	1183 1177	47 9926	63
38	2,391 2251 7362	1231 1103	47 9510	62
39	2,392 0909 2443	1279 0613	47 9094	61
40	2,392 9574 1297	1326 9707	47 8678	60
41	2,393 8246 4060	9,449 1374 8384	47 8262	59
42	2,394 6926 0833	1422 6646	47 7846	58
43	2,395 5613 1773	1470 4492	47 7430	57
44	2,396 4307 6999	1518 1922	47 7014	56
45	2,397 3009 6640	1565 8936	47 6598	55
46	2,398 1719 0827	9,449 1613 5534	47 6182	54
47	2,399 0435 9688	1661 1715	47 5765	53
48	2,399 9160 3354	1708 7480	47 5349	52
49	2,400 7892 1957	1756 2829	47 4933	51
50	2,401 6631 5626	1803 7762		50

$v = 11\,..,000\,...$

$k = 88^0$.

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1′.	1
50	2,401 6631 5627	9,449 1803 7762	47 4517	50
51	2,402 5378 4495	9,449 1851 2279	47 4101	49
52	2,403 4132 8693	1898 6380	47 3685	48
53	2,404 2894 8353	1946 0065	47 3269	47
54	2,405 1664 3607	1993 3334	47 2853	46
55	2,406 0441 4589	2040 6187	47 2437	45
56	2,406 9226 1431	9,449 2087 8624	47 2021	44
57	2,407 8018 4266	2135 0645	47 1605	43
58	2,408 6818 3229	2182 2250	47 1189	42
59	2,409 5625 8453	2229 3439	47 0773	41
60	2,410 4441 0074	2276 4212	47 0357	40
61	2,411 3263 8226	9,449 2323 4569	46 9941	39
62	2,412 2094 3042	2370 4510	46 9525	38
63	2,413 0932 4660	2417 4035	46 9109	37
64	2,413 9778 3216	2464 3144	46 8093	36
65	2,414 8631 8846	2511 1837	46 8277	35
66	2,415 7493 1686	9,449 2558 0114	46 7801	34
67	2,416 6362 1873	2604 7975	46 7445	33
68	2,417 5238 9644	2651 5420	46 7029	32
69	2,418 4123 4838	2698 2449	46 6613	31
70	2,419 3015 7892	2744 9062	46 6198	30
71	2,420 1915 8846	9,449 2791 5260	46 5783	29
72	2,421 0823 7838	2838 1043	46 5368	28
73	2,421 9739 5008	2884 6411	46 4953	27
74	2,422 8663 0496	2931 1364	46 4538	26
75	2,423 7594 4439	2977 5902	46 4123	25
76	2,424 6533 6990	9,449 3024 0025	46 3708	24
77	2,425 5480 8260	3070 3733	46 3293	23
78	2,426 4435 8418	3116 7026	46 2878	22
79	2,427 3393 7597	3162 9004	46 2463	21
80	2,428 2369 5939	3209 2367	46 2042	20
81	2,429 1348 3579	9,449 3256 4410	46 1626	19
82	2,430 0335 0665	3301 6036	46 1210	18
83	2,430 9329 7340	3347 7246	46 0794	17
84	2,431 8332 3746	3393 8040	46 0378	16
85	2,432 7313 0029	3439 8418	45 9962	15
86	2,433 6361 6332	9,449 3485 8380	45 9546	14
87	2,434 5388 2799	3531 7926	45 9130	13
88	2,435 4422 9575	3577 7056	45 8715	12
89	2,436 3465 6808	3623 5771	45 8300	11
90	2,437 2519 4641	3669 4071	45 7885	10
91	2,438 1575 3221	9,449 3715 1956	45 7470	09
92	2,439 0642 2686	3760 9425	45 7055	08
93	2,439 9717 3212	3806 6482	45 6639	07
94	2,440 8800 4913	3852 3121	45 6224	06
95	2,441 7891 7990	3897 9345	45 5809	05
96	2,442 6991 2471	9,449 3943 5154	45 5394	04
97	2,443 6098 8623	3989 0548	45 4979	03
98	2,444 5214 6556	4034 5527	45 4564	02
99	2,445 4338 6419	4080 0091	45 4149	01
100	2,446 3470 8362	4125 4240		00

$v = 11\,..,000\,...$

$k = 89^0.$

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.		D. 1′.	1
00	2,446 3470 8362	9,449	4125 4239	45 3729	100
01	2,447 2611 2528	9,449	4170 7968	45 3313	99
02	2,448 1759 9075		4216 1281	45 2897	98
03	2,449 0916 8151		4261 4178	45 2481	97
04	2,450 0081 9909		4306 6659	45 2065	96
05	2,450 9255 4490		4351 8724	45 1050	95
06	2,451 8437 2076	9,449	4397 0374	45 1235	94
07	2,452 7627 2792		4442 1609	46 0820	93
08	2,453 6825 6799		4487 2429	45 0405	92
09	2,454 6032 4251		4532 2834	44 9989	91
10	2,455 5247 5301		4577 2823	44 9574	90
11	2,456 4471 0104	9,449	4622 2397	44 9159	89
12	2,457 3702 8815		4667 1556	44 8744	88
13	2,458 2943 1588		4712 0300	44 8329	87
14	2,459 2191 8580		4756 8629	44 7914	86
15	2,460 1448 9946		4801 6543	44 7499	85
16	2,461 0714 5843	9,449	4846 4042	44 7084	84
17	2,461 9988 6426		4891 1126	44 6669	83
18	2,462 9271 1855		4935 7795	44 6254	82
19	2,463 8562 2286		4980 4049	44 5839	81
20	2,464 7861 7877		5024 9888	44 5421	80
21	2,465 7169 8784	9,449	5069 5309	44 5005	79
22	2,466 6486 5168		5114 0314	44 4589	78
23	2,467 5811 7188		5158 4903	44 4173	77
24	2,468 5145 5004		5202 9076	44 3757	76
25	2,469 4487 8777		5247 2833	44 3342	75
26	2,470 3838 8669	9,449	5291 6175	44 2927	74
27	2,471 3198 4839		5335 9102	44 2512	73
28	2,472 2566 7451		5380 1614	44 2097	72
29	2,473 1943 6667		5424 3711	44 1682	71
30	2,474 1329 2648		5468 5393	44 1266	70
31	2,475 0723 5557	9,449	5512 6659	44 0851	69
32	2,476 0126 5558		5556 7510	44 0436	68
33	2,476 9538 2816		5600 7946	44 0021	67
34	2,477 8958 7496		5644 7967	43 9606	66
35	2,478 8387 9759		5688 7573	43 9191	65
36	2,479 7825 9774	9,449	5732 6764	43 8776	64
37	2,480 7272 7706		5776 5540	43 8361	63
38	2,481 6728 3721		5820 3901	43 7946	62
39	2,482 6192 7986		5864 1847	43 7531	61
40	2,483 5666 0668		5907 9378	43 7113	60
41	2,484 5148 1931	9,449	5951 6491	43 6698	59
42	2,485 4639 1948		5995 3189	43 6283	58
43	2,486 4139 0885		6038 9472	43 5867	57
44	2,487 3647 8914		6082 5340	43 5452	56
45	2,488 3165 6201		6126 0792	43 5037	55
46	2,489 2692 2919	9,449	6169 5829	43 4622	54
47	2,490 2227 9238		6213 0451	43 4207	53
48	2,491 1772 5329		6256 4658	43 3792	52
49	2,492 1326 1363		6299 8450	43 3377	51
50	2,493 0888 7512		6343 1827		50

$v = 10..,000...$

$k = 89^0.$

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.		D. 1′.	1
50	2,493 0888 7512	9,449	6343 1827	43 2962	50
51	2,494 0460 3950	9,449	6386 4789	43 2547	49
52	2,495 0041 0848		6429 7336	43 2132	48
53	2,495 9630 8381		6472 94[illegible]	43 1717	47
54	2,496 9229 6723		6516 1185	43 1302	46
55	2,497 8837 6048		6559 2487	43 0887	45
56	2,498 8454 6530	9,449	6602 3374	43 0472	44
57	2,499 8080 8346		6645 3846	43 0057	43
58	2,500 7716 1672		6688 3903	42 9642	42
59	2,501 7360 0684		6731 3545	42 9227	41
60	2,502 7014 3559		6774 2772	42 8810	40
61	2,503 6677 2472	9,449	6817 1581	42 8395	39
62	2,504 6349 3604		6859 9976	42 7980	38
63	2,505 6030 7134		6902 7956	42 7565	37
64	2,506 5721 3240		6945 5521	42 7150	36
65	2,507 5421 2102		6988 2671	42 6735	35
66	2,508 5130 3900	9,449	7030 9406	42 6320	34
67	2,509 4848 8815		7073 5726	42 5905	33
68	2,510 4576 7027		7116 1631	42 5490	32
69	2,511 4313 8720		7158 7121	42 5075	31
70	2,512 4060 4074		7201 2196	42 4600	30
71	2,513 3816 3273	9,449	7243 6856	42 4245	29
72	2,514 3581 6500		7286 1101	42 3830	28
73	2,515 3356 3939		7328 4931	42 3415	27
74	2,516 3140 5773		7370 8346	42 3001	26
75	2,517 2934 2190		7413 1347	42 2586	25
76	2,518 2737 3374	9,449	7455 3933	42 2171	24
77	2,519 2549 9509		7497 6104	42 1756	23
78	2,520 2372 0784		7539 7860	42 1341	22
79	2,521 2203 7385		7581 9201	42 0926	21
80	2,522 2044 9500		7624 0127	42 0510	20
81	2,523 1895 7315	9,449	7666 0637	42 0095	19
82	2,524 1756 1021		7708 0732	41 9680	18
83	2,525 1626 0808		7750 0412	41 9265	17
84	2,526 1505 6864		7791 9677	41 8850	16
85	2,527 1394 9380		7833 8527	41 8435	15
86	2,528 1293 8547	9,449	7875 6062	41 8020	14
87	2,529 1202 4558		7917 4082	41 7605	13
88	2,530 1120 7603		7959 2587	41 7190	12
89	2,531 1048 7875		8000 9777	41 6775	11
90	2,532 0986 5569		8042 6552	41 6360	10
91	2,533 0934 0877	9,449	8084 2912	41 5945	09
92	2,534 0891 3994		8125 8857	41 5530	08
93	2,535 0858 5116		8167 4387	41 5116	07
94	2,536 0835 4438		8208 9503	41 4702	06
95	2,537 0822 2156		8250 4205	41 4288	05
96	2,538 0818 8468	9,449	8291 8493	41 3874	04
97	2,539 0825 3571		8333 2367	41 3460	03
98	2,540 0841 7663		374 5827	41 3046	02
99	2,541 0868 0942		8415 8873	41 2632	01
100	2,542 0904 3607		8457 1505		00

$v = 10..,000...$

$k = 90'$.

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1′.	1
00	2,542 0904 3607	9,449 8457 1505	41 2213	100
01	2,543 0950 5854	9,449 8498 3718	41 1798	99
02	2,544 1006 7885	8539 5516	41 1383	98
03	2,545 1072 9903	8580 6899	41 0968	97
04	2,546 1149 2109	8621 7867	41 0553	96
05	2,547 1235 4705	8662 8420	41 0138	95
06	2,548 1331 7893	9,449 8703 8559	40 9723	94
07	2,549 1438 1877	8744 8281	40 9308	93
08	2,550 1554 0861	8785 7589	40 8893	92
09	2,551 1681 3050	8826 6482	40 8478	91
10	2,552 1818 0648	8867 4960	40 8063	90
11	2,553 1964 9861	9,449 8908 3023	40 7649	89
12	2,554 2122 0898	8949 0672	40 7235	88
13	2,555 2289 3964	8989 7907	40 6821	87
14	2,556 2466 9268	9030 4728	40 6407	86
15	2,557 2654 7018	9071 1135	40 5993	85
16	2,558 2852 7423	9,449 9111 7128	40 5579	84
17	2,559 3061 0693	9152 2707	40 5165	83
18	2,560 3279 7037	9192 7872	40 4752	82
19	2,561 3508 6668	9233 2624	40 4338	81
20	2,562 3747 9796	9273 6962	40 3918	80
21	2,563 3997 6627	9,449 9314 0880	40 3503	79
22	2,564 4257 7380	9354 4383	40 3088	78
23	2,565 4528 2267	9394 7471	40 2673	77
24	2,566 4809 1503	9435 0144	40 2258	76
25	2,567 5100 5303	9475 2402	40 1843	75
26	2,568 5402 3881	9,449 9515 4245	40 1428	74
27	2,569 5714 7455	9555 5673	40 1013	73
28	2,570 6037 6240	9595 6686	40 0599	72
29	2,571 6371 0456	9635 7285	40 0185	71
30	2,572 6715 0321	9675 7470	39 9771	70
31	2,573 7069 6052	9,449 9715 7241	39 9357	69
32	2,574 7434 7871	9755 6598	39 8943	68
33	2,575 7810 5996	9795 5541	39 8529	67
34	2,576 8197 0649	9835 4070	39 8116	66
35	2,577 8594 2053	9875 2186	39 7702	65
36	2,578 9002 0427	9,449 9914 9888	39 7288	64
37	2,579 9420 5097	9954 7176	39 6874	63
38	2,580 9849 8984	9,449 9994 4050	39 6460	62
39	2,582 0289 9613	9,450 0034 0510	39 6046	61
40	2,583 0740 8110	0073 6556	39 5626	60
41	2,584 1202 4694	9,450 0113 2182	39 5211	59
42	2,585 1674 9596	0152 7393	39 4796	58
43	2,586 2158 3044	0192 2189	39 4381	57
44	2,587 2652 5265	0231 6570	39 3966	56
45	2,588 3157 6488	0271 0636	39 3552	55
46	2,589 3673 6944	9,450 0310 4088	39 3138	54
47	2,590 4200 6361	0349 7226	39 2724	53
48	2,591 4738 6471	0388 9950	39 2310	52
49	2,592 5287 6006	0428 2260	39 1896	51
50	2,593 5847 5697	0467 4156		50

$v = 9..,000...$

$k = 90'$.

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1′.	1
50	2,593 5847 5697	9,450 0467 4156	39 1482	50
51	2,594 6418 5778	9,450 0506 5638	39 1068	49
52	2,595 7000 6481	0545 6706	39 0654	48
53	2,596 7593 8042	0584 7360	39 0240	47
54	2,597 8198 0695	0623 7606	38 9826	46
55	2,598 8813 4677	0662 7426	38 9412	45
56	2,599 9440 0224	9,450 0701 6838	38 8997	44
57	2,601 0077 7572	0740 5835	38 8583	43
58	2,602 0726 6961	0779 4418	38 8169	42
59	2,603 1386 8629	0818 2587	38 7755	41
60	2,604 2058 2816	0857 0342	38 7338	40
61	2,605 2740 9760	9,450 0895 7680	38 6923	39
62	2,606 3434 9703	0934 4603	38 6508	38
63	2,607 4140 2888	0973 1111	38 6093	37
64	2,608 4856 9557	1011 7204	38 5678	36
65	2,609 5584 9954	1050 2882	38 5264	35
66	2,610 6324 4324	9,450 1088 8146	38 4850	34
67	2,611 7075 2912	1127 2996	38 4436	33
68	2,612 7837 5964	1165 7432	38 4022	32
69	2,613 8611 3727	1204 1454	38 3608	31
70	2,614 9396 6448	1242 5062	38 3194	30
71	2,616 0193 4375	9,450 1280 8256	38 2780	29
72	2,617 1001 7758	1319 1036	38 2366	28
73	2,618 1821 6846	1357 3402	38 1952	27
74	2,619 2653 1890	1395 5354	38 1538	26
75	2,620 3496 3141	1433 6892	38 1124	25
76	2,621 4351 0852	9,450 1471 8016	38 0710	24
77	2,622 5217 5276	1509 8726	38 0296	23
78	2,623 6095 6667	1547 9022	37 9883	22
79	2,624 6985 5280	1585 8905	37 9469	21
80	2,625 7887 1370	1623 8374	37 9052	20
81	2,626 8800 5191	9,450 1661 7426	37 8637	19
82	2,627 9725 7001	1699 6063	37 8222	18
83	2,629 0662 7060	1737 4285	37 7808	17
84	2,630 1611 5626	1775 2093	37 7394	16
85	2,631 2672 2960	1812 9487	37 6980	15
86	2,632 3544 9322	9,450 1850 6467	37 6566	14
87	2,633 4529 4974	1888 3033	37 6152	13
88	2,634 5526 0178	1925 9185	37 5738	12
89	2,635 6534 5198	1963 4923	37 5323	11
90	2,636 7555 0296	2001 0246	37 4909	10
91	2,637 8587 5638	9,450 2038 5155	37 4485	09
92	2,638 9632 1790	2075 9650	37 4081	08
93	2,640 0688 8720	2113 3731	37 3667	07
94	2,641 1757 6794	2150 7308	37,3253	06
95	2,642 2838 6282	2188 0651	37 2839	05
96	2,643 3931 7451	9,450 2225 3490	37 2425	04
97	2,644 5037 0574	2262 5915	37 2011	03
98	2,645 6154 5920	2299 7926	37 1597	02
99	2,646 7284 3763	2336 9523	37 1183	01
100	2,647 8426 4374	2374 0706		00

$v = 9..,000...$

$k = 91^0.$

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1′.	1
00	2,647 8426 4274	9,450 2374 0706	37 0768	100
01	2,648 9680 8027	9,450 2411 1474	37 0353	99
02	2,650 0747 4997	2448 1827	36 9039	98
03	2,651 1926 5561	2485 1766	36 9525	97
04	2,662 3117 0994	2522 1291	36 9111	96
05	2,653 4321 8676	2559 0402	36 8697	95
06	2,654 5538 1582	9,450 2595 9009	36 8283	94
07	2,656 6766 9295	2632 7382	36 7869	93
08	2,656 8008 1993	2669 5251	36 7455	92
09	2,657 9261 9957	2706 2706	36 7041	91
10	2,659 0528 3475	2742 9747	36 6627	90
11	2,660 1807 2823	9,450 2779 6374	36 6213	89
12	2,661 3098 8288	2816 2587	36 5799	88
13	2,662 4403 0156	2852 8386	36 5385	87
14	2,663 5719 8711	2889 3771	36 4971	86
15	2,664 7049 4242	2925 8742	36 4557	85
16	2,665 8391 7036	9,450 2962 3299	36 4143	84
17	2,666 9746 7382	2998 7442	36 3730	83
18	2,668 1114 5572	3035 1172	36 3316	82
19	2,669 2495 1895	3071 448	36 2902	81
20	2,670 3888 6643	3107 7390	36 2487	80
21	2,671 5295 0109	9,450 3143 9877	36 2073	79
22	2,672 6714 2587	3180 1950	36 1659	78
23	2,673 8146 4372	3216 3609	36 1245	77
24	2,674 9591 5761	3252 4854	36 0831	76
25	2,676 1049 7050	3288 5686	36 0417	75
26	2,677 2520 8527	9,450 3324 6102	36 0003	74
27	2,678 4005 0522	3360 6105	35 9589	73
28	2,679 5502 3304	3396 5694	35 9175	72
29	2,680 7012 7184	3432 4869	35 8761	71
30	2,681 8536 2466	3468 3630	35 8347	70
31	2,683 0072 9451	9,460 3504 1977	35 7933	69
32	2,684 1622 8444	3539 9910	35 7519	68
33	2,685 3185 9751	3575 7429	35 7106	67
34	2,686 4702 3679	3611 4535	35 6602	66
35	2,687 6352 0534	3647 1227	35 6278	65
36	2,688 7955 0626	9,460 3682 7505	35 5864	64
37	2,689 9571 4261	3718 3369	35 5450	63
38	2,691 1201 1753	3753 8819	35 5036	62
39	2,692 2844 3413	3789 3855	35 4622	61
40	2,693 4500 9553	3824 8477	35 4208	60
41	2,694 6171 0487	9,460 3860 2686	35 3794	59
42	2,695 7854 6531	3895 6479	35 3380	58
43	2,696 9551 8000	3930 9859	35 2966	57
44	2,698 1262 5211	3966 2825	35 2553	56
45	2,699 2986 8485	4001 5378	35 2139	55
46	2,700 4724 8139	9,460 4036 7517	35 1725	54
47	2,701 6476 4493	4071 9242	35 1311	53
48	2,702 8241 7871	4107 0553	35 0898	52
49	2,704 0020 8594	4142 1451	35 0484	51
50	2,705 1813 6987	4177 1935		50

$v = 8..,000...$

$k = 91^0.$

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1′.	1
50	2,706 1813 6987	9,450 4177 1935	35 0070	50
51	2,706 3620 3374	9,450 4212 2005	34 9656	49
52	2,707 5440 8082	4247 1661	34 9243	48
53	2,708 7275 1439	4282 0904	34 8829	47
54	2,709 9123 3773	4316 9733	34 8415	46
55	2,711 0985 5413	4351 8148	34 8001	45
56	2,712 2861 6600	9,450 4386 6149	34 7588	44
57	2,713 4751 7937	4421 3737	34 7174	43
58	2,714 6655 9487	4456 0911	34 6759	42
59	2,715 8574 1673	4490 7670	34 6345	41
60	2,717 0586 4832	4525 4015	34 5933	40
61	2,718 2452 9302	9,450 4559 9948	34 5519	39
62	2,719 4413 5419	4594 5467	34 5105	38
63	2,720 6388 3524	4629 0572	34 4691	37
64	2,721 8377 3965	4663 5263	34 4278	36
65	2,723 0380 7056	4697 9541	34 3864	35
66	2,724 2398 3170	9,450 4732 3405	34 3450	34
67	2,725 4430 2639	4766 6855	34 3036	33
68	2,726 6476 5809	4800 9891	34 2623	32
69	2,727 8537 3029	4835 2514	34 2209	31
70	2,729 0612 4644	4869 4723	34 1796	30
71	2,730 2702 1005	9,450 4903 6518	34 1381	29
72	2,731 4806 2461	4937 7899	34 0968	28
73	2,732 6924 9365	4971 8867	34 0554	27
74	2,733 9058 2069	5005 9421	34 0140	26
75	2,735 1206 0928	5039 9561	33 9726	25
76	2,736 3368 6297	9,450 5073 9287	33 9313	24
77	2,737 5545 8533	5107 8600	33 8899	23
78	2,738 7737 7904	5141 7499	33 8485	22
79	2,739 9944 5039	5175 5984	33 8072	21
80	2,741 2166 0031	5209 4056	33 7659	20
81	2,742 4402 3330	9,450 5243 1715	33 7246	19
82	2,743 6653 5300	5276 8960	33 6831	18
83	2,744 8919 6305	5310 5791	33 6418	17
84	2,746 1200 6713	5344 2209	33 6004	16
85	2,747 3496 6889	5377 8213	33 5591	15
86	2,748 5807 7204	9,450 5411 3804	33 5178	14
87	2,749 8133 8028	5444 8982	33 4764	13
88	2,751 0474 9730	5478 3747	33 4350	12
89	2,752 2831 2685	5511 8096	33 3937	11
90	2,753 5202 7267	5545 2033	33 3523	10
91	2,754 7589 3851	9,450 5578 6556	33 3109	09
92	2,755 9991 2813	5611 8665	33 2696	08
93	2,757 2408 4535	5645 1361	33 2282	07
94	2,758 4840 9393	5678 3643	33 1868	06
95	2,759 7288 7770	5711 5511	33 1456	05
96	2,760 9752 0049	9,450 5744 6966	33 1041	04
97	2,762 2230 6613	5777 8007	33 0627	03
98	2,763 4724 7848	5810 8634	33 0214	02
99	2,764 7234 4142	5843 8848	33 [illegible]	10
100	2,765 9759 5882	5876 8648		00

$v = 8..,000...$

$k = 92^0$.

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1′.	1
00	2,765 9759 5882	9,450 5876 8648	32 9387	100
01	2,767 2300 3459	9,450 5909 8035	32 8973	99
02	2,768 4856 7264	5942 7008	32 8560	98
03	2,769 7428 7689	5975 5568	32 8146	97
04	2,771 0016 5130	6008 3714	32 7733	96
05	2,772 2619 9982	6041 1447	32 7319	95
06	2,773 5239 2642	9,450 6073 8766	32 6906	94
07	2,774 7874 3509	6106 5672	32 6492	93
08	2,776 0525 2983	6139 2164	32 6079	92
09	2,777 3192 1467	6171 8243	32 5665	91
10	2,778 5874 9362	6204 3908	32 5253	90
11	2,779 8573 7077	9,450 6236 9161	32 4839	89
12	2,781 1288 5015	6269 4000	32 4426	88
13	2,782 4019 3585	6301 8426	32 4012	87
14	2,783 6766 3196	6334 2438	32 3599	86
15	3,784 9529 4259	6366 6037	32 3185	85
16	2,786 2308 7187	9,460 6398 9222	32 2772	84
17	2,787 5104 2395	6431 1094	32 2358	83
18	2,788 7016 0298	6463 4352	32 1945	82
19	2,790 0744 1314	6495 6297	32 1531	81
20	2,791 3688 5860	6527 7828	32 1118	80
21	2,792 6440 4359	9,450 6559 8946	32 0705	79
22	2,793 9326 7234	6591 9651	32 0292	78
23	2,795 2220 4907	6623 9943	31 9878	77
24	2,796 5130 7803	6655 9821	31 9465	76
25	2,797 8067 6361	6687 9286	31 0052	75
26	2,799 1001 0980	9,450 6719 8338	31 8638	74
27	2,800 3961 2118	6751 6976	31 8225	73
28	2,801 6938 0199	6783 5201	31 7812	72
29	2,802 9931 5657	6815 3013	31 7398	71
30	2,804 2941 8927	6847 0411	31 6984	70
31	2,805 5960 0445	9,450 6878 7395	31 6571	69
32	2,806 9013 0652	6910 3966	31 6157	68
33	2,808 2073 9987	6942 0123	31 5744	67
34	2,809 5151 8893	6973 5867	31 5331	66
35	2,810 8246 7816	7005 1198	31 4017	65
36	2,812 1358 7109	9,450 7036 6115	31 4504	64
37	2,813 4487 7491	7068 0619	31 4091	63
38	2,814 7633 9142	7099 4710	31 3677	62
39	2,816 0797 2601	7130 8387	31 3264	61
40	2,817 3977 8323	7162 1651	31 2851	60
41	2,818 7176 6703	9,450 7193 4502	31 2438	59
42	2,820 0390 8376	7224 6940	31 2025	58
43	2,821 3623 3622	7255 8965	31 1612	57
44	2,822 6873 2900	7287 0577	31 1198	56
45	2,824 0140 6851	7318 1775	31 0785	55
46	2,825 3425 5760	9,450 7349 2560	31 0372	54
47	2,826 6728 0153	7380 2932	30 9959	53
48	2,828 0048 0497	7411 2891	30 9546	52
49	2,829 3385 7260	7442 2436	30 9132	51
50	2,830 6741 0915	7473 1568		50

$v = 7\ldots,000\ldots$

$k = 92^0$.

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1′.	1
50	2,830 6741 0915	9,450 7473 1568	30 8719	50
51	2,832 0114 1936	9,450 7504 0287	30 8306	49
52	2,833 3505 0796	7534 8593	30 6892	48
53	2,834 6013 7972	7565 6485	30 7479	47
54	2,836 0340 3944	7596 3964	30 7066	46
55	2,837 3784 9193	7627 1030	30 6653	45
56	2,838 7247 4800	9,450 7657 7683	30 6239	44
57	2,840 0727 9451	7688 3922	30 5826	43
58	2,841 4226 5432	7718 9748	30 5412	42
59	2,842 7743 2631	7749 5160	30 4999	41
60	2,844 1278 1540	7780 0159	30 4586	40
61	2,845 4831 2651	9,450 7810 4745	30 4173	39
62	2,846 8402 6458	7840 8918	30 3760	38
63	2,848 1992 3460	7871 2678	30 3347	37
64	3,849 5600 4153	7901 6025	30 2934	36
65	2,850 9226 9038	7931 8959	30 2521	35
66	2,852 2871 8619	9,450 7062 1480	30 2108	34
67	2,853 6535 3409	7992 3688	30 1696	33
68	2,855 0217 3887	8002 5283	30 1281	32
69	2,856 3918 0590	8062 6564	30 0868	31
70	2,857 7637 4018	8082 7432	30 0455	30
71	2,859 1375 4687	9,450 8112 7887	30 0042	29
72	2,860 5132 3110	8142 7929	29 9629	28
73	2,861 8907 9805	8172 7568	20 9216	27
74	2,863 2702 5292	8202 6774	29 8803	26
75	2,864 6516 0092	8232 5577	29 8390	25
76	2,866 0348 4729	9,450 8262 3967	29 7976	24
77	2,867 4199 9728	8292 1943	29 7563	23
78	2,868 8070 5617	8321 9506	29 7150	22
79	2,870 1960 2928	8351 6656	20 6737	21
80	2,871 5869 2192	8381 3393	29 6324	20
81	5,872 9797 3945	9,450 8410 9717	29 5911	19
82	2,874 3744 8724	8440 5628	29 5498	18
83	2,875 7711 7067	8470 1126	29 5085	17
84	2,877 1697 9515	8499 6211	29 4672	16
85	2,878 5703 6614	8529 0883	29 4259	15
86	2,879 9728 8909	9,450 8558 5142	29 3846	14
87	2,881 3773 6947	8587 8988	29 3433	13
88	2,882 7838 1280	8617 2421	20 3020	12
89	2,884 1922 2461	8646 5441	29 2607	11
90	2,885 6026 1045	8675 8048	29 2194	10
91	2,887 0140 7589	9,450 8705 0242	29 1781	09
92	2,888 4293 2654	8734 2023	29 1367	08
93	2,889 8456 6801	8763 3390	29 0954	07
94	2,891 2640 0595	8792 4344	29 0541	06
95	2,892 6843 4604	8821 4885	20 0128	05
96	2,894 1066 9398	9,450 8850 5013	28 9716	04
97	2,895 5310 5547	8879 4728	28 9302	03
98	2,896 9574 3628	8908 4030	28 8889	02
99	2,898 3858 4216	8937 2919	23 8476	01
100	2,899 8162 7891	8966 1335		00

$v = 7\ldots,000\ldots$

$k = 93°.$

1	Ꝃ. k.	Ꝃ. k + log. v.	D. 1′.	1
00	2,899 8162 7891	9,450 8966 1395	28 8063	100
01	2,901 2487 5235	9,450 8994 9458	28 7650	99
02	2,902 6832 0832	9023 7108	28 7237	98
03	2,904 1198 3269	9052 4345	28 6824	97
04	2,905 5584 5136	9081 1169	28 6411	96
05	2,906 9991 3024	9109 7580	28 5998	95
06	2,908 4418 7528	9,450 9138 3578	28 5585	94
07	2,9[illegible] 8866 9245	9166 9163	28 5173	93
08	2,911 3335 8775	9195 4336	28 4760	82
09	2,912 7825 6720	9223 9096	28 4347	91
10	2,914 2336 3684	9252 3443	28 3934	90
11	2,915 6868 0276	9,450 9280 7377	28 3521	89
12	2,917 1420 7105	9309 0898	28 3108	88
13	2,918 5994 4784	9337 4006	28 2695	87
14	2,920 0589 3929	9365 6701	28 2283	86
15	2,921 5205 5158	9393 8984	28 1870	85
16	2,922 9842 9092	9,450 9422 0854	28 1457	84
17	2,924 4501 6354	9450 2311	28 1045	83
18	2,925 9181 7572	9478 3356	28 0632	82
19	2,927 3883 3374	9506 3988	28 0219	81
20	2,928 8606 4390	9534 4207	27 9805	80
21	2,930 3351 1257	9,450 9562 4012	27 9392	79
22	2,931 8117 4610	9590 3404	27 8979	78
23	2,933 2905 5092	9618 2383	27 8566	77
24	2,934 7715 3345	9646 0949	27 8153	76
25	2,936 2547 0015	9673 9102	27 7741	75
26	2,937 7400 5752	9,450 9701 6843	27 7328	74
27	2,939 2276 1207	9729 4171	27 6915	13
28	2,940 7173 7034	9757 1086	27 6502	72
29	2,942 2093 3891	9784 7588	27 6089	71
30	2,943 7035 2439	9812 3677	27 5677	70
31	2,945 1999 3342	9,450 9839 9354	27 5264	69
32	2,946 6985 7265	9867 4618	27 4851	68
33	2,948 1904 4878	9894 9469	27 4438	67
34	5,949 7025 6853	9922 3907	27 4025	60
35	2,951 2079 3867	9949 7932	27 3613	65
36	2,952 7154 6598	9,450 9977 1545	27 3200	64
37	2,954 2254 5727	9,451 0004 4745	27 2787	63
38	2,955 7376 1939	0031 7532	27 2374	62
39	2,957 2520 5921	0058 9906	27 1961	61
40	2,958 7687 8365	0086 1867	27 1548	60
41	2,960 2877 9965	9,451 0113 3415	27 1136	50
42	2,961 8091 1418	0140 4550	27 0722	58
43	2,963 3327 3424	0167 5272	27 0310	57
44	2,964 8586 6688	0194 5582	26 9897	56
45	2,966 3869 1916	0221 5479	26 9484	55
46	2,967 9174 9818	9,451 0248 4963	26 9072	54
47	2,969 4504 1108	0275 4035	26 8659	53
48	2,970 9856 6502	0302 2694	26 8246	52
49	2,972 5232 6720	0329 0940	26 7834	51
50	2,974 0632 2486	0355 8774		50

$v = 6..,000...$

$k = 93°.$

1	Ꝃ. k.	Ꝃ. k + log. v.	D. 1′.	1
50	2,974 0632 2486	9,451 0355 8774	26 7421	50
51	2,975 6055 4525	9,451 0382 6195	26 7008	49
52	2,977 1502 3568	0409 3203	26 6596	48
53	2,978 6973 0349	0435 9799	26 6183	47
54	2,980 2467 5604	0462 6982	26 5770	46
55	2,981 7966 0073	0489 1752	26 5358	45
56	2,983 3528 4499	9,451 0515 7109	26 4946	44
57	1,984 9094 9631	0542 2054	26 4532	43
58	2,986 4685 6218	0568 6586	26 4120	42
59	2,988 0300 5014	0595 0706	26 3707	41
60	2,989 5939 6778	0621 4413	26 3294	40
61	2,991 1603 2270	9,451 0647 7707	26 2881	39
62	2,992 7291 2254	0674 0588	26 2468	38
63	2,994 3003 7499	0700 3056	26 2056	37
64	2,995 8740 8778	0726 5112	26 1643	36
65	2,997 4502 6866	0752 6755	26 1230	35
66	2,99[illegible] 0289 2542	9,451 0778 7985	26 0818	34
67	3,000 6100 6589	0804 8803	26 0405	33
68	3,002 1936 9794	0830 9208	25 9992	32
69	3,003 7798 2946	0856 9200	25 9580	31
70	3,005 3684 6842	0882 8780	25 9167	30
71	3,006 9596 2277	9,451 0908 7947	25 8754	29
72	2,008 5533 0055	0934 6701	25 8342	28
73	3,010 1495 0980	0960 5043	25 7929	27
74	3,011 7482 6862	0986 2972	25 7516	26
75	3,013 3495 5615	1012 0488	25 7104	25
76	3,014 9534 0756	9,451 1037 7592	25 6691	24
77	3,016 5598 2406	1063 4283	25 6279	23
78	3,018 1688 1289	1089 0562	25 5867	22
79	3,019 7803 8236	1114 6429	25 5454	21
80	3,021 3945 4080	1140 1883	25 5041	20
81	3,023 0112 9656	9,451 1165 6924	25 4628	19
82	3,024 6306 5807	1191 1552	25 4216	18
83	3,026 2526 3378	1216 5768	25 3803	17
84	3,027 8772 3218	1241 9571	25 3391	16
85	3,029 5044 6182	1267 2962	25 2978	15
86	3,031 1343 3126	9,451 1292 5940	26 2566	14
87	3,032 7668 4913	1317 8506	25 2153	13
88	3,034 4020 2408	1343 0659	25 1741	12
89	3,036 0398 6483	1368 2400	25 1328	11
90	3,037 6803 8012	1393 3728	25 0916	10
91	3,039 3235 7873	9,451 1418 4643	25 0502	09
92	3,040 9694 6949	1443 5145	25 0090	08
93	3,042 6180 6130	1468 5235	24 9677	07
94	3,944 2693 6306	1493 4912	24 9265	06
95	3,045 9233 8374	1518 4177	24 8852	05
96	3,047 5801 3236	9,451 1543 3029	24 8440	04
97	3,049 2396 1797	1568 1469	24 8027	03
98	3,050 9018 4066	1592 9496	24 7615	02
99	3,052 5668 3658	1617 7111	24 7202	01
100	3,064 2345 8792	1642 4314		00

$v = 6..,000...$

$k = 94^o.$

l	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1′.	l
00	3,054 2545 8792	9,451 1642 4313	24 6790	100
01	3,055 9061 1292	9,451 1667 1103	24 6378	99
02	3,057 5764 2086	1691 7481	24 5965	98
03	3,059 2546 2107	1716 3446	24 5553	97
04	3,060 9334 2293	1740 8999	24 5140	96
05	3,062 6151 3586	1765 4139	24 4728	95
06	3,064 2996 6931	9,451 1789 8967	24 4315	94
07	3,065 9870 3283	1814 3182	24 3903	93
08	3,067 6772 3597	1838 7086	24 3490	92
09	3,069 3702 8835	1863 0575	24 3078	91
10	3,071 0661 9964	1887 3653	24 2666	90
11	3,072 7649 7953	9,451 1911 6318	24 2253	89
12	3,074 4666 3782	1935 8571	24 1841	88
13	3,076 1711 8430	1960 0412	24 1427	87
14	3,077 8786 2882	1984 1839	24 1014	86
15	3,079 5889 8130	2008 2853	24 0602	85
16	3,081 3022 5173	9,451 2032 9455	24 0189	84
17	3,083 0184 5009	2056 3044	23 9777	83
18	3,084 7375 8648	2080 3421	23 9364	82
19	3,086 4596 7100	2104 2785	23 8952	81
20	3,088 1847 1383	2128 1737	23 8540	80
21	3,089 9127 2519	9,451 2152 0276	23 8128	79
22	3,091 6437 1537	2175 8404	23 7716	78
23	3,093 3776 9470	2199 6120	23 7303	77
24	3,095 1146 7354	2223 3423	23 6891	76
25	3,096 8546 6236	2247 0314	23 6479	75
26	3,098 5976 7162	9,451 2270 6793	23 6066	74
27	3,100 3437 1188	2294 2859	23 5654	73
28	3,102 0927 9376	2317 8513	23 5242	72
29	3,103 8449 2790	2341 3755	23 4829	71
30	3,105 6001 2502	2364 8584	23 4417	70
31	3,107 3583 9689	9,451 2388 3001	23 4004	69
32	3,109 1197 6133	2411 7005	23 3591	68
33	3,110 8842 0224	2435 0596	23 3179	67
34	3,112 6516 5956	2458 3775	23 2767	66
35	3,114 4224 3428	2481 6542	23 2354	65
36	3,116 1962 3747	9,451 2504 8896	23 1942	64
37	3,117 9731 8026	2528 0838	23 1630	63
38	3,119 7532 7379	2551 2368	23 1117	62
39	3,121 6366 2938	2574 3485	23 0705	61
40	3,123 4229 5818	2597 4190	23 0292	60
41	3,125 1125 7166	9,451 2620 6480	22 9880	59
42	3,126 9053 8122	2643 4360	22 9468	58
43	3,128 7013 9836	2666 3828	22 9056	57
44	3,130 5006 3459	2689 2884	22 8643	56
45	3,132 3031 0153	2712 1527	22 8231	55
46	3,134 1060 1084	9,451 2734 8758	22 7819	54
47	3,135 9177 7425	2757 7577	22 7407	53
48	3,137 7300 0357	2780 4984	22 6994	52
49	3,139 5456 1063	2803 1978	22 6582	51
50	3,141 3643 0738	2825 8560		50

$v = 5..,000...$

$k = 94^o.$

l	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1′.	l
50	3,141 3643 0738	9,451 2825 8560	22 6170	50
51	3,143 1864 0580	9,451 2848 4730	22 5758	49
52	3,145 0118 1794	2871 0488	22 5344	48
53	3,146 8405 5590	2893 5832	22 4932	47
54	3,148 6726 3190	2916 0764	22 4520	46
55	3,150 5080 5821	2938 5284	22 4108	45
56	3,152 3468 4707	9,451 2960 9392	22 3695	44
57	3,154 1890 1094	2983 3087	22 3283	43
58	3,156 0345 6227	3005 6370	22 2871	42
59	3,157 8835 1357	3027 9241	22 2459	41
60	3,159 7358 7745	3050 1700	22 2046	40
61	3,161 5916 6656	9,451 3072 3746	22 1634	39
62	3,163 4508 9364	3094 5380	22 1222	38
63	3,165 3135 7152	3116 6602	22 0810	37
64	3,167 1797 1305	3138 7412	22 0398	36
65	3,169 0493 3121	3160 7810	21 9985	35
66	3,170 9224 3899	9,451 3182 7795	21 9573	34
67	3,172 7990 4952	3204 7368	21 9161	33
68	3,174 6791 7596	3226 6529	21 8749	32
69	3,176 5628 3154	3248 5278	21 8337	31
70	3,178 4500 2961	3270 3615	21 7924	30
71	3,180 3407 8354	9,451 3292 1530	21 7512	29
72	3,182 2351 0681	3313 9051	21 7100	28
73	3,184 1330 1297	3335 6151	21 6688	27
74	3,186 0345 1566	3357 2839	21 6275	26
75	3,187 9396 2856	3378 9114	21 5862	25
76	3,189 8483 6544	9,451 3400 4976	21 5450	24
77	3,191 7607 4020	3422 0426	21 5038	23
78	3,193 6767 6676	3443 5464	21 4626	22
79	3,195 5964 5916	3465 0090	21 4214	21
80	3,197 5198 3147	3486 4304	21 3802	20
81	3,199 4468 9790	9,451 3507 8106	21 3390	19
82	3,201 3776 7271	3529 1496	21 2978	18
83	3,203 3121 7024	3550 4474	21 2566	17
84	3,205 2504 0498	3571 7040	21 2154	16
85	3,207 1923 9128	3592 9194	21 1741	15
86	3,209 1381 4390	9,451 3614 0935	21 1329	14
87	3,211 0876 7747	3635 2264	21 0917	13
88	3,213 0410 0678	3656 3181	21 0505	12
89	3,214 9981 4666	3677 3686	21 0093	11
90	3,216 9591 1208	3698 3779	20 9680	10
91	3,218 9239 1804	9,451 3719 3459	20 9268	09
92	3,220 8925 7970	3740 2727	20 8856	08
93	3,222 8651 1224	3761 1583	20 8444	07
94	3,224 8415 3099	3782 0027	20 8032	06
95	3,226 8218 5132	3802 8059	20 7619	05
96	3,228 8060 8871	9,451 3823 5678	20 7206	04
97	3,230 7942 5875	3844 2884	20 6794	03
98	3,232 7868 7709	3864 9678	20 6382	02
99	3,234 7824 5952	3885 6060	20 5970	01
100	3,236 7825 2188	3906 2030		00

$v = 5..,000...$

$k = 93^\circ$.

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1'.	1
00	2,899 8162 7891	9,450 8966 1395	28 8063	100
01	2,901 2487 5235	9,450 8994 9458	28 7650	99
02	2,902 6832 6832	9023 7108	28 7237	98
03	2,904 1198 3269	9052 4345	28 6824	97
04	2,905 5584 5136	9081 1169	28 6411	96
05	2,906 9991 3024	9109 7580	28 5998	95
06	2,908 4418 7528	9,450 9138 3578	28 5585	94
07	2,909 8866 9245	9166 9163	28 5173	93
08	2,911 3335 8775	9195 4336	28 4760	82
09	2,912 7825 6720	9223 9096	28 4347	91
10	2,914 2336 3684	9252 3443	28 3934	90
11	2,915 6868 0276	9,450 9280 7377	28 3521	89
12	2,917 1420 7105	9309 0898	28 3108	88
13	2,918 5994 4784	9337 4006	28 2695	87
14	2,920 0589 3929	9365 6701	28 2283	86
15	2,921 5205 5158	9393 8984	28 1870	85
16	2,922 9842 9092	9,450 9422 0854	28 1457	84
17	2,924 4501 6354	9450 2311	28 1045	83
18	2,925 9181 7572	9478 3356	28 0632	82
19	2,927 3883 3374	9506 3988	28 0219	81
20	2,928 8606 4390	9534 4207	27 9805	80
21	2,930 3351 1257	9,450 9562 4012	27 9392	79
22	2,931 8117 4610	9590 3404	27 8979	78
23	2,933 2905 5092	9618 2383	27 8566	77
24	2,934 7715 3345	9646 0949	27 8153	76
25	2,936 2547 0015	9673 9102	27 7741	75
26	2,937 7400 5752	9,450 9701 6843	27 7328	74
27	2,939 2276 1207	9729 4171	27 6915	13
28	2,940 7173 7034	9757 1086	27 6502	72
29	2,942 2093 3891	9784 7588	27 6089	71
30	2,943 7035 2439	9812 3677	27 5677	70
31	2,945 1999 3342	9,450 9839 9354	27 5264	69
32	2,946 6985 7265	9867 4618	27 4851	68
33	2,948 1904 4878	9894 9469	27 4438	67
34	5,949 7025 6853	9922 3907	27 4025	66
35	2,951 2079 3867	9949 7932	27 3613	65
36	2,952 7154 6598	9,450 9977 1545	27 3200	64
37	2,954 2254 5727	9,451 0004 4745	27 2787	63
38	2,955 7376 1939	0031 7532	27 2374	62
39	2,957 2520 5921	0058 9906	27 1961	61
40	2,958 7687 8365	0086 1867	27 1548	60
41	2,960 2877 9966	9,451 0113 3415	27 1136	59
42	2,961 8091 1418	0140 4550	27 0722	58
43	2,963 3327 3424	0167 5272	27 0310	57
44	2,964 8586 6688	0194 5582	26 9897	56
45	2,966 3869 1916	0221 5479	26 9484	55
46	2,967 9174 9818	9,451 0248 4963	26 9072	54
47	2,969 4504 1108	0275 4035	26 8659	53
48	2,970 9856 6502	0302 2694	26 8246	52
49	2,972 5232 6720	0329 0940	26 7834	51
50	2,974 0632 2486	0355 8774		50

$v = 6\ldots,000\ldots$

$k = 93^\circ$.

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1'.	1
50	2,974 0632 2486	9,451 0355 8774	26 7421	50
51	2,975 6055 4525	9,451 0382 6195	26 7008	49
52	2,977 1502 3568	0409 3203	26 6596	48
53	2,978 6973 0349	0435 9799	26 6183	47
54	2,980 2467 5604	0462 5982	26 5770	46
55	2,981 7986 0073	0489 1752	26 5358	45
56	2,983 3528 4499	9,451 0515 7109	26 4945	44
57	1,984 9094 9631	0542 2054	26 4532	43
58	2,986 4685 6218	0568 6586	26 4120	42
59	2,988 0300 5014	0595 0706	26 3707	41
60	2,989 5939 6778	0621 4413	26 3294	40
61	2,991 1603 2270	9,451 0647 7707	26 2881	39
62	2,992 7291 2254	0674 0588	26 2468	38
63	2,994 3003 7499	0700 3056	26 2056	37
64	2,995 8740 8778	0726 5112	26 1643	36
65	2,997 4502 6866	0752 6755	26 1230	35
66	2,999 0289 2542	9,451 0778 7985	26 0818	34
67	3,000 6100 6589	0804 8803	26 0405	33
68	3,002 1936 9794	0830 9208	25 9992	32
69	3,003 7798 2946	0856 9200	25 9580	31
70	3,005 3684 6842	0882 8780	25 9167	30
71	3,006 9596 2277	9,451 0908 7947	25 8754	29
72	2,008 5533 0055	0934 6701	25 8342	28
73	3,010 1495 0980	0960 5043	25 7929	27
74	3,011 7482 6862	0986 2972	25 7516	26
75	3,013 3495 5615	1012 0488	25 7104	25
76	3,014 9534 0756	9,451 1037 7592	25 6691	24
77	3,016 5598 2405	1063 4283	25 6279	23
78	3,018 1688 1289	1089 0562	25 5867	22
79	3,019 7803 8236	1114 6429	25 5454	21
80	3,021 3945 4080	1140 1883	25 5041	20
81	3,023 0112 9656	9,451 1165 6924	25 4628	19
82	3,024 6306 5807	1191 1552	25 4216	18
83	3,026 2526 3378	1216 5768	25 3803	17
84	3,027 8772 3218	1241 9571	25 3391	16
85	3,029 5044 6182	1267 2962	25 2978	15
86	3,031 1343 3126	9,451 1292 5940	25 2566	14
87	3,032 7668 4913	1317 8506	25 2153	13
88	3,034 4020 2408	1343 0659	25 1741	12
89	3,036 0398 6483	1368 2400	25 1328	11
90	3,037 6803 8012	1393 3728	25 0916	10
91	3,039 3235 7873	9,451 1418 4643	25 0502	09
92	3,040 9694 6949	1443 5145	25 0090	08
93	3,042 6180 6130	1468 5235	24 9677	07
94	3,944 2693 6306	1493 4912	24 9265	06
95	3,045 9233 8374	1518 4177	24 8852	05
96	3,047 5801 3236	9,451 1543 3029	24 8440	04
97	3,049 2396 1797	1568 1469	24 8027	03
98	3,050 9018 4066	1592 9496	24 7615	02
99	3,052 5668 3658	1617 7111	24 7202	01
100	3,064 2345 8792	1642 4314		00

$v = 6\ldots,000\ldots$

$k = 94^{0}$.

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1′.	1
00	3,054 2545 8792	9,451 1642 4313	24 6790	100
01	3,055 9051 1292	9,451 1667 1103	24 6378	99
02	3,057 5784 2086	1691 7481	24 5965	98
03	3,059 2548 2107	1716 3446	24 5553	97
04	3,060 9334 2293	1740 8999	24 5140	96
05	3,062 6151 3586	1765 4139	24 4728	95
06	3,064 2996 6931	9,451 1789 8867	24 4316	94
07	3,065 9870 3283	1814 3182	24 3903	93
08	3,067 6772 3597	1838 7086	24 3490	92
09	3,069 3702 8835	1863 0575	24 3078	91
10	3,071 0661 9964	1887 3653	24 2665	90
11	3,072 7649 7953	9,451 1911 6318	24 2253	89
12	3,074 4666 3782	1935 8571	24 1841	88
13	3,076 1711 8430	1960 0412	24 1427	87
14	3,077 8786 2882	1984 1839	24 1014	86
15	3,079 5889 8130	2008 2853	24 0602	85
16	3,081 3022 5173	9,451 2032 3455	24 0189	84
17	3,083 0184 5009	2056 3644	23 9777	83
18	3,084 7375 8648	2080 3421	23 9364	82
19	3,086 4596 7109	2104 2785	23 8952	81
20	3,088 1847 1383	2128 1737	23 8540	80
21	3,089 9127 2519	9,451 2152 0276	23 8128	79
22	3,091 6437 1537	2175 8404	23 7716	78
23	3,093 3776 9470	2199 6120	23 7303	77
24	3,095 1146 7354	2223 3423	23 6891	76
25	3,096 8546 6236	2247 0314	23 6479	75
26	3,098 5976 7162	9,451 2270 6793	23 6066	74
27	3,100 3437 1188	2294 2859	23 5654	73
28	3,102 0927 9376	2317 8513	23 5242	72
29	3,103 8449 2790	2341 3755	23 4829	71
30	3,105 6001 2502	2364 8584	23 4417	70
31	3,107 3583 9689	9,451 2388 3001	23 4004	69
32	3,109 1197 6133	2411 7005	23 3591	68
33	3,110 8842 0224	2435 0596	23 3179	67
34	3,112 6516 5956	2458 3775	23 2767	66
35	3,114 4224 3428	2481 6542	23 2354	65
36	3,116 1962 3747	9,451 2504 8896	23 1942	64
37	3,117 9731 8026	2528 0838	23 1530	63
38	3,119 7532 7379	2551 2368	23 1117	62
39	3,121 5365 2931	2574 3485	23 0705	61
40	3,123 3229 5818	2597 4190	23 0292	60
41	3,125 1125 7166	9,451 2620 4482	22 9880	59
42	3,126 9053 8122	2643 4360	22 9468	58
43	3,128 7013 9836	2666 3828	22 9056	57
44	3,130 5006 3459	2689 2884	22 8643	56
45	3,132 3031 0153	2712 1527	22 8231	55
46	3,134 1088 1084	9,451 2734 9758	22 7819	54
47	3,135 9177 7425	2757 7577	22 7407	53
48	3,137 7300 0357	2780 4984	22 6994	52
49	3,139 5456 1063	2803 1978	22 6582	51
50	3,141 3643 0738	2825 8560		50

$v = 5..,000...$

$k = 94^{0}$.

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1′.	1
50	3,141 3643 0738	9,451 2825 8560	22 6170	50
51	3,143 1864 0580	9,451 2848 4730	22 5758	49
52	3,145 0118 1794	2871 0488	22 5344	48
53	3,146 8405 5590	2893 5832	22 4932	47
54	3,148 6726 3190	2916 0764	22 4520	46
55	3,150 5080 5821	2938 5284	22 4108	45
56	3,152 3468 4707	9,451 2960 9392	22 3695	44
57	3,154 1890 1094	2983 3087	22 3283	43
58	3,156 0345 6227	3005 6370	22 2871	42
59	3,157 8835 1357	3027 9241	22 2459	41
60	3,159 7358 7745	3050 1700	22 2046	40
61	3,161 5916 6656	9,451 3072 3746	22 1634	39
62	3,163 4508 9364	3094 5380	22 1222	38
63	3,165 3135 7152	3116 6602	22 0810	37
64	3,167 1797 1305	3138 7412	22 0398	36
65	3,169 0493 3121	3160 7810	21 9985	35
66	3,170 9224 3899	9,451 3182 7795	21 9573	34
67	3,172 7990 4952	3204 7368	21 9161	33
68	3,174 6791 7596	3226 6529	21 8749	32
69	3,176 5628 3154	3248 5278	21 8337	31
70	3,178 4500 2961	3270 3615	21 7924	30
71	3,180 3407 8354	9,451 3292 1539	21 7512	29
72	3,182 2351 0681	3313 9051	21 7100	28
73	3,184 1330 1297	3335 6151	21 6688	27
74	3,186 0345 1566	3357 2839	21 6275	26
75	3,187 9396 2856	3378 9114	21 5862	25
76	3,189 8483 6544	9,451 3400 4976	21 5450	24
77	3,191 7607 4020	3422 0426	21 5038	23
78	3,193 6767 6676	3443 5464	21 4626	22
79	3,195 5964 5916	3465 0090	21 4214	21
80	3,197 5198 3147	3486 4304	21 3802	20
81	3,199 4468 9790	9,451 3507 8106	21 3390	19
82	3,201 3776 7271	3529 1496	21 2978	18
83	3,203 3121 7024	3550 4474	21 2566	17
84	3,205 2504 0492	3571 7040	21 2154	16
85	3,207 1923 0128	3592 9194	21 1741	15
86	3,209 1381 4390	9,451 3614 0935	21 1329	14
87	3,211 0876 7747	3635 2264	21 0917	13
88	3,213 0410 0678	3656 3181	21 0505	12
89	3,214 9981 4666	3677 3686	21 0093	11
90	3,216 9691 1208	3698 3779	20 9680	10
91	3,218 9239 1804	9,451 3719 3459	20 9268	09
92	3,220 8925 7970	3740 2727	20 8856	08
93	3,222 8661 1224	3761 1583	20 8444	07
94	3,224 8415 3099	3782 0027	20 8032	06
95	3,226 8218 5132	3802 8059	20 7619	05
96	3,228 8000 8871	9,451 3823 5678	20 7206	04
97	3,230 7942 5875	3844 2884	20 6794	03
98	3,232 7868 7709	3864 9678	20 6382	02
99	3,234 7824 5952	3885 6060	20 5970	01
100	3,236 7825 2188	3906 2030		00

$v = 5..,000...$

$k = 95^0.$

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1'.	1
00	3,236 7825 2188	9,451 3906 2030	20 5558	100
01	3,238 7865 8013	9,451 3926 7588	20 5146	99
02	3,240 7946 5032	3947 2734	20 4734	98
03	3,242 8067 4859	3967 7468	20 4322	97
04	3,244 8228 9118	3988 1790	20 3910	96
05	3,246 8430 9444	4008 5700	20 3498	95
06	3,248 8673 7480	9,451 4028 9198	20 3086	94
07	3,250 8957 4880	4049 2284	20 2674	93
08	3,252 9282 3309	4069 4956	20 2262	92
09	3,254 9648 4441	4089 7220	20 1850	91
10	3,257 0055 9960	4109 9079	20 1438	90
11	3,259 0606 1361	9,451 4130 0608	20 1026	89
12	3,261 0996 0949	4150 1534	20 0614	88
13	3,263 1528 9840	4170 2148	20 0202	87
14	3,265 2103 9960	4190 2350	19 9790	86
15	3,267 2721 3047	4210 2140	19 9378	85
16	8,269 3381 0847	9,451 4230 1518	19 8965	84
17	3,271 4083 5118	4250 0483	19 8553	83
18	3,273 4828 7631	4269 9036	19 8141	82
19	3,275 5617 0167	4289 7177	19 7729	81
20	3,277 6448 4516	4309 4906	19 7316	80
21	3,279 7323 2481	9,451 4329 2222	19 6904	79
22	3,281 8241 5877	4348 9126	19 6492	78
23	3,283 9203 6530	4368 5618	19 6080	77
24	3,286 0209 6275	4388 1698	19 5668	76
25	3,288 1259 6963	4407 7366	19 5256	75
26	3,290 2354 0463	9,451 4427 2622	19 4844	74
27	3,292 3492 8617	4446 7466	19 4432	73
28	3,294 4676 3340	4466 1898	19 4021	72
29	3,296 5904 6518	4485 5919	19 3609	71
30	3,298 7178 0058	4504 9528	19 3197	70
31	3,300 8496 5881	9,451 4524 2725	19 2785	69
32	3,302 9860 5919	4543 5510	19 2373	68
33	3,305 1270 2117	4562 7883	19 1961	67
34	3,307 2725 6432	4581 9844	19 1549	66
35	3,309 4227 0836	4601 1393	19 1137	65
36	3,311 5774 7308	9,451 4620 2530	19 0726	64
37	3,313 7368 7848	4639 3256	19 0314	63
38	3,315 9009 4462	4658 3570	18 9902	62
39	3,318 0696 9173	4677 3472	18 9490	61
40	3,320 2431 4014	4696 2962	18 9077	60
41	3,322 4213 1033	9,451 4715 2039	18 8666	59
42	3,324 6042 2293	4734 0704	18 8253	58
43	3,326 7918 9868	4752 8957	18 7841	57
44	3,328 9843 5847	4771 6798	18 7429	56
45	3,331 1816 2332	4790 4227	18 7017	55
46	3,333 3837 1440	9,451 4809 1244	18 6605	54
47	3,335 5906 5301	4827 7849	18 6193	53
48	3,337 8024 6059	4846 4042	18 5781	52
49	3,340 0191 5673	4864 9823	18 5369	51
50	3,342 2407 0916	4883 5192		50

$v = 4..,000...$

$k = 95^0.$

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1'.	1
50	3,342 2407 0916	9,451 4883 5192	18 4957	50
51	3,344 4673 1375	9,451 4902 0149	18 4545	49
52	3,346 6988 1453	4920 4694	18 4133	48
53	3,348 9352 9366	4938 8627	18 3721	47
54	3,351 1767 7346	4957 2548	18 3309	46
55	3,353 4232 7644	4975 5857	18 2897	45
56	3,356 6748 2511	9,451 4993 8754	18 2485	44
57	3,358 9314 4235	5012 1239	18 2073	43
58	3,360 1931 5106	5030 3312	18 1661	42
59	3,362 4599 7429	5048 4973	18 1250	41
60	3,364 7319 3532	5066 6223	18 0838	40
61	3,367 0090 5754	9,451 5084 7061	18 0426	39
62	3,369 2913 6450	5102 7487	18 0014	38
63	3,371 5788 7992	5120 7501	17 9602	37
64	3,373 8716 2769	5138 7103	17 9190	36
65	3,376 1686 3186	5156 6293	17 8778	35
66	3,378 4729 1661	9,451 5174 5071	17 8366	34
67	3,380 7815 0637	5192 3437	17 7953	33
68	3,383 0954 2567	5210 1391	17 7542	32
69	3,385 4146 9983	5227 8933	17 7131	31
70	3,387 7393 5196	5245 6064	17 6719	30
71	3,390 0694 0691	9,451 5263 2783	17 6307	29
72	3,392 4048 9532	5280 9090	17 5895	28
73	3,394 7458 3663	5298 4985	17 5483	27
74	3,397 0922 5842	5316 0468	17 5071	26
75	3,399 4441 8647	5333 5639	17 4659	25
76	3,401 8016 4675	9,451 5351 0198	17 4247	24
77	3,404 1646 6541	5368 4445	17 3836	23
78	3,406 5332 6877	5385 8280	17 3424	22
79	3,408 9074 8336	5403 1704	17 3012	21
80	3,411 2873 3589	5420 4716	17 2600	20
81	3,413 6728 5324	9,451 5437 7316	17 2188	19
82	3,416 0640 6252	5454 9504	17 1776	18
83	3,418 4609 9101	5472 1280	17 1364	17
84	3,420 8636 6618	5489 2644	17 0952	16
85	3,423 2721 1573	5506 3596	17 0541	15
86	3,425 6863 6755	9,451 5523 4137	17 0129	14
87	3,428 1064 4970	5540 4266	16 9717	13
88	3,430 5323 9049	5557 3983	16 9306	12
89	3,432 9642 1839	5574 4288	16 8893	11
90	3,435 4019 6212	5591 2181	16 8482	10
91	3,437 8456 5059	9,451 5608 0663	16 8070	09
92	3,440 2953 1293	5624 8733	16 7658	08
93	3,442 7509 7847	5641 6391	16 7246	07
94	3,445 2126 7677	5658 3637	16 6834	06
95	3,447 6804 3761	5675 0475	16 6423	05
96	3,450 1542 9098	9,451 5691 6894	16 6011	04
97	3,452 6342 6711	5708 2909	16 5599	03
98	3,455 1203 9643	5724 8504	16 5187	02
99	3,457 6127 0961	5741 3691	16 4774	10
100	3,460 1112 3755	5757 8465		09

$v = 4..,000...$

$k = 96^0.$

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1'.	1
00	3,460 1112 3756	9,451 5757 8466	16 4363	100
01	3,462 6160 1140	9,451 5774 2628	16 3951	99
02	3,465 1270 6251	5790 6779	16 3539	98
03	3,467 6444 2260	5807 0518	16 3127	97
04	3,470 1681 2320	5823 3445	16 2715	96
05	3,472 6981 9671	5839 6161	16 2304	95
06	3,475 2346 7536	9,451 5855 8465	16 1892	94
07	3,477 7775 9171	5872 0357	16 1480	93
08	3,480 3269 7858	5888 1837	16 1069	92
09	3,482 8828 0908	5904 2906	16 0657	91
10	3,485 4452 0851	5920 3563	16 0246	90
11	3,488 0142 9447	9,451 5936 3808	15 9833	89
12	3,490 5898 9679	5952 3641	15 9422	88
13	3,493 1721 3761	5968 3063	15 9011	87
14	3,495 7610 5128	5984 2074	15 8599	86
15	3,498 3566 7246	6000 0673	15 8187	85
16	3,500 9590 3602	9,451 6015 8860	15 7776	84
17	3,503 5681 7718	6031 6636	15 7364	83
18	3,506 1841 3140	6047 4000	15 6952	82
19	3,508 8069 3440	6063 0952	15 6540	81
20	3,511 4366 2220	6078 7492	15 6128	80
21	3,514 0732 3112	9,451 6094 3620	15 5716	79
22	3,516 7167 0775	6109 9336	15 5304	78
23	3,519 3673 5896	6125 4640	15 4892	77
24	3,522 0249 5194	6140 9532	15 4481	76
25	3,524 6896 1416	6156 4013	15 4069	75
26	3,527 3613 8341	9,451 6171 8082	15 3657	74
27	3,530 0402 9775	6187 1739	15 3245	73
28	3,532 7263 9657	6202 4984	15 2834	72
29	3,535 4197 1558	6217 7818	15 2422	71
30	3,538 1202 9677	6233 0240	15 2010	70
31	3,540 8281 7846	9,451 6248 2250	15 1599	69
32	3,543 5434 0033	6293 3849	15 1188	68
33	3,546 2660 0232	6278 5037	15 0776	67
34	3,548 9960 2473	6293 5813	15 0364	66
35	3,551 7335 0819	6308 6177	14 9952	65
36	3,554 4784 9366	9,451 6323 6129	14 9541	64
37	3,557 2310 2244	6338 5670	14 9129	63
38	3,559 9911 3617	6353 4799	14 8717	62
39	3,562 7588 7683	6368 3516	14 8305	61
40	3,565 5342 6876	6383 1821	14 7894	60
41	3,568 3174 0867	9,451 6397 9715	14 7482	59
42	3,571 1082 8567	6412 7197	14 7070	58
43	3,573 9069 6080	6427 4267	14 6659	57
44	3,576 7134 7841	6442 0926	14 6247	56
45	3,579 5278 8226	6456 7173	14 5835	55
46	3,582 3502 1608	9,451 6471 3008	14 5424	54
47	3,585 1805 2739	6485 8432	14 5012	53
48	3,588 0188 5885	6500 3444	14 4600	52
49	3,590 8652 5698	6514 8044	14 4189	51
50	3,593 7197 6785	6529 2232		50

$u = 3..,000...$

$k = 96^0.$

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1'.	1
50	3,593 7197 6785	9,451 6529 2233	14 3777	50
51	3,596 5824 3790	9,451 6543 6010	14 3366	49
52	3,599 4533 1398	6557 9375	14 2954	48
53	3,602 3324 4335	6572 2329	14 2542	47
54	3,605 2198 7366	6586 4871	14 2129	46
55	3,608 1156 5297	6600 7000	14 1718	45
56	3,611 0198 2981	9,451 6614 8718	14 1306	44
57	3,613 9324 5308	6629 0024	14 0894	43
58	3,616 8535 7212	6643 0918	14 0483	42
59	3,619 7832 3673	6657 1401	14 0071	41
60	3,622 7214 9711	6671 1472	13 9659	40
61	3,625 6684 0393	9,451 6685 1131	13 9247	39
62	3,628 6240 0830	6699 0378	13 8836	38
63	3,631 5883 6179	6712 9214	13 8424	37
64	3,634 5615 1642	6726 7638	13 8013	36
65	3,637 5435 2469	6740 5651	13 7601	35
66	3,640 6344 3955	9,451 6754 3252	13 7190	34
67	3,643 5343 1444	6768 0442	13 6778	33
68	3,646 5432 0329	6781 7220	13 6367	32
69	3,649 5611 6050	6795 3587	13 5955	31
70	3,652 5882 4096	6808 9542	13 5544	30
71	3,655 6245 0010	9,451 6822 5086	13 5132	29
72	3,658 6699 9380	6836 0218	13 4721	28
73	3,661 7247 7850	6849 4939	13 4309	27
74	3,664 7889 1112	6862 9248	13 3898	26
75	3,667 8024 4914	6876 3146	13 3486	25
76	3,670 9454 6053	9,451 6889 6632	13 3075	24
77	3,674 0379 7385	6902 9707	13 2664	23
78	3,677 1400 7817	6916 2371	13 2253	22
79	3,680 2518 2311	6929 4624	13 1841	21
80	3,683 3732 6886	6942 6465	13 1427	20
81	3,686 5044 7614	9,451 6955 7892	13 1015	19
82	3,689 6455 0629	6968 8907	13 0604	18
83	3,692 7964 2124	6981 9511	13 0192	17
84	3,695 9572 8345	6994 9703	12 9781	16
85	3,699 1281 5602	7007 9484	12 9369	15
86	3,702 3091 0263	9,451 7020 8853	12 8958	14
87	3,705 5001 8757	7033 7811	12 8546	13
88	3,708 7014 7577	7046 6357	12 8135	12
89	3,711 9130 3275	7059 4492	12 7723	11
90	3,715 1349 2468	7072 2215	12 7312	10
91	3,718 3672 1838	9,451 7084 9527	12 6900	09
92	3,721 6099 8130	7097 6427	12 6489	08
93	3,724 8632 8158	7110 2916	12 6077	07
94	3,728 1271 8798	7122 8993	12 5666	06
95	3,731 4017 6999	7135 4659	12 5254	05
96	3,734 6870 9773	9,451 7147 9913	12 4844	04
97	3,737 9832 4207	7160 4757	12 4432	03
98	3,741 2902 7452	7172 8189	12 4021	02
99	3,744 6082 6736	7185 3210	12 3609	01
100	3,747 9372 9354	7197 6819		00

$v = 3..,000...$

$k = 97°.$

1	𝔏.k.	𝔏.k + log. v.	D. 1′.	1
00	3,747 9372 9254	9,451 7197 6819	12 3196	100
01	3,750 2774 2676	9,451 7210 0015	12 2785	99
02	3,754 6287 4150	7222 2800	12 2373	98
03	3,757 9913 1293	7234 5173	12 1962	97
04	3,761 3652 1703	7246 7135	12 1550	96
05	3,764 7505 3052	7258 8685	12 1139	95
06	3,768 1473 3091	9,451 7270 9824	12 0727	94
07	3,771 5556 9650	7283 0551	12 0316	93
08	3,774 9757 0641	7295 0867	11 9904	92
09	3,778 4074 4054	7307 0771	11 9493	91
10	3,781 8509 7966	7319 0264	11 9081	90
11	3,785 3064 0534	9,451 7330 9345	11 8670	89
12	3,788 7738 0002	7342 8015	11 8258	88
13	3,792 2532 4698	7354 6273	11 7846	87
14	3,795 7448 3038	7366 4119	11 7434	86
15	3,799 2486 3527	7378 1553	11 7023	85
16	3,802 7647 4760	9,451 7389 8576	11 6611	84
17	3,806 2932 5423	7401 5187	11 6200	83
18	3,809 8342 4294	7413 1387	11 5788	82
19	3,813 3878 0242	7424 7175	11 5377	81
20	3,816 9540 2236	7436 2552	11 4965	80
21	3,820 5329 9335	9,451 7447 7517	11 4554	79
22	3,824 1248 0702	7459 2071	11 4142	78
23	3,827 7295 5595	7470 6213	11 3731	77
24	3,831 3473 3373	7481 9944	11 3319	76
25	3,834 9782 3497	7493 3263	11 2908	75
26	3,838 6223 5531	9,451 7504 6171	11 2496	74
27	3,842 2797 9149	7515 8667	11 2085	73
28	3,845 9506 4123	7527 0752	11 1673	72
29	3,849 6350 0338	7538 2425	11 1262	71
30	3,853 3329 7788	7549 3687	11 0850	70
31	3,857 0446 6577	9,451 7560 4537	11 0439	69
32	3,860 7701 6925	7571 4976	11 0027	68
33	3,864 5095 9163	7582 5003	10 9617	67
34	3,868 2630 3742	7593 4620	10 9205	66
35	3,872 0306 1227	7604 3825	10 8794	65
36	3,875 8124 2305	9,451 7615 2619	10 8382	64
37	3,879 6085 7784	7626 1001	10 7971	63
38	3,883 4191 8596	7636 8972	10 7559	62
39	3,887 2443 5799	7647 6531	10 7148	61
40	3,891 0842 0578	7658 3679	10 6736	60
41	3,894 9388 4246	9,451 7669 0415	10 6325	59
42	3,898 8083 8248	7679 6740	10 5913	58
43	3,902 6929 4164	7690 2653	10 5502	57
44	3,906 5926 3708	7700 8155	10 5090	56
45	3,910 6075 8730	7711 3245	10 4679	55
46	3,914 4379 1223	9,451 7721 7924	10 4267	54
47	3,918 3837 3319	7732 2191	10 3856	53
48	3,922 3451 7296	7742 6047	10 3444	52
49	3,926 3223 5578	7752 9491	10 3033	51
50	3,930 3154 0738	7763 2524		50

$v = 2\ldots,000\ldots$

$k = 97°.$

1	𝔏.k.	𝔏.k + log. v.	D. 1′.	1
50	3,930 3154 0738	9,451 7763 2524	10 2621	50
51	3,934 3244 5499	9,451 7773 5145	10 2210	49
52	3,938 3496 2719	7783 7355	10 1798	48
53	3,942 8910 5491	7793 9153	10 1387	47
54	3,946 4188 6947	7804 0640	10 0975	46
55	3,950 5232 0461	7814 1515	10 0564	45
56	3,954 6141 9550	9,451 7824 2079	10 0152	44
57	3,958 7219 7897	7834 2231	9 9741	43
58	3,962 8466 9357	7844 1972	9 9329	42
59	3,966 9884 7952	7854 1301	9 8918	41
60	3,971 1474 7885	7864 0219	9 8507	40
61	3,975 3238 3532	9,451 7873 8725	9 8096	39
62	3,979 5176 9454	7883 6821	9 7684	38
63	3,983 7292 0392	7893 4506	9 7273	37
64	3,987 9585 1276	7903 1778	9 6861	36
65	3,992 2057 7225	7912 8639	9 6450	35
66	3,996 4711 3554	9,451 7922 5089	9 6038	34
67	4,000 7547 5771	7932 1127	9 5627	33
68	4,005 0567 9588	7941 6754	9 5215	32
69	4,009 3774 0017	7951 1969	9 4804	31
70	4,013 7167 5881	7960 6773	9 4392	30
71	4,018 0750 0810	9,451 7970 1165	9 3981	29
72	4,022 4523 2251	7979 5146	9 3569	28
73	4,026 8488 6967	7988 8715	9 3158	27
74	4,031 2648 1946	7998 1873	9 2746	26
75	4,035 7003 4399	8007 4619	9 2335	25
76	4,040 1556 1760	9,451 8016 6954	9 1923	24
77	4,044 6308 1731	8025 8877	9 1512	23
78	4,049 1261 2202	8035 0389	9 1101	22
79	4,053 6417 1339	8044 1490	9 0690	21
80	4,058 1777 7545	8053 2180	9 0279	20
81	4,062 7344 9478	9,451 8062 2469	8 9868	19
82	4,067 3120 6049	8071 2327	8 9456	18
83	4,071 9106 6429	8080 1783	8 9046	17
84	4,076 5305 0060	8089 0828	8 8633	16
85	4,081 1717 6649	8097 9461	8 8222	15
86	4,085 8346 6181	9,451 8106 7683	8 7810	14
87	4,090 5193 8923	8115 5493	8 7399	13
88	4,095 2261 5425	8124 2892	8 6987	12
89	4,099 9551 6532	8132 9879	8 6576	11
90	4,104 7066 3384	8141 6455	8 6164	10
91	4,109 4807 7423	9,451 8150 2619	8 5753	09
92	4,114 2778 0402	8158 6372	8 5341	08
93	4,119 0979 4387	8167 3713	8 4930	07
94	4,123 9414 1765	8175 8643	8 4518	06
95	4,128 8084 5248	8184 3161	8 4107	05
96	4,133 6992 7884	9,451 8192 7268	8 3696	04
97	4,138 6141 3059	8201 0963	8 3284	03
98	4,143 5532 4607	8209 4247	8 2872	02
99	4,148 5168 6314	8217 7119	[illegible]	01
100	4,153 5052 2927	8225 9681		00

$v = 2\ldots,000\ldots$

$k = 98^0.$

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1′.	1
00	4,153 5056 2927	9,451 8225 9581	8 2050	100
01	4,168 5185 9150	9,451 8234 1631	8 1639	99
02	4,163 5572 0201	8242 3270	8 1228	98
03	4,168 6213 1025	8250 4498	8 0816	97
04	4,173 7111 9391	8258 5314	8 0406	96
05	4,178 8270 9863	8266 5719	7 9994	95
06	4,183 9692 9807	9,451 8274 5713	7 9582	94
07	4,189 1380 6405	8282 5295	7 9171	93
08	4,194 3336 7264	8290 4466	7 8760	82
09	4,199 5564 0422	8298 3226	7 8348	91
10	4,204 8065 4358	8306 1574	7 7937	90
11	4,210 0843 8006	9,451 8313 9511	7 7526	89
12	4,215 3902 0755	8321 7037	7 7114	88
13	4,220 7243 2466	8329 4151	7 6703	87
14	4,226 0870 3483	8337 0854	7 6292	86
15	4,231 4786 4639	8344 7146	7 5880	85
16	4,236 8994 7268	9,451 8352 3026	7 5469	84
17	4,242 3498 3211	8359 8495	7 5057	83
18	4,247 8300 4845	8267 3552	7 4645	82
19	4,253 3404 5071	8374 8197	7 4234	81
20	4,258 8813 7342	8382 2431	7 3823	80
21	4,264 4531 5670	9,451 8389 6254	7 3412	79
22	4,270 0561 4637	8396 9666	7 3001	78
23	4,275 6906 9410	8404 2667	7 2589	77
24	4,281 3571 5753	8411 5256	7 2178	76
25	4,287 0559 0042	8418 7434	7 1767	75
26	4,292 7872 9280	9,451 8425 9201	7 1355	74
27	4,298 5517 1107	8433 0556	7 0944	13
28	4,304 3495 3819	8440 1500	7 0533	72
29	4,310 1811 6383	8447 2033	7 0121	71
30	4,316 0469 8449	8454 2154	6 9710	70
31	4,321 9474 0372	9,451 8461 1864	6 9299	69
32	4,327 8828 3223	8468 1163	6 8887	68
33	4,333 8536 8809	8475 0050	6 8470	67
34	4,339 8603 9691	8481 8526	6 8065	66
35	4,245 9033 9201	8488 6591	6 7653	65
36	4,351 9831 1462	9,451 8495 4244	6 7242	64
37	4,358 1000 1406	8502 1486	6 6831	63
38	4,364 2545 4794	8508 8317	6 6418	62
39	4,370 4471 8237	8515 4735	6 6007	61
40	4,376 6783 9819	8522 0742	6 5597	60
41	4,382 9486 0117	9,451 8528 6339	6 5186	59
42	4,389 2584 8223	8535 1525	6 4775	58
43	4,395 6083 5766	8541 6300	6 4363	57
44	4,401 9987 9939	8548 0663	6 3952	56
45	4,408 4303 2924	8554 4615	6 3541	55
46	4,414 9034 7915	9,451 8560 8156	6 3129	54
47	4,421 4187 9146	8567 1285	6 2718	53
48	4,427 9768 1919	8573 4003	6 2306	52
49	4,434 5781 2628	8579 6309	6 1894	51
50	4,441 2232 8794	8585 8203		50

$v = 1\,..,000\,...$

$k = 98^0.$

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1′.	1
50	4,441 2232 8794	9,451 8585 8203	6 1483	50
51	4,447 9128 9092	9,451 8591 9686	6 1072	49
52	4,454 6475 3382	8598 0758	6 0660	48
53	4,461 4278 2741	8604 1418	6 0249	47
54	4,468 2543 9497	8610 1667	5 9838	46
55	4,475 1278 7263	8616 1505	5 9426	45
56	4,482 0489 0974	9,451 8622 0931	5 9015	44
57	4,489 0181 6921	8627 9946	5 8604	43
58	4,496 0363 2790	8633 8550	5 8192	42
59	4,503 1040 7705	8639 6742	5 7781	41
60	4,510 2221 2263	8645 4523	5 7370	40
61	4,517 3911 8580	9,451 8651 1893	5 6959	39
62	4,524 6120 0337	8656 8852	5 6548	38
63	4,531 8853 2818	8662 5400	5 6136	37
64	4,539 2119 2963	8668 1536	5 5725	36
65	4,546 5925 9418	8673 7261	5 5314	35
66	4,554 0281 2580	9,451 8679 2575	5 4902	34
67	4,561 5193 4655	8684 7477	5 4491	33
68	4,569 0670 9710	8690 1968	5 4080	32
69	4,576 0722 3728	8695 6048	5 3668	31
70	4,584 3356 4671	8700 9716	5 3257	30
71	4,592 0582 2537	9,451 8706 2973	5 2846	29
72	4,599 8408 9428	8711 5819	5 2434	28
73	4,607 6845 9608	8716 8253	5 2023	27
74	4,615 5902 9581	8722 0276	5 1613	26
75	4,623 5589 8159	8727 1889	5 1201	25
76	4,631 5916 6530	9,451 8732 3090	5 0790	24
77	4,639 6893 8343	8737 3880	5 0379	23
78	4,647 8531 9786	8742 4259	4 9967	22
79	4,656 0841 9667	8747 4226	4 9556	21
80	4,664 3834 9604	8752 3782	4 9145	20
81	4,672 7522 3616	9,451 8757 2927	4 8734	19
82	4,681 1915 9215	8762 1661	4 8323	18
83	4,689 7027 6506	8766 9984	4 7911	17
84	4,698 2869 8785	8771 7895	4 7500	16
85	4,706 9455 2559	8776 5395	4 7089	15
86	4,715 6796 7646	9,451 8781 2484	4 6677	14
87	4,724 4907 7290	8785 9161	4 6266	13
88	4,733 3801 8298	8790 5427	4 5855	12
89	4,742 3493 1151	8795 1282	4 5443	11
90	4,751 3996 0146	8799 6725	4 5032	10
91	4,760 5325 3535	9,451 8804 1757	4 4621	09
92	4,769 7496 3666	8808 6378	4 4209	08
93	4,779 0524 7141	8813 0587	4 3797	07
94	4,788 4426 4973	8817 4384	4 3386	06
95	4,797 9218 2755	8821 7770	4 2974	05
96	4,807 4917 0830	9,451 8826 0744	4 2563	04
97	4,817 1540 4485	8830 3307	4 2152	03
98	4,826 9106 4131	8834 5459	4 1740	02
99	4,836 7633 5515	8838 7199	4 1329	01
100	4,846 7140 9930	8842 8528		00

$v = 1\,..,000\,...$

$k = 99^0.$

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1′.	1
00	4,846 7140 0930	9,451 8842 8528	4 0918	100
01	4,856 7648 4433	9,451 8846 9446	4 0507	99
02	4,866 9176 2086	8850 9953	4 0096	98
03	4,877 1745 2190	8855 0049	3 9685	97
04	4,887 5377 0588	8858 9734	3 9274	96
05	4,898 0093 9848	8862 9008	3 8862	95
06	4,908 8918 9643	9,451 8866 7870	3 8451	94
07	4,919 2875 7006	8870 6321	3 8040	93
08	4,930 0988 6657	8874 4361	3 7629	92
09	4,941 0283 1339	8878 1990	3 7218	91
10	4,952 0785 2176	8881 9208	3 6806	90
11	4,963 2521 9041	9,451 8885 6014	3 6396	89
12	4,974 5521 0962	8889 2409	3 5984	88
13	4,985 9811 6528	8892 8393	3 5573	87
14	4,997 5423 4341	8896 3966	3 5162	86
15	5,009 2387 3479	8800 9128	3 4750	85
16	5,021 0736 3994	9,451 8903 3878	3 4339	84
17	6,033 0600 7438	8906 8217	3 3928	83
18	5,045 1717 7419	8910 2146	3 3616	82
19	5,067 4422 0194	8913 5661	3 3105	81
20	5,069 8650 5299	8916 8766	3 2694	80
21	5,082 4441 0214	9,451 8920 1460	3 2283	79
22	5,005 1836 1075	8923 3743	3 1872	78
23	5,108 0872 3430	8926 5615	3 1460	77
24	5,121 1606 3047	8929 7075	3 1049	76
25	5,134 4051 0771	8932 8124	3 0638	75
26	5,147 8284 9442	9,451 8935 8762	3 0226	74
27	5,161 4344 4874	8938 8988	2 9815	73
28	5,175 2280 0902	8941 8803	2 9404	72
29	5,189 2146 0503	8944 8207	2 8992	71
30	5,203 3995 2996	8947 7199	2 8581	70
31	5,217 7885 6321	9,451 8950 5780	2 8170	69
32	5,232 3876 3433	8953 3950	2 7758	68
33	5,247 2029 0769	8956 1708	2 7347	67
34	5,262 2411 4853	8958 9055	2 6936	66
35	5,277 5088 9002	8961 5991	2 6524	65
36	5,293 0133 4180	9,451 8964 2515	2 6113	64
37	5,308 7619 5989	8966 8628	2 5702	63
38	5,324 7625 5826	8969 4330	2 5291	62
39	5,341 0233 3204	8971 9621	2 4880	61
40	5,357 5528 8279	8974 4501	2 4468	60
41	5,374 3602 4579	9,451 8976 8969	2 4057	59
42	5,391 4540 1972	8979 3026	2 3646	58
43	5,408 8468 9889	8981 6672	2 3235	57
44	5,426 5467 0834	8983 9907	2 2824	56
45	5,444 5664 4208	8986 2731	2 2412	55
46	5,462 9148 0487	9,451 8988 5143	2 2001	54
47	5,481 6071 5789	8990 7144	2 1590	53
48	5,500 6555 6876	8992 8734	2 1179	52
49	5,520 0738 6641	8994 9913	2 0768	51
50	5,539 8767 0139	8997 0681		50

$v = 0..,000...$

$k = 99^0.$

1	𝔏. k.	𝔏. k + log. v.	D. 1′.	1
50	5,539 8767 0139	9,451 8997 0681	1 0356	50
51	5,560 0796 1226	9,461 8999 1037	1 9945	49
52	5,580 6990 9892	9001 0982	1 9534	48
53	5,601 7527 0346	9003 0516	1 9123	47
54	5,623 2590 9991	9004 9639	1 8712	46
55	5,645 2381 9374	9006 8351	1 8300	45
56	5,667 7112 3260	9,461 9008 6651	1 7889	44
57	5,690 7009 2971	9010 4545	1 7477	43
58	5,714 2316 0189	9012 2017	1 7066	42
59	5,738 3293 2413	9013 9083	1 6655	41
60	5,763 0221 0327	9015 5738	1 6244	40
61	5,788 3400 7370	9,461 9017 1982	1 5833	39
62	5,814 3157 1843	9018 7815	1 5422	38
63	5,840 9841 1973	9020 3237	1 5011	37
64	5,868 3832 4403	9021 8248	1 4599	36
65	5,896 5542 6099	9023 2847	1 4188	35
66	6,925 5419 4574	9,451 9024 7035	1 3777	34
67	5,955 3960 4606	9026 0812	1 3366	33
68	5,986 1668 3899	9027 4178	1 2954	32
69	6,017 9156 6684	9028 7132	1 2543	31
70	6,050 7056 1509	9029 9675	1 2131	30
71	6,084 6072 8808	9,461 9031 1806	1 1720	29
72	6,119 6987 2509	9032 3526	1 1308	28
73	6,156 0664 2834	9033 4834	1 0897	27
74	6,193 8069 1929	9034 5731	1 0486	26
75	6,233 0277 3731	9036 0217	1 0075	25
76	6,273 8498 3258	9,461 9036 6292	0 9663	24
77	6,316 4095 4363	9037 5955	0 9252	23
78	6,360 8613 0872	9038 5207	0 8841	22
79	6,407 3815 0276	9039 4048	0 8430	21
80	6,456 1717 5123	9040 2478	0 8019	20
81	6,507 4651 2581	9,461 9041 0497	0 7608	19
82	6,561 5324 2316	9041 8105	0 7197	18
83	6,618 6909 0697	9042 5302	0 6786	17
84	6,679 3155 9866	9043 2088	0 6374	16
85	6,743 8641 8352	9043 8462	0 5963	15
86	6,812 8471 1464	9,461 9044 4425	0 5552	14
87	6,886 9651 4231	9044 9977	0 5141	13
88	6,966 9979 0140	9045 5118	0 4729	12
89	7,054 0093 2568	9045 9847	0 4318	11
90	7,149 3195 4860	9046 4165	0 3907	10
91	7,254 6801 0339	9,461 9046 8072	0 3496	09
92	7,372 4631 7491	9047 1568	0 3084	08
93	7,506 9945 9747	9047 4652	0 2673	07
94	7,660 1453 0403	9047 7325	0 2262	06
95	7,842 4668 8344	9047 9587	0 1851	05
96	8,066 6104 5327	9,461 9048 1438	0 1438	04
97	8,353 2925 4010	9048 2876	0 1027	03
98	8,768 7576 6848	9048 3903	0 0616	02
99	9,451 9048 1438	9048 4519	0 0205	01
100	Infinit. positiv.	9048 4724		00

$v = 0..,000...$

IV.

Tafel zur Umsetzung der briggischen Logarithmen in natürliche.

1	2,302 5850 9299	26	59,867 2124 1785	51	117,431 8397 4270	76	174,996 4670 6755
2	4,605 1701 8599	27	62,169 7975 1084	52	119,734 4248 3569	77	177,299 0521 6054
3	6,907 7552 7898	28	64,472 3826 0383	53	122,037 0099 2868	78	179,601 6372 5354
4	9,210 3403 7198	29	66,774 9676 9683	54	124,339 5950 2168	79	181,904 2223 4653
5	11,512 9254 6497	30	69,077 5527 8982	55	126,642 1801 1467	80	184,206 8074 3952
6	13,815 5105 5796	31	71,380 1378 8282	56	128,944 7652 0767	81	186,509 3925 3252
7	16,118 0956 5096	32	73,682 7229 7581	57	131,247 3503 0066	82	188,811 9776 2551
8	18,420 6807 4395	33	75,985 3080 6880	58	133,549 9353 9365	83	191,114 5627 1850
9	20,723 2658 3695	34	78,287 8931 6180	59	135,852 5204 8665	84	193,417 1478 1150
10	23,025 8509 2994	35	80,590 4782 5479	60	138,155 1055 7964	85	195,719 7329 0449
11	25,328 4360 2293	36	82,893 0633 4779	61	140,457 6906 7264	86	198,022 3179 9749
12	27,631 0211 1593	37	85,196 4484 4078	62	142,760 2757 6563	87	200,324 9030 9048
13	29,933 6062 0892	38	87,498 2335 3377	63	145,062 8608 5862	88	202,627 4881 8348
14	32,236 1913 0192	39	89,800 8186 2677	64	147,365 4459 5162	89	204,930 0732 7647
15	34,538 7763 9491	40	92,103 4037 1976	65	149,668 0310 4461	90	207,232 6583 6946
16	36,841 3614 8790	41	94,405 9888 1276	66	151,970 6161 3761	91	209,535 2434 6246
17	39,143 9465 8090	42	96,708 5739 0575	67	154,273 2012 3060	92	211,837 8285 5545
18	41,446 5316 7389	43	99,011 1589 9874	68	156,575 7863 2360	93	214,140 4136 4845
19	43,749 1167 6689	44	101,313 7440 9174	69	158,878 3714 1659	94	216,442 9987 4144
20	46,051 7018 5988	45	103,616 3291 8473	70	161,180 9565 0958	95	218,745 5838 3443
21	48,354 2869 5287	46	105,918 9142 7773	71	163,483 5416 0258	96	221,048 1689 2743
22	50,656 8720 4587	47	108,221 4993 7072	72	165,786 1266 9557	97	223,350 7540 2042
23	52,959 4571 3886	48	110,524 0844 6371	73	168,088 7117 8857	98	225,653 3391 1341
24	55,262 0422 3186	49	112,826 6695 5671	74	170,391 2968 8156	99	227,955 9242 0641
25	57,564 6273 2485	50	115,129 2546 4970	75	172,693 8819 7455	100	230,258 5092 9940

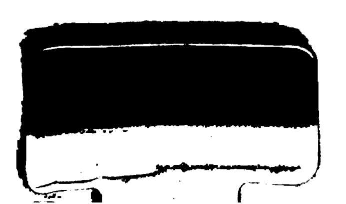
V.

Tabelle zur Umsetzung der natürlichen Logarithmen in briggische.

1	00,434 2944 8190	26	11,291 6565 2948	51	22,149 0185 7707	76	33,006 3806 2465
2	00,868 5889 6381	27	11,725 9510 1139	52	22,583 3130 5897	77	33,440 6751 0655
3	01,302 8834 4671	28	12,160 2454 9329	53	23,017 6075 4087	78	33,874 9695 8845
4	01,737 1779 2761	29	12,594 6390 7519	54	23,451 9020 2278	79	34,309 2640 7036
5	02,171 4724 0952	30	13,028 8344 5710	55	23,886 1965 0468	80	34,743 5585 5226
6	02,605 7668 9142	31	13,463 1289 3900	56	24,320 4909 8658	81	35,177 8530 3416
7	03,040 0613 7332	32	13,897 4234 2090	57	24,754 7854 6849	82	35,612 1475 1607
8	03,474 3558 5523	33	14,331 7179 0281	58	25,189 0799 5039	83	36,046 4419 9797
9	03,908 6503 3713	34	14,766 0123 8471	59	25,623 3744 3229	84	36,480 7364 7987
10	04,342 9448 1903	35	15,200 3068 6661	60	26,057 6689 1420	85	36,915 0309 6178
11	04,777 2393 0094	36	15,634 6013 4852	61	26,491 9633 9610	86	37,349 3254 4308
12	05,211 5337 8284	37	16,068 8958 3042	62	26,926 2578 7800	87	37,783 6199 2558
13	05,645 8282 6474	38	16,503 1903 1232	63	27,360 5523 5990	88	38,217 9144 0749
14	06,080 1227 4665	39	16,937 4847 9423	64	27,794 8468 4181	89	38,652 2088 8939
15	06,514 4172 2855	40	17,371 7792 7613	65	28,229 1413 2371	90	39,086 5033 7129
16	06,948 7117 1045	41	17,806 0737 5803	66	28,663 4358 0561	91	39,520 7978 5320
17	07,383 0061 9236	42	18,240 3682 3994	67	29,097 7302 8752	92	39,955 0923 3510
18	07,817 3006 7426	43	18,674 6627 2184	68	29,532 0247 6942	93	40,389 3868 1700
19	08,251 5951 5616	44	19,108 9572 0374	69	29,966 3192 5132	94	40,823 6812 9891
20	08,685 8896 3807	45	19,543 2516 8565	70	30,400 6137 3323	95	41,257 9757 8081
21	09,120 1841 1997	46	19,977 5461 6755	71	30,834 9082 1513	96	41,692 2702 6271
22	09,554 4786 0187	47	20,411 8406 4945	72	31,269 2026 9703	97	42,126 5647 4462
23	09,988 7730 8377	48	20,846 1351 3136	73	31,703 4071 7894	98	42,560 8592 2652
24	10,423 0675 6668	49	21,280 4296 1326	74	32,437 7916 6084	99	42,996 1537 0842
25	10,857 3620 4758	50	21,714 7240 9616	75	32,572 0861 4274	100	43,429 4481 9032

VI. Tafel zum Einschalten beim Gebrauche der zweiten Differenzen.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
01	0,00495	0,00990	0,01485	0,01980	0,02475	0,02970	0,03465	0,03960	0,04455	99
02	0,00980	0,01960	0,02940	0,03920	0,04900	0,05880	0,06860	0,07840	0,08820	98
03	0,01455	0,02910	0,04365	0,05820	0,07275	0,08730	0,10185	0,11640	0,13095	97
04	0,01920	0,03840	0,05760	0,07680	0,09600	0,11520	0,13440	0,15360	0,17280	96
05	0,02375	0,04750	0,07125	0,09500	0,11875	0,14250	0,16625	0,19000	0,21375	95
06	0,02820	0,05640	0,08460	0,11280	0,14100	0,16920	0,19740	0,22560	0,25380	94
07	0,03255	0,06510	0,09765	0,13020	0,16275	0,19530	0,22785	0,26040	0,29295	93
08	0,03680	0,07360	0,11040	0,14720	0,18400	0,22080	0,25760	0,29440	0,33120	92
09	0,04095	0,08190	0,12285	0,16380	0,20475	0,24570	0,28665	0,32760	0,36855	91
10	0,04500	0,09000	0,13500	0,18000	0,22500	0,27000	0,31500	0,36000	0,40500	90
11	0,04895	0,09790	0,14685	0,19580	0,24475	0,29370	0,34265	0,39160	0,44055	89
12	0,05280	0,10560	0,15840	0,21120	0,26400	0,31680	0,36960	0,42240	0,47520	88
13	0,05655	0,11310	0,16965	0,22620	0,28275	0,33930	0,39585	0,45240	0,50895	87
14	0,06020	0,12040	0,18060	0,24080	0,30100	0,36120	0,42140	0,48160	0,54180	86
15	0,06375	0,12750	0,19125	0,25500	0,31875	0,38250	0,44625	0,51000	0,57375	85
16	0,06720	0,13440	0,20160	0,26880	0,33600	0,40320	0,47040	0,53760	0,60480	84
17	0,07055	0,14110	0,21165	0,28220	0,35275	0,42330	0,49385	0,56440	0,63495	83
18	0,07380	0,14760	0,22140	0,29520	0,36900	0,44280	0,51660	0,59040	0,66420	82
19	0,07695	0,15390	0,23085	0,30780	0,38475	0,46170	0,53865	0,61560	0,69255	81
20	0,08000	0,16000	0,24000	0,32000	0,40000	0,48000	0,56000	0,64000	0,72000	80
21	0,08295	0,16590	0,24885	0,33180	0,41475	0,49770	0,58065	0,66360	0,74655	79
22	0,08580	0,17160	0,25740	0,34320	0,42900	0,51480	0,60060	0,68640	0,77220	78
23	0,08855	0,17710	0,26565	0,35420	0,44275	0,53130	0,61985	0,70840	0,79695	77
24	0,09120	0,18240	0,27360	0,36480	0,45600	0,54720	0,63840	0,72960	0,82080	76
25	0,09375	0,18750	0,28125	0,37500	0,46875	0,56250	0,65625	0,75000	0,84375	75
26	0,09620	0,19240	0,28860	0,38480	0,48100	0,57720	0,67340	0,76960	0,86580	74
27	0,09855	0,19710	0,29565	0,39420	0,49275	0,59130	0,68985	0,78840	0,88695	73
28	0,10080	0,20160	0,30240	0,40320	0,50400	0,60480	0,70560	0,80640	0,90720	72
29	0,10295	0,20590	0,30885	0,41180	0,51475	0,61770	0,72065	0,82360	0,92655	71
30	0,10500	0,21000	0,31500	0,42000	0,52500	0,63000	0,73500	0,84000	0,94500	70
31	0,10695	0,21390	0,32085	0,42780	0,53475	0,64170	0,74865	0,85560	0,96255	69
32	0,10880	0,21760	0,32640	0,43520	0,54400	0,65280	0,76160	0,87040	0,97920	68
33	0,11055	0,22110	0,33165	0,44220	0,55275	0,66330	0,77385	0,88440	0,99495	67
34	0,11220	0,22440	0,33660	0,44880	0,56100	0,67320	0,78540	0,89760	1,00980	66
35	0,11375	0,22750	0,34125	0,45500	0,56875	0,68250	0,79625	0,91000	1,02375	65
36	0,11520	0,23040	0,34560	0,46080	0,57600	0,69120	0,80640	0,92160	1,03680	64
37	0,11655	0,23310	0,34965	0,46620	0,58275	0,69930	0,81585	0,93240	1,04895	63
38	0,11780	0,23560	0,35340	0,47120	0,58900	0,70680	0,82460	0,94240	1,06020	62
39	0,11895	0,23790	0,35685	0,47580	0,59475	0,71370	0,83265	0,95160	1,07055	61
40	0,12000	0,24000	0,36000	0,48000	0,60000	0,72000	0,84000	0,96000	1,08000	60
41	0,12095	0,24190	0,36285	0,48380	0,60475	0,72570	0,84665	0,96760	1,08855	59
42	0,12180	0,24360	0,36540	0,48720	0,60900	0,73080	0,85260	0,97440	1,09620	58
43	0,12255	0,24510	0,36765	0,49020	0,61275	0,73530	0,85785	0,98040	1,10295	57
44	0,12320	0,24640	0,36960	0,49280	0,61600	0,73920	0,86240	0,98560	1,10880	56
45	0,12375	0,24750	0,37125	0,49500	0,61875	0,74250	0,86625	0,99000	1,11375	55
46	0,12420	0,24840	0,37260	0,49680	0,62100	0,74520	0,86940	0,99360	1,11780	54
47	0,12455	0,24910	0,37365	0,49820	0,62275	0,74730	0,87185	0,99640	1,12095	53
48	0,12480	0,24960	0,37440	0,49920	0,62400	0,74880	0,87360	0,99840	1,12320	52
49	0,12495	0,24990	0,37485	0,49980	0,62475	0,74970	0,87465	0,99960	1,12455	51
50	0,12500	0,25000	0,37500	0,50000	0,62500	0,75000	0,87500	1,00000	1,12500	50



V.

Tabelle zur Umsetzung der natürlichen Logarithmen in briggische.

1	00,434 2944 8190	26	11,291 6565 2948	51	22,149 0185 7707	76	33,006 3906 2465
2	00,868 5889 6381	27	11,725 9510 1139	52	22,583 3130 6897	77	33,440 6751 0655
3	01,302 8834 4671	28	12,160 2464 9329	53	23,017 6076 4087	78	33,874 9695 8845
4	01,737 1779 2761	29	12,594 6399 7519	54	23,451 9020 2278	79	34,309 2640 7036
5	02,171 4724 0952	30	13,028 8344 5710	55	23,886 1965 0468	80	34,743 5585 5226
6	02,605 7668 9142	31	13,463 1289 3900	56	24,320 4909 8658	81	35,177 8530 3416
7	03,040 0613 7332	32	13,897 4234 2090	57	24,754 7854 6849	82	35,612 1475 1607
8	03,474 3558 5523	33	14,331 7179 0281	58	25,189 0799 5039	83	36,046 4419 9797
9	03,908 6503 3713	34	14,766 0123 8471	59	25,623 3744 3229	84	36,480 7364 7987
10	04,342 9448 1903	35	15,200 3068 6661	60	26,057 6689 1420	85	36,915 0309 6178
11	04,777 2393 0094	36	15,634 6013 4852	61	26,491 9633 9610	86	37,349 3254 4308
12	05,211 5337 8284	37	16,068 8958 3042	62	26,926 2578 7800	87	37,783 6199 2558
13	05,645 8282 6474	38	16,503 1903 1232	63	27,360 5523 5990	88	38,217 9144 0749
14	06,080 1227 4665	39	16,937 4847 9423	64	27,794 8468 4181	89	38,652 2088 8939
15	06,514 4172 2855	40	17,371 7792 7613	65	28,229 1413 2371	90	39,086 5033 7129
16	06,948 7117 1045	41	17,806 0737 5803	66	28,663 4358 0561	91	39,520 7978 5320
17	07,383 0061 9236	42	18,240 3682 3994	67	29,097 7302 8752	92	39,955 0923 3510
18	07,817 3006 7426	43	18,674 6627 2184	68	29,532 0247 6942	93	40,389 3868 1700
19	08,251 5951 5616	44	19,108 9572 0374	69	29,966 3192 5132	94	40,823 6812 9891
20	08,685 8896 3807	45	19,543 2516 8565	70	30,400 6137 3323	95	41,257 9757 8081
21	09,120 1841 1997	46	19,977 5461 6755	71	30,834 9082 1513	96	41,692 2702 6271
22	09,554 4786 0187	47	20,411 8406 4945	72	31,269 2026 9703	97	42,126 5647 4462
23	09,988 7730 8377	48	20,846 1351 3136	73	31,703 4071 7894	98	42,560 8592 2652
24	10,423 0675 6568	49	21,280 4296 1326	74	32,437 7916 6084	99	42,996 1537 0842
25	10,857 3620 4758	50	21,714 7240 9516	75	32,572 0861 4274	100	43,429 4481 9032

VI. Tafel zum Einschalten beim Gebrauche der zweiten Differenzen.

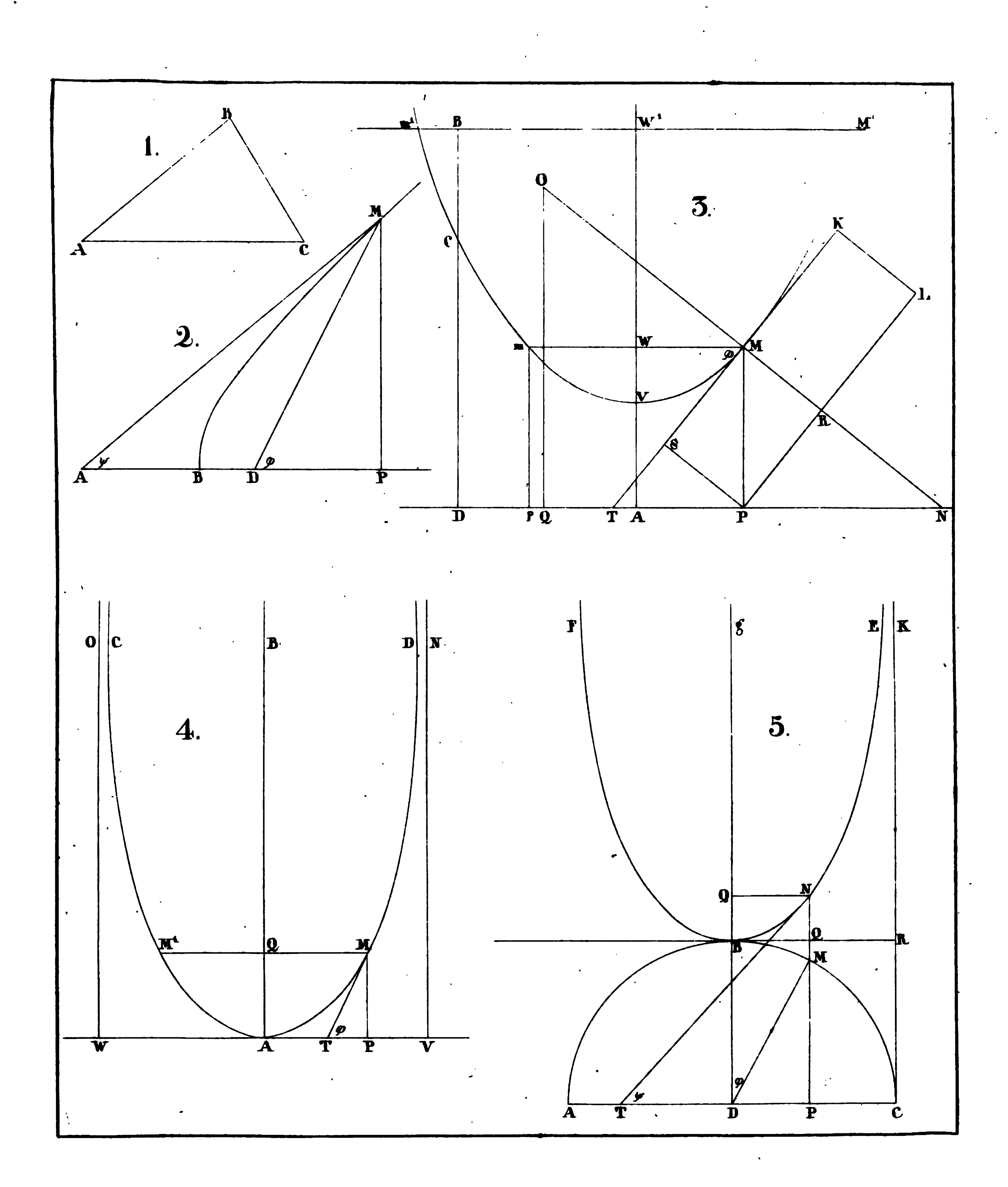
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
01	0,00495	0,00990	0,01485	0,01980	0,02475	0,02970	0,03465	0,03960	0,04455	99
02	0,00980	0,01960	0,02940	0,03920	0,04900	0,05880	0,06860	0,07840	0,08820	98
03	0,01455	0,02910	0,04365	0,05820	0,07275	0,08730	0,10185	0,11640	0,13095	97
04	0,01920	0,03840	0,05760	0,07680	0,09600	0,11520	0,13440	0,15360	0,17280	96
05	0,02375	0,04750	0,07125	0,09500	0,11875	0,14250	0,16625	0,19000	0,21375	95
06	0,02820	0,05640	0,08460	0,11280	0,14100	0,16920	0,19740	0,22560	0,25380	94
07	0,03255	0,06510	0,09765	0,13020	0,16275	0,19530	0,22785	0,26040	0,29295	93
08	0,03680	0,07360	0,11040	0,14720	0,18400	0,22080	0,25760	0,29440	0,33120	92
09	0,04095	0,08190	0,12285	0,16380	0,20475	0,24570	0,28665	0,32760	0,36855	91
10	0,04500	0,09000	0,13500	0,18000	0,22500	0,27000	0,31500	0,36000	0,40500	90
11	0,04895	0,09790	0,14685	0,19580	0,24475	0,29370	0,34265	0,39160	0,44055	89
12	0,05280	0,10560	0,15840	0,21120	0,26400	0,31680	0,36960	0,42240	0,47520	88
13	0,05655	0,11310	0,16965	0,22620	0,28275	0,33930	0,39585	0,45240	0,50895	87
14	0,06020	0,12040	0,18060	0,24080	0,30100	0,36120	0,42140	0,48160	0,54180	86
15	0,06375	0,12750	0,19125	0,25500	0,31875	0,38250	0,44625	0,51000	0,57375	85
16	0,06720	0,13440	0,20160	0,26880	0,33600	0,40320	0,47040	0,53760	0,60480	84
17	0,07055	0,14110	0,21165	0,28220	0,35275	0,42330	0,49385	0,56440	0,63495	83
18	0,07380	0,14760	0,22140	0,29520	0,36900	0,44280	0,51660	0,59040	0,66420	82
19	0,07695	0,15390	0,23085	0,30780	0,38475	0,46170	0,53865	0,61560	0,69255	81
20	0,08000	0,16000	0,24000	0,32000	0,40000	0,48000	0,56000	0,64000	0,72000	80
21	0,08295	0,16590	0,24885	0,33180	0,41475	0,49770	0,58065	0,66360	0,74655	79
22	0,08580	0,17160	0,25740	0,34320	0,42900	0,51480	0,60060	0,68640	0,77220	78
23	0,08855	0,17710	0,26565	0,35420	0,44275	0,53130	0,61985	0,70840	0,79695	77
24	0,09120	0,18240	0,27360	0,36480	0,45600	0,54720	0,63840	0,72960	0,82080	76
25	0,09375	0,18750	0,28125	0,37500	0,46875	0,56250	0,65625	0,75000	0,84375	75
26	0,09620	0,19240	0,28860	0,38480	0,48100	0,57720	0,67340	0,76960	0,86580	74
27	0,09855	0,19710	0,29565	0,39420	0,49275	0,59130	0,68985	0,78840	0,88695	73
28	0,10080	0,20160	0,30240	0,40320	0,50400	0,60480	0,70560	0,80640	0,90720	72
29	0,10295	0,20590	0,30885	0,41180	0,51475	0,61770	0,72065	0,82360	0,92655	71
30	0,10500	0,21000	0,31500	0,42000	0,52500	0,63000	0,73500	0,84000	0,94500	70
31	0,10695	0,21390	0,32085	0,42780	0,53475	0,64170	0,74865	0,85560	0,96255	69
32	0,10880	0,21760	0,32640	0,43520	0,54400	0,65280	0,76160	0,87040	0,97920	68
33	0,11055	0,22110	0,33165	0,44220	0,55275	0,66330	0,77385	0,88440	0,99495	67
34	0,11220	0,22440	0,33660	0,44880	0,56100	0,67320	0,78540	0,89760	1,00980	66
35	0,11375	0,22750	0,34125	0,45500	0,56875	0,68250	0,79625	0,91000	1,02375	65
36	0,11520	0,23040	0,34560	0,46080	0,57600	0,69120	0,80640	0,92160	1,03680	64
37	0,11655	0,23310	0,34965	0,46620	0,58275	0,69930	0,81585	0,93240	1,04895	63
38	0,11780	0,23560	0,35340	0,47120	0,58900	0,70680	0,82460	0,94240	1,06020	62
39	0,11895	0,23790	0,35685	0,47580	0,59475	0,71370	0,83265	0,95160	1,07055	61
40	0,12000	0,24000	0,36000	0,48000	0,60000	0,72000	0,84000	0,96000	1,08000	60
41	0,12095	0,24190	0,36285	0,48380	0,60475	0,72570	0,84665	0,96760	1,08855	59
42	0,12180	0,24360	0,36540	0,48720	0,60900	0,73080	0,85260	0,97440	1,09620	58
43	0,12255	0,24510	0,36765	0,49020	0,61275	0,73530	0,85785	0,98040	1,10295	57
44	0,12320	0,24640	0,36960	0,49280	0,61600	0,73920	0,86240	0,98560	1,10880	56
45	0,12375	0,24750	0,37125	0,49500	0,61875	0,74250	0,86625	0,99000	1,11375	55
46	0,12420	0,24840	0,37260	0,49680	0,62100	0,74520	0,86940	0,99360	1,11780	54
47	0,12455	0,24910	0,37365	0,49820	0,62275	0,74730	0,87185	0,99640	1,12095	53
48	0,12480	0,24960	0,37440	0,49920	0,62400	0,74880	0,87360	0,99840	1,12320	52
49	0,12495	0,24990	0,37485	0,49980	0,62475	0,74970	0,87465	0,99960	1,12455	51
50	0,12500	0,25000	0,37500	0,50000	0,62500	0,75000	0,87500	1,00000	1,12500	50

VII. Tafel zur Umsetzung der Centesimalsekunden in Sexagesimalsekunden.

"	Sexages. Sek.	"	Sexages. Sek.	"	Sexages. Sek.	"	Sexages. Sek.	"	Sexages. Sek.
00	0,000	20	6,480	40	12,960	60	19,440	80	25,920
01	0,324	21	6,804	41	13,284	61	19,764	81	26,244
02	0,648	22	7,128	42	13,608	62	20,088	82	26,568
03	0,972	23	7,452	43	13,932	63	20,412	83	26,892
04	1,296	24	7,776	44	14,256	64	20,736	84	27,216
05	1,620	25	8,100	45	14,580	65	21,060	85	27,540
06	1,944	26	8,424	46	14,904	66	21,384	86	27,864
07	2,268	27	8,748	47	15,228	67	21,708	87	28,188
08	2,592	28	9,072	48	15,552	68	22,032	88	28,512
09	2,916	29	9,396	49	15,876	69	22,356	89	28,836
10	3,240	30	9,720	50	16,200	70	22,680	90	29,160
11	3,564	31	10,044	51	16,524	71	23,004	91	29,484
12	3,888	32	10,368	52	16,848	72	23,328	92	29,808
13	4,212	33	10,692	53	17,172	73	23,652	93	30,132
14	4,536	34	11,016	54	17,496	74	23,976	94	30,456
15	4,860	35	11,340	55	17,820	75	24,300	95	30,780
16	5,184	36	11,664	56	18,144	76	24,624	96	31,104
17	5,508	37	11,988	57	18,468	77	24,948	97	31,428
18	5,832	38	12,312	58	18,792	78	25,272	98	31,752
19	6,156	39	12,636	59	19,116	79	25,596	99	32,076
20	6,480	40	12,960	60	19,440	80	25,920	100	32,400

VIII. Tafel zur Umsetzung der Sexagesimalsekunden in Centesimalsekunden.

"	Centes. Sek.	"	Centes. Sek.	"	Centes. Sek.	"	Centes. Sek.	"	Centes. Sek.	"	Centes. Sek.
01	3,08642	11	33,95062	21	64,81481	31	95,67901	41	126,54321	51	157,40741
02	6,17284	12	37,03704	22	67,90123	32	98,76543	42	129,62963	52	160,49383
03	9,25926	13	40,12346	23	70,98765	33	101,85185	43	132,71605	53	163,58025
04	12,34568	14	43,20988	24	74,07407	34	104,93827	44	135,80247	54	166,66667
05	15,43210	15	46,29630	25	77,16049	35	108,02469	45	138,88889	55	169,75309
06	18,51852	16	49,38272	26	80,24691	36	111,11111	46	141,97531	56	172,83951
07	21,60494	17	52,46914	27	83,33333	37	114,19753	47	145,06173	57	175,92593
08	24,69136	18	55,55556	28	86,41975	38	117,28395	48	148,14815	58	179,01235
09	27,77778	19	58,64198	29	89,50617	39	120,37037	49	151,23457	59	182,09877
10	30,86420	20	61,72840	30	92,59259	40	123,45679	50	154,32099	60	185,18519



1.
2.
3.
4.
5.

